

Перетворення графіків функцій

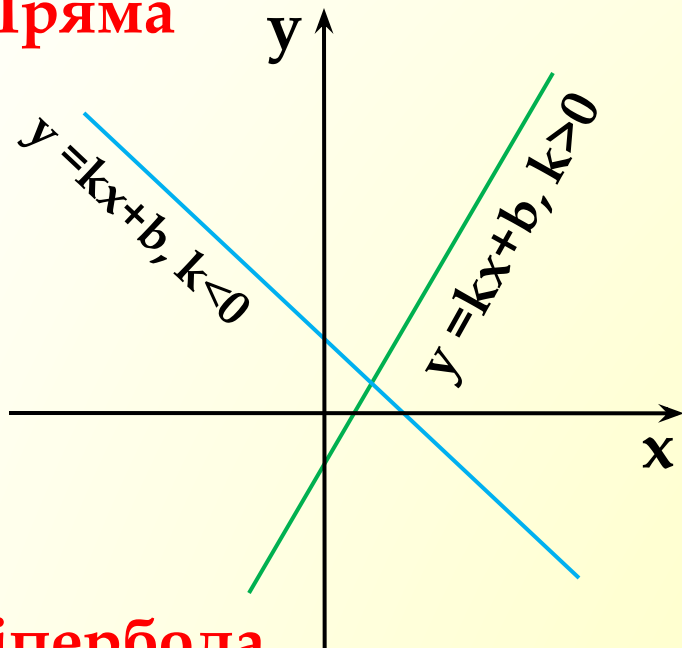
Алгебра, 9 клас

У презентації розглянемо:

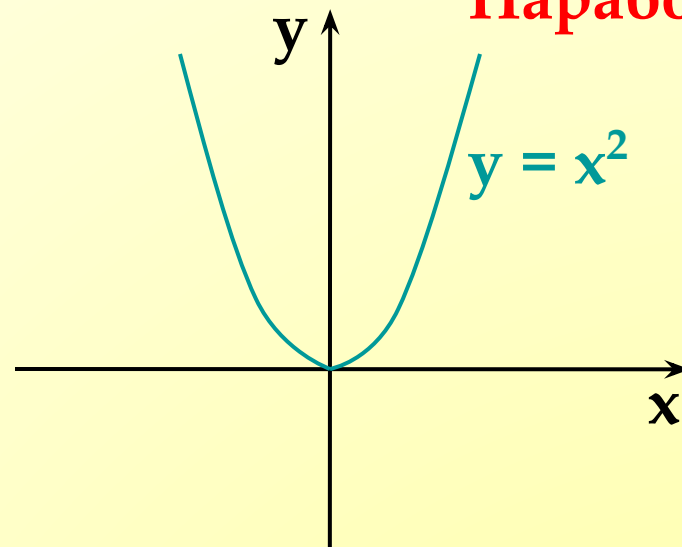
1. Графік функції $y = f(x) \pm n$, де $n > 0$.
2. Графік функції $y = f(x \pm m)$, де $m > 0$.
3. Графік функції $y = f(x \pm m) \pm n$, де $m > 0, n > 0$.
4. Графік функції $y = -f(x)$.
5. Графік функції $y = af(x)$, де $a > 0$.
6. Графік функції $y = f(-x)$.
7. Графік функції $y = |f(x)|$.
8. Графік функції $y = f(|x|)$.

Пригадаємо графіки елементарних функцій:

