ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ СРЕДНЕГО КВАДРАТИЧЕСКОГО ОТКЛОНЕНИЯ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Выполнили:
Колла Маргарита 9-4-31
Акимова Ксения 11-4-31

$$s - \delta < \sigma < s + \delta$$

где s – исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение, а для δ выполняется условие:

$$P(s - \delta < \sigma < s + \delta) = \gamma$$

или

$$P(|\sigma - s| \quad \delta) = \gamma$$

- Обозначив

$$s(1-q) < \sigma < s(1+q) \quad (1)$$

- Рассмотрим случайную величину Х, определяемую по формуле

$$\chi = \frac{S}{\sigma}\sqrt{n-1}$$

- Плотность распределения **С** имеет вид:

$$R(\chi, n) = \frac{\chi^{n-1} e^{-\chi^2/2}}{2^{(n-3)/2}\, \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

Это распределение не зависит от оцениваемого параметра s, а зависит только от объема выборки n.

Преобразуем неравенство $s(1-q) < \sigma < s(1+q)$

так, чтобы оно приняло вид: Х1<Х<Х2

Вероятность выполнения этого неравенства равна доверительной вероятности **У** ,следовательно,

$$\int_{\chi_1}^{\chi_2} R(\chi, n)\, d\chi = \gamma$$

q<1

$$\frac{1}{S(1+q)} < \frac{1}{\sigma} < \frac{1}{S(1-q)}$$

$S\sqrt{n-1}$, тогда получаем:

$$\frac{\sqrt{n-1}}{(1+q)} < \frac{S\sqrt{n-1}}{\sigma} < \frac{\sqrt{n-1}}{(1-q)}$$

или

$$\frac{\sqrt{n-1}}{(1+q)} < \chi < \frac{\sqrt{n-1}}{(1-q)}$$

$$\int_{\sqrt{n-1}/(1+q)}^{\sqrt{n-1}/(1-q)} R(\chi, n)\,d\chi = \gamma$$

Пример 1.

- Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема $n=25$ найдено исправленное среднее квадратическое отклонение $s=0.8$. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение s с надежностью 0,95.

Решение 1.

- Используя заданные значения , по таблице находим значение q=0.32. Искомый доверительный интервал есть:

$$0{,}8\,(1-0{,}32) < \sigma < 0.8\,(1+0.32)$$

Необходимо сделать замечание. Мы предполагали, что q<1. Если это не так, то мы придем к соотношениям:

$$\sqrt{n-1}\,/(1+q) < \chi < \infty$$

Следовательно, значение q >1 может быть найдено из уравнения:

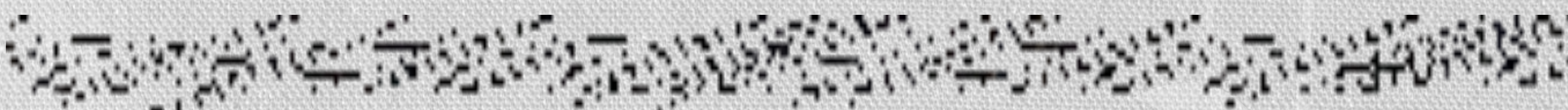
$$\int_{\sqrt{n-1}\,/(1+q)}^{\infty} R(\chi\,,n)\,d\chi = \gamma$$

Пример 2.

- Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема n=10 найдено «исправ ленное» среднее квадратическое отклонение s = 0,16. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,999.

Решение 2.

По таблице по данным = 0,999 и n =10 найдем q = l,8 (q > 1). Искомый доверительный интервал таков:



Спасибо за внимание!