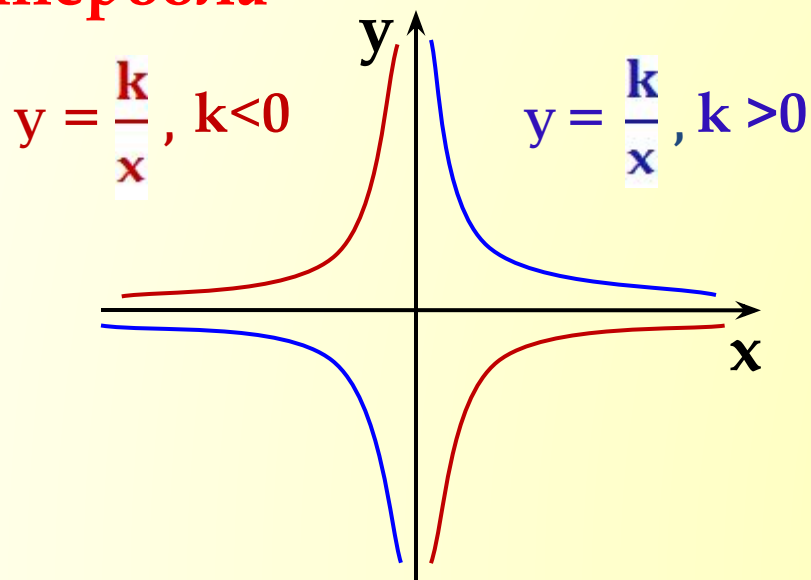
Пряма



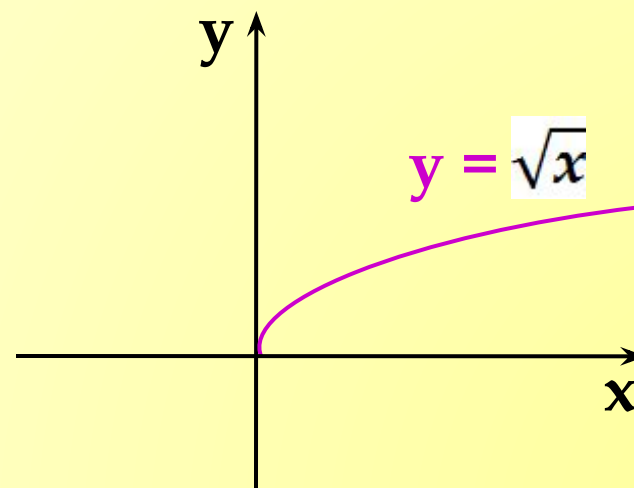
Парабола



Гіпербола

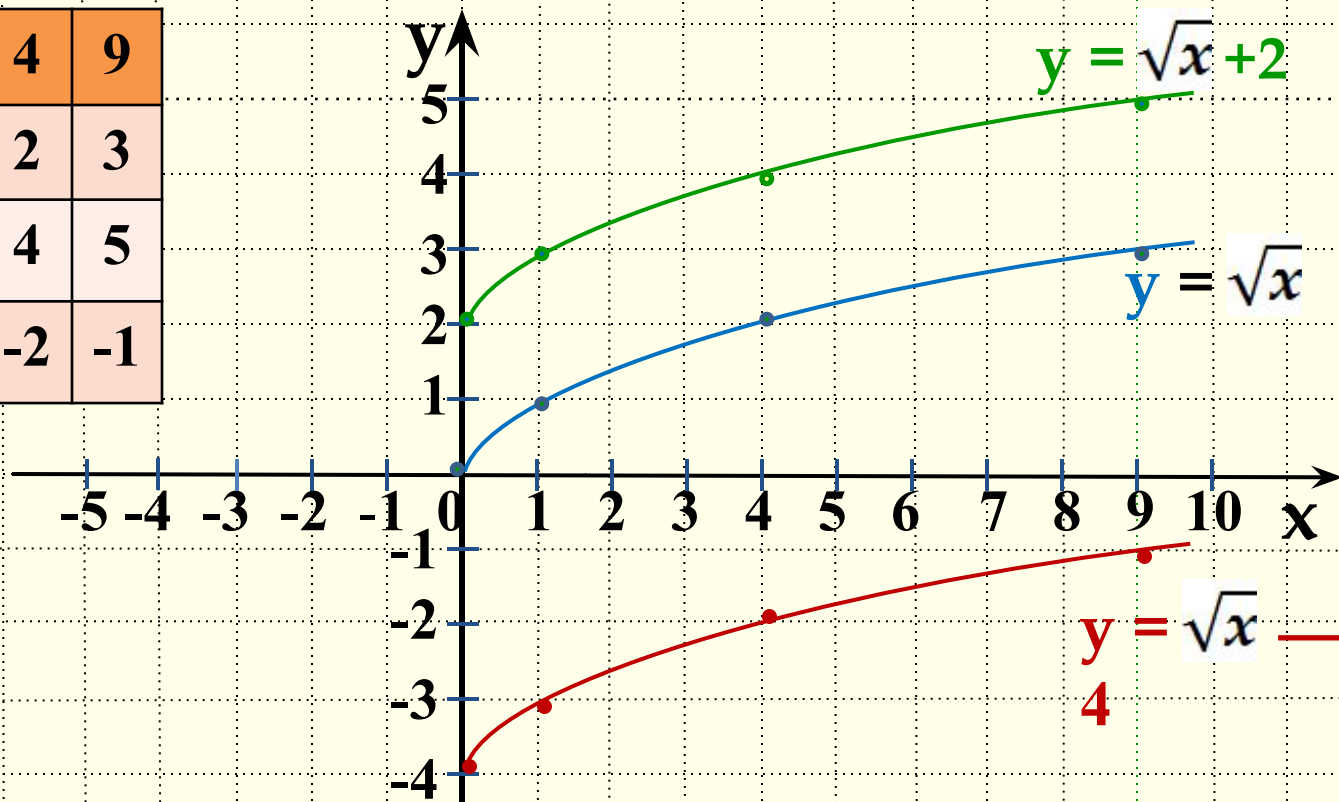


Вітка параболи



1. Побудуємо графіки функцій $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{x} + 2$, $y = \sqrt{x} - 4$ за допомогою таблиці їхніх значень та порівняємо їх.

x	0	1	4	9
$y = \sqrt{x}$	0	1	2	3
$y = \sqrt{x} + 2$	2	3	4	5
$y = \sqrt{x} - 4$	-4	-3	-2	-1



Якщо змістити кожну точку графіка функції $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці вгору (на 4 одиниці вниз) в напрямі осі y , то одержимо відповідну точку графіка функції $y = \sqrt{x} + 2$ ($y = \sqrt{x} - 4$).

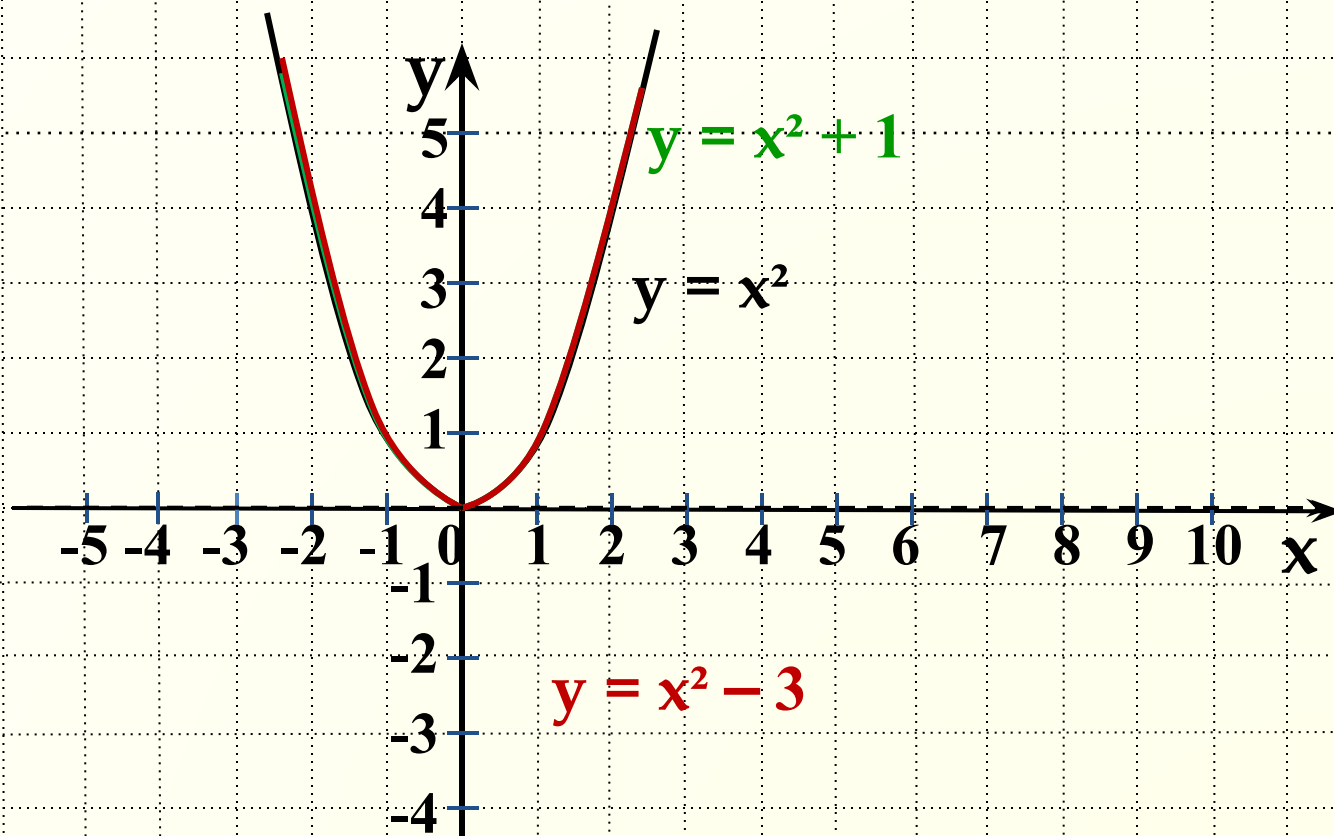
1. Побудова графіка функції $y = f(x) \pm n$, де $n > 0$.

Графік функції $y=f(x)+n$, де $n>0$, можна одержати із графіка функції $y=f(x)$ за допомогою паралельного перенесення вздовж осі y на n одиниць угору.

Графік функції $y=f(x)-n$, де $n>0$, можна одержати із графіка функції $y=f(x)$ за допомогою паралельного перенесення вздовж осі y на n одиниць униз.

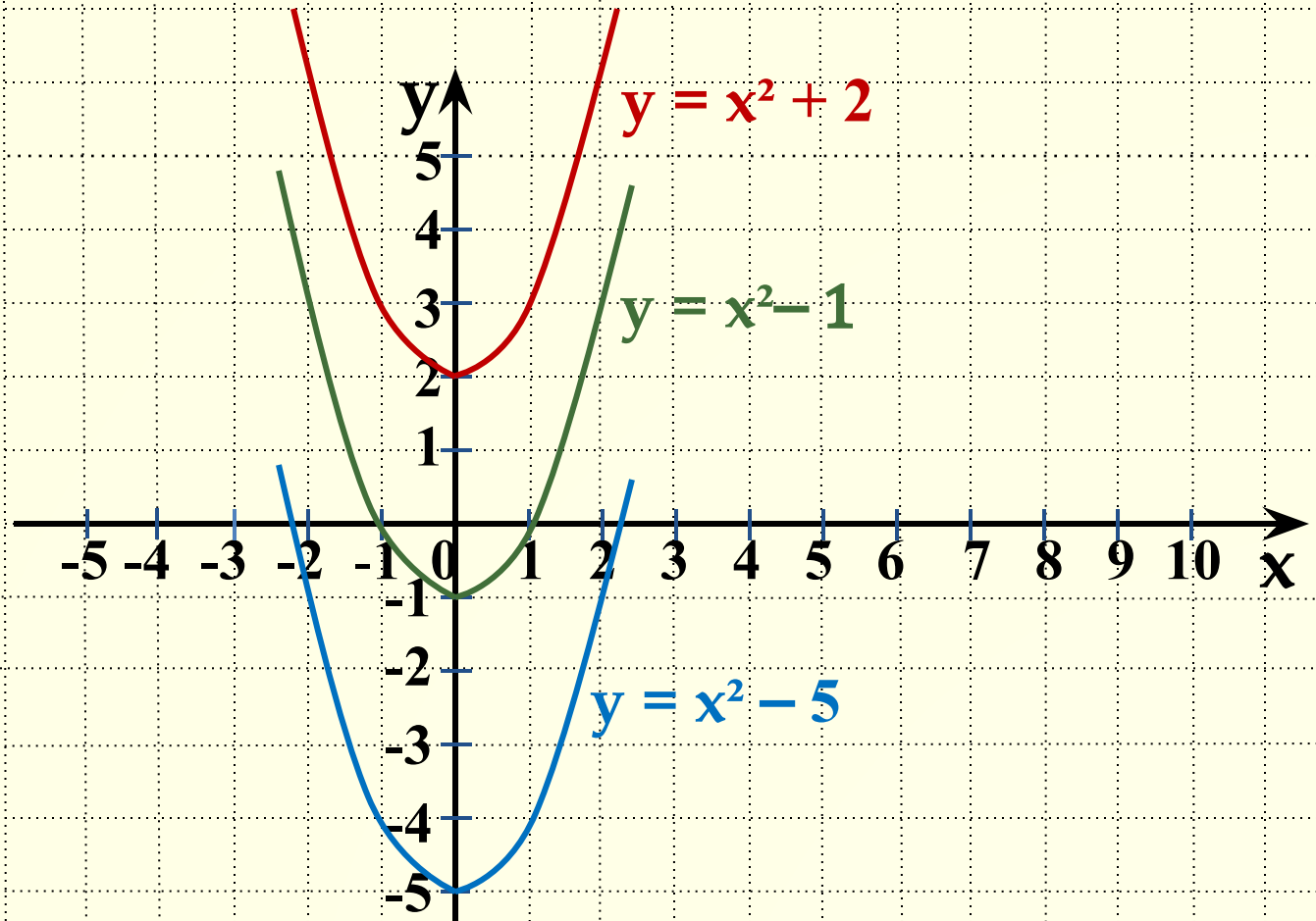
- Побудуємо графіки функцій $y = x^2 + 1$, $y = x^2 - 3$.

I спосіб. Використаємо шаблон графіка функції $y = x^2$.



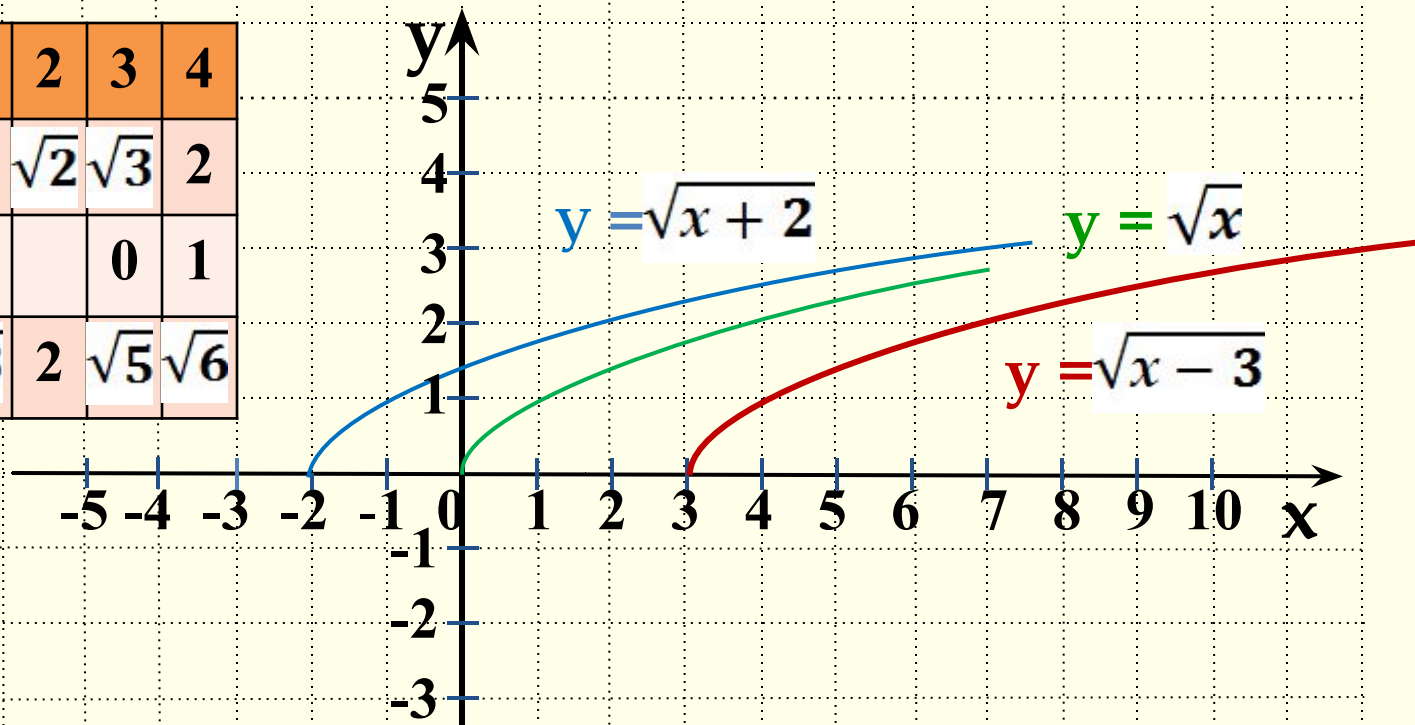
II спосіб. Для побудови графіка функції $y = x^2 + 1$ піднімемо вісь Ox вгору на 1 одиницю, для побудови графіка функції $y = x^2 - 3$ опустимо вісь Ox вниз на 3 одиниці і побудуємо графік функції $y = x^2$.

- Побудуйте графіки функцій $y = x^2 - 1$, $y = x^2 + 2$, $y = x^2 - 5$.



2. Побудуємо графіки функцій $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{x-3}$, $y = \sqrt{x+2}$ за допомогою таблиці їхніх значень та порівняємо їх.

x	-1	0	1	2	3	4
$y = \sqrt{x}$		0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2
$y = \sqrt{x-3}$					0	1
$y = \sqrt{x+2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$



Якщо змістити кожен графік функції $y = \sqrt{x}$ на 3 одиниці вправо (на 2 одиниці вліво) в напрямі осі x , то одержимо відповідну точку графіка функції $y = \sqrt{x-3}$ ($y = \sqrt{x+2}$).

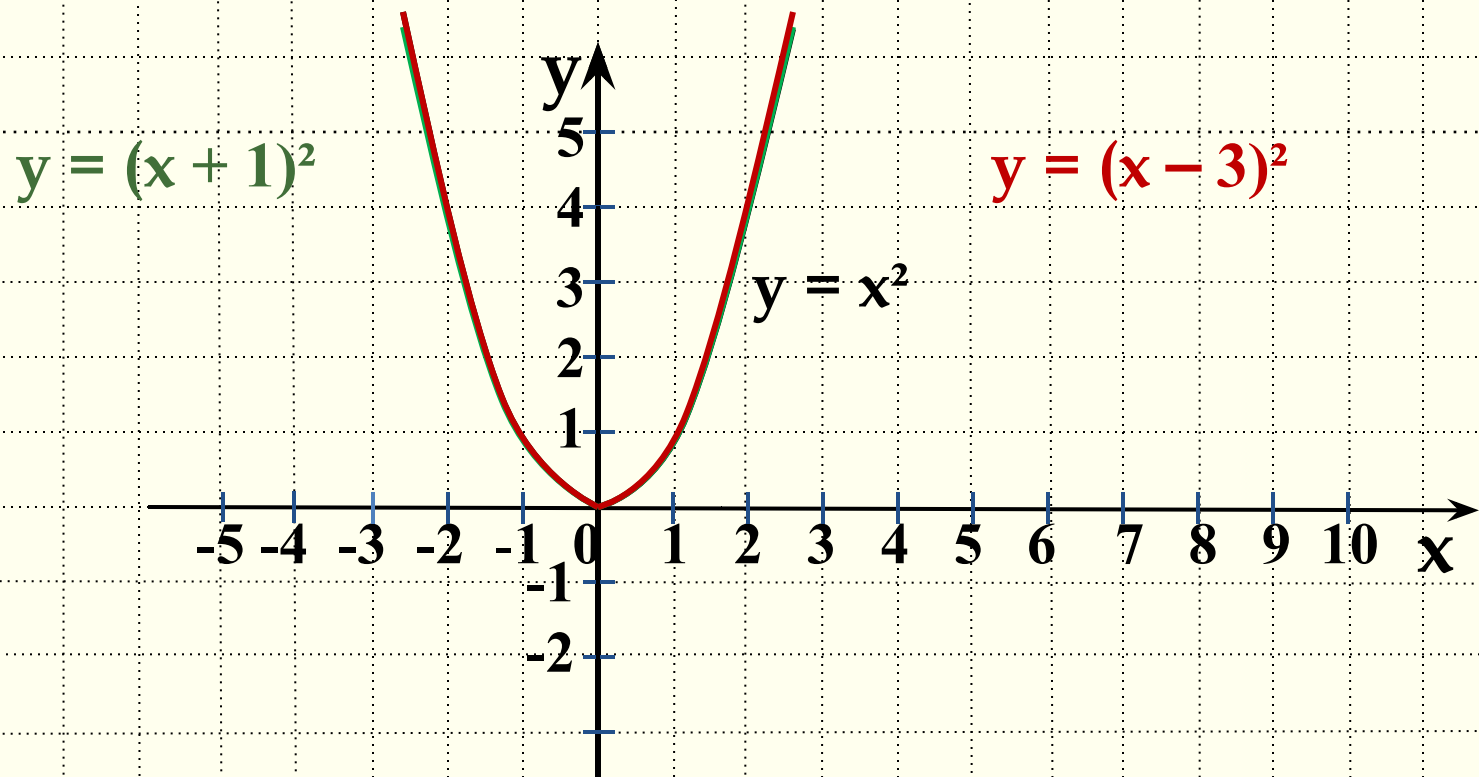
2. Побудова графіка функції $y = f(x \pm m)$, де $m > 0$.

Графік функції $y = f(x - m)$, де $m > 0$, можна одержати із графіка функції $y = f(x)$ за допомогою паралельного перенесення вздовж осі x на m одиниць праворуч.

Графік функції $y = f(x + m)$, де $m > 0$, можна одержати із графіка функції $y = f(x)$ за допомогою паралельного перенесення вздовж осі x на m одиниць ліворуч.

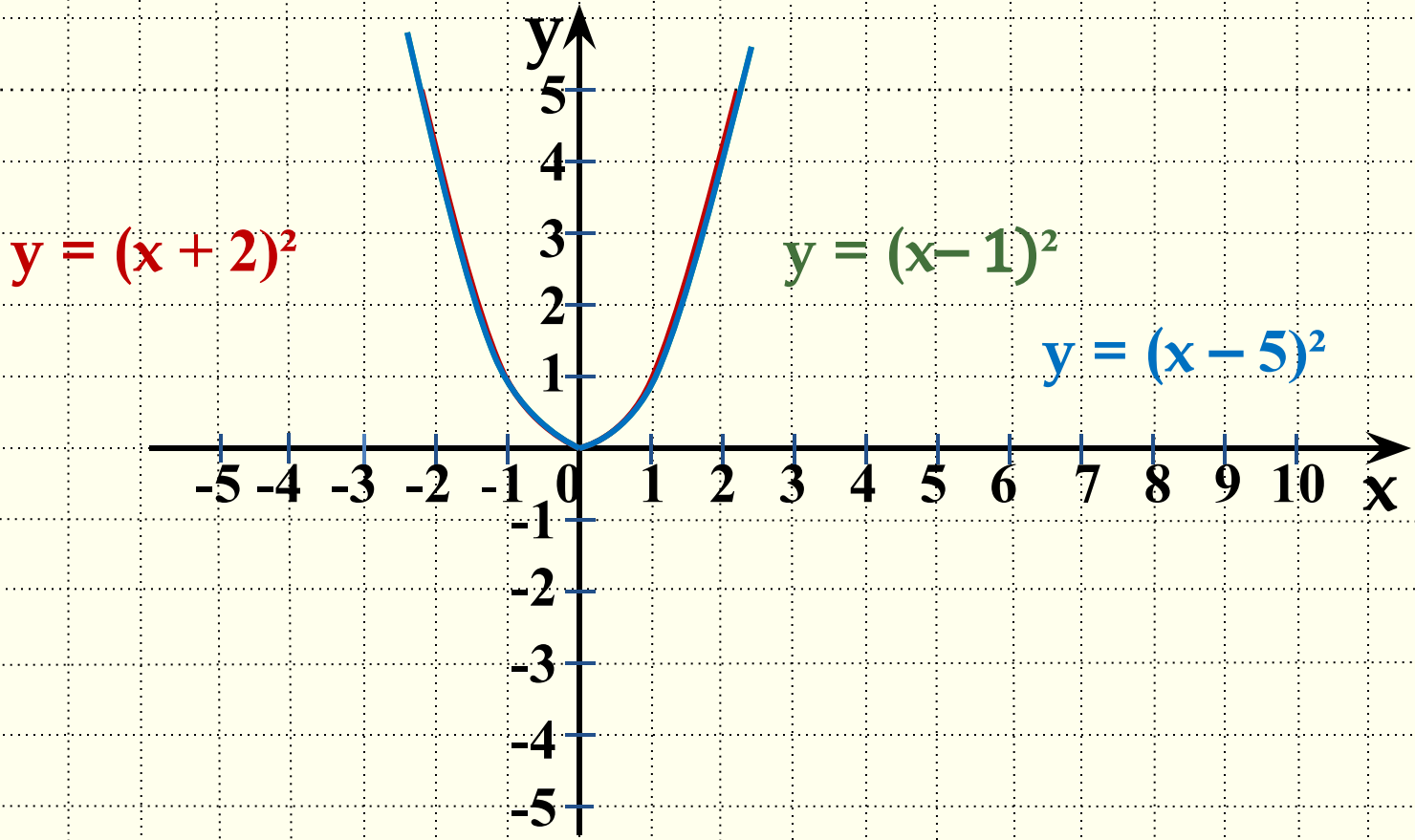
■ Побудуємо графіки функцій $y = (x + 1)^2$, $y = (x - 3)^2$.

I спосіб. Використаємо шаблон графіка функції $y = x^2$.



II спосіб. Для побудови графіка функції $y = (x + 1)^2$ перенесемо вісь Oy вліво на 1 одиницю; для побудови графіка функції $y = (x - 3)^2$ перенесемо вісь Oy **вправо** на **3 одиниці** і побудуємо графік функції $y = x^2$.

■ Побудуйте графіки функцій $y=(x-1)^2$, $y=(x+2)^2$, $y=(x-5)^2$.

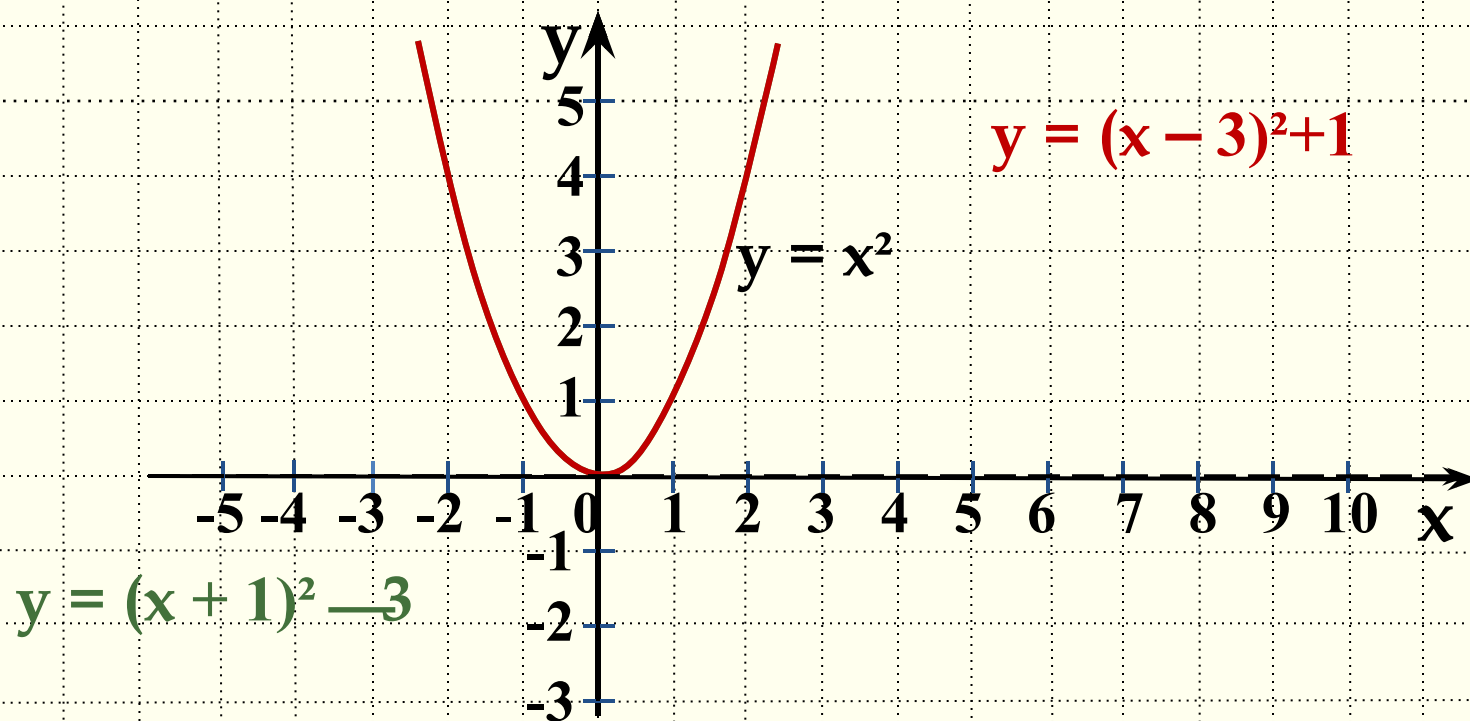


3. Побудова графіка функції $y = f(x \pm m) \pm n$, де $m > 0$ і $n > 0$.

Графік функції $y = f(x \pm m) \pm n$, де $m > 0$ і $n > 0$, можна одержати із графіка функції $y = f(x)$ за допомогою паралельного перенесення вздовж осі x на m одиниць ліворуч (праворуч), а потім уздовж осі y на n одиниць вгору (вниз).

• Побудуємо графіки функцій $y = (x + 1)^2 - 3$, $y = (x - 3)^2 + 1$.

I спосіб. Використаємо шаблон графіка функції $y = x^2$.



II спосіб. Для побудови графіка функції $y = (x + 1)^2 - 3$

3

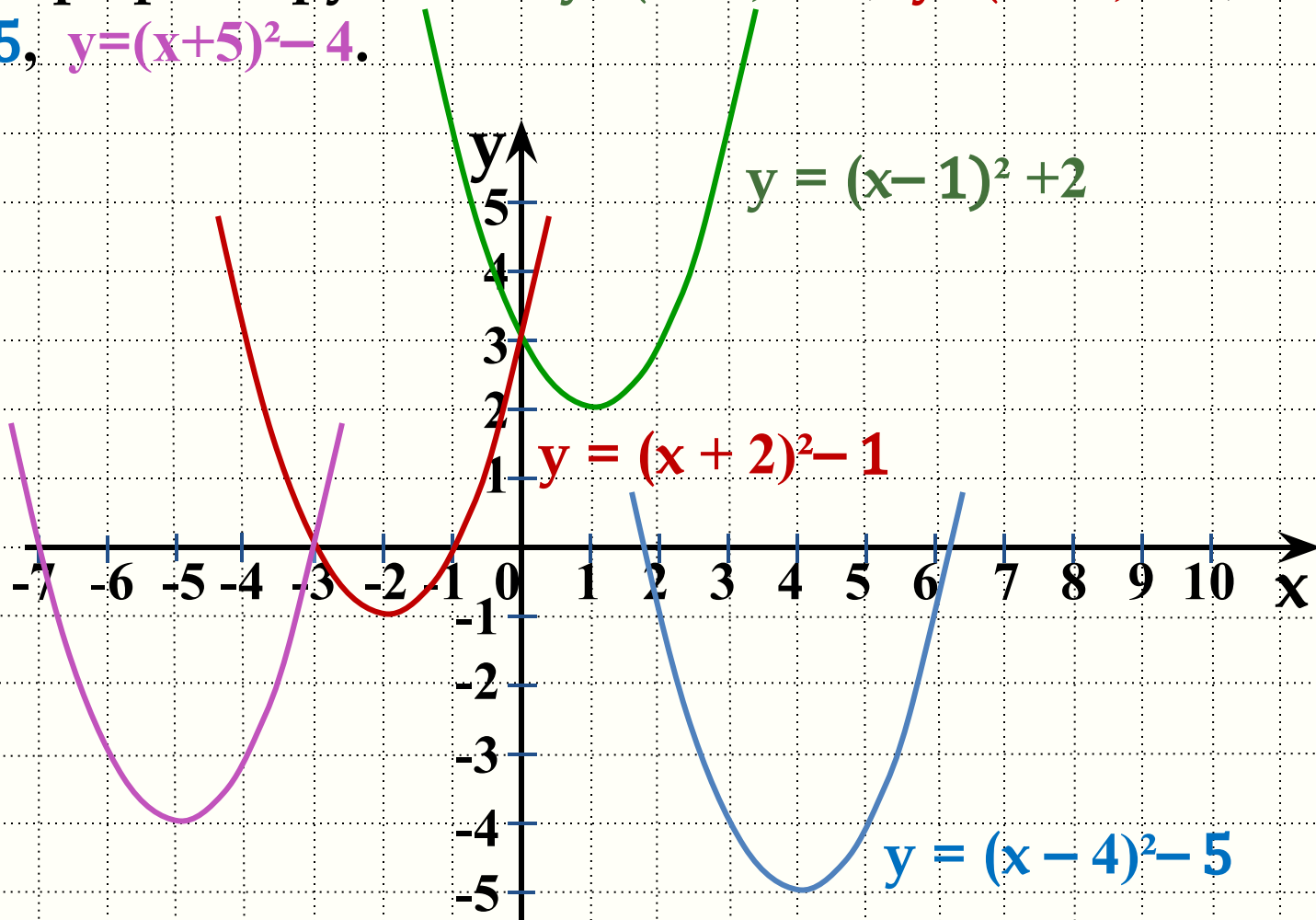
перенесемо вісь Oy на 1 одиницю ліворуч, а вісь Ox – на 3 одиниці вниз і побудуємо графік функції $y = x^2$.

Для побудови графіка функції $y = (x - 3)^2 + 1$

1

перенесемо вісь Oy на 3 одиниці праворуч, а вісь Ox –

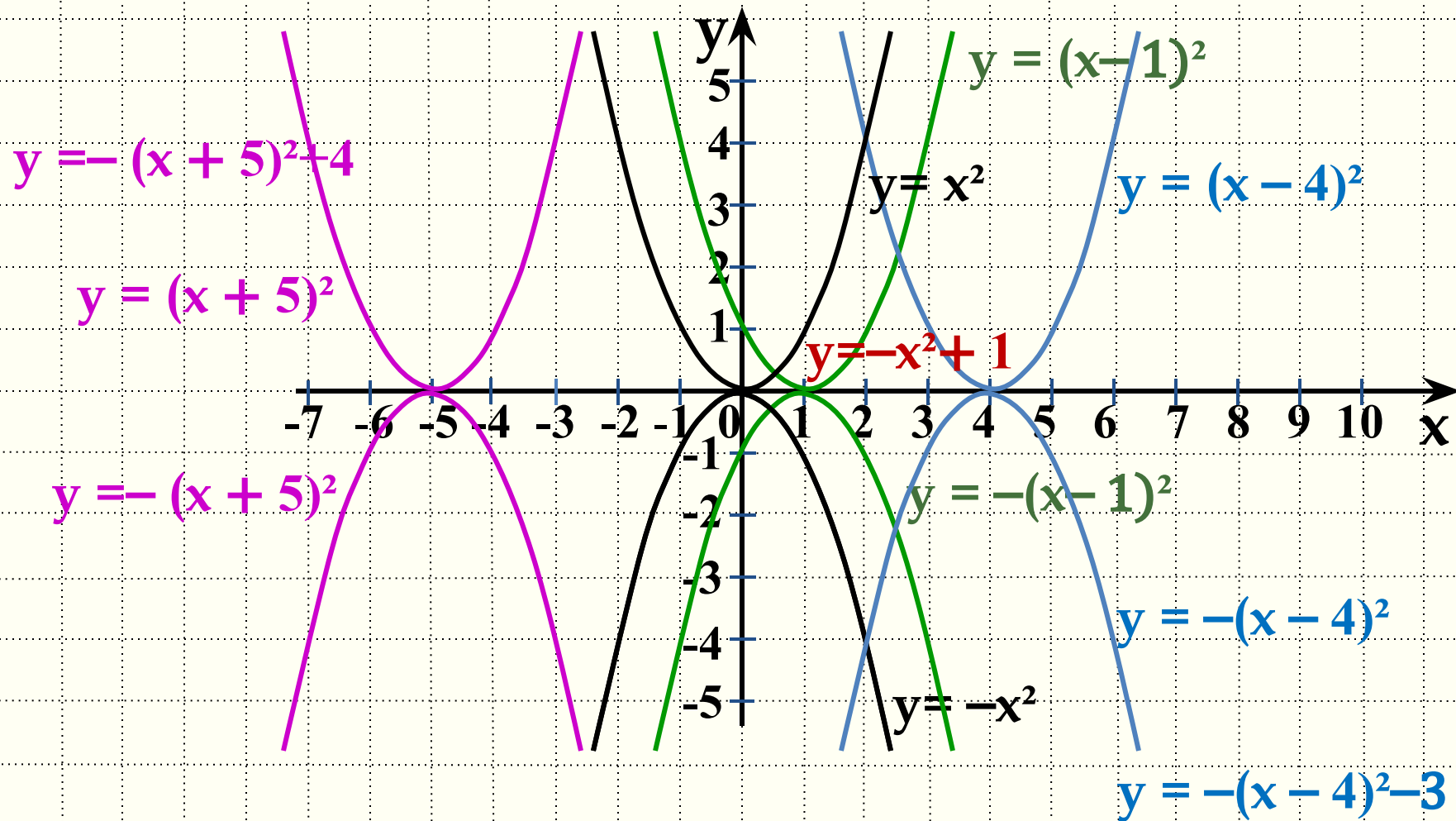
- Побудуйте графіки функцій $y=(x-1)^2+2$, $y=(x+2)^2-1$, $y=(x-4)^2-5$, $y=(x+5)^2-4$.



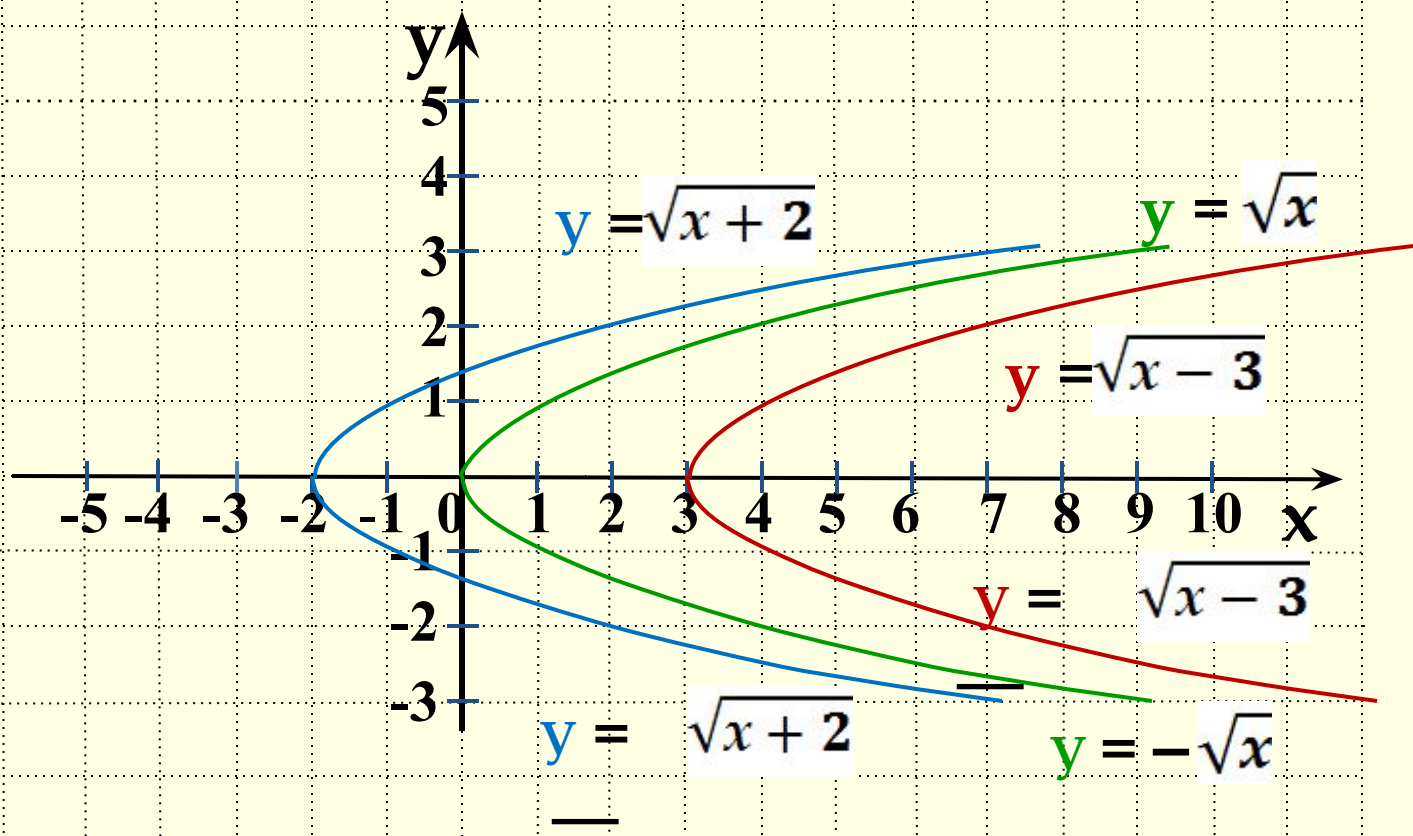
4. Побудова графіка функції $y = -f(x)$

Графік функції $y = -f(x)$ можна одержати із графіка функції $y = f(x)$ за допомогою симетрії відносно осі x .

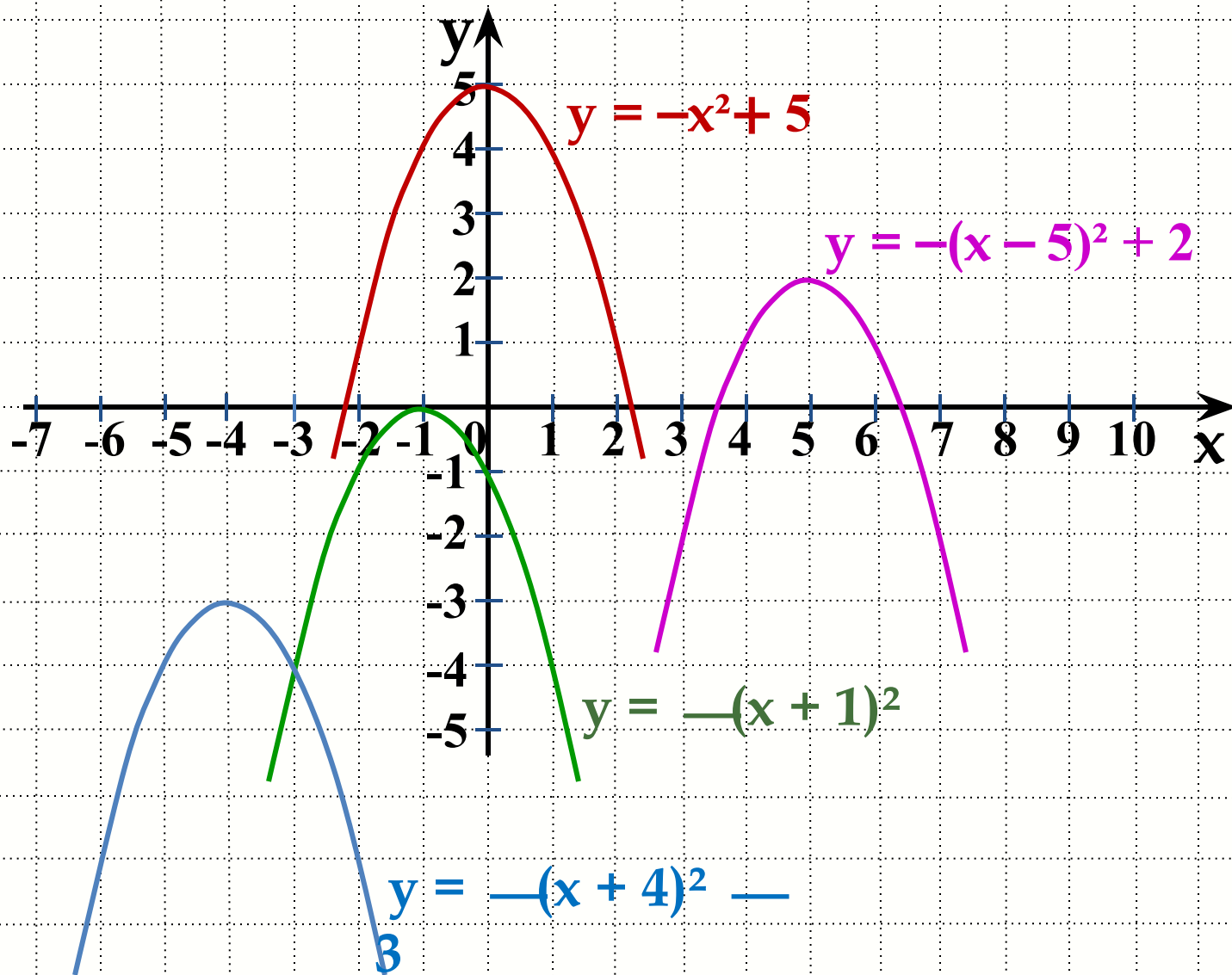
- Побудуємо графіки функцій $y = -x^2$, $y = -(x-1)^2$, $y = -x^2 + 1$, $y = -(x-4)^2 - 3$, $y = -(x+5)^2 + 4$.



- Побудуємо графіки функцій $y = -\sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x-3}$, $y = -\sqrt{x+2}$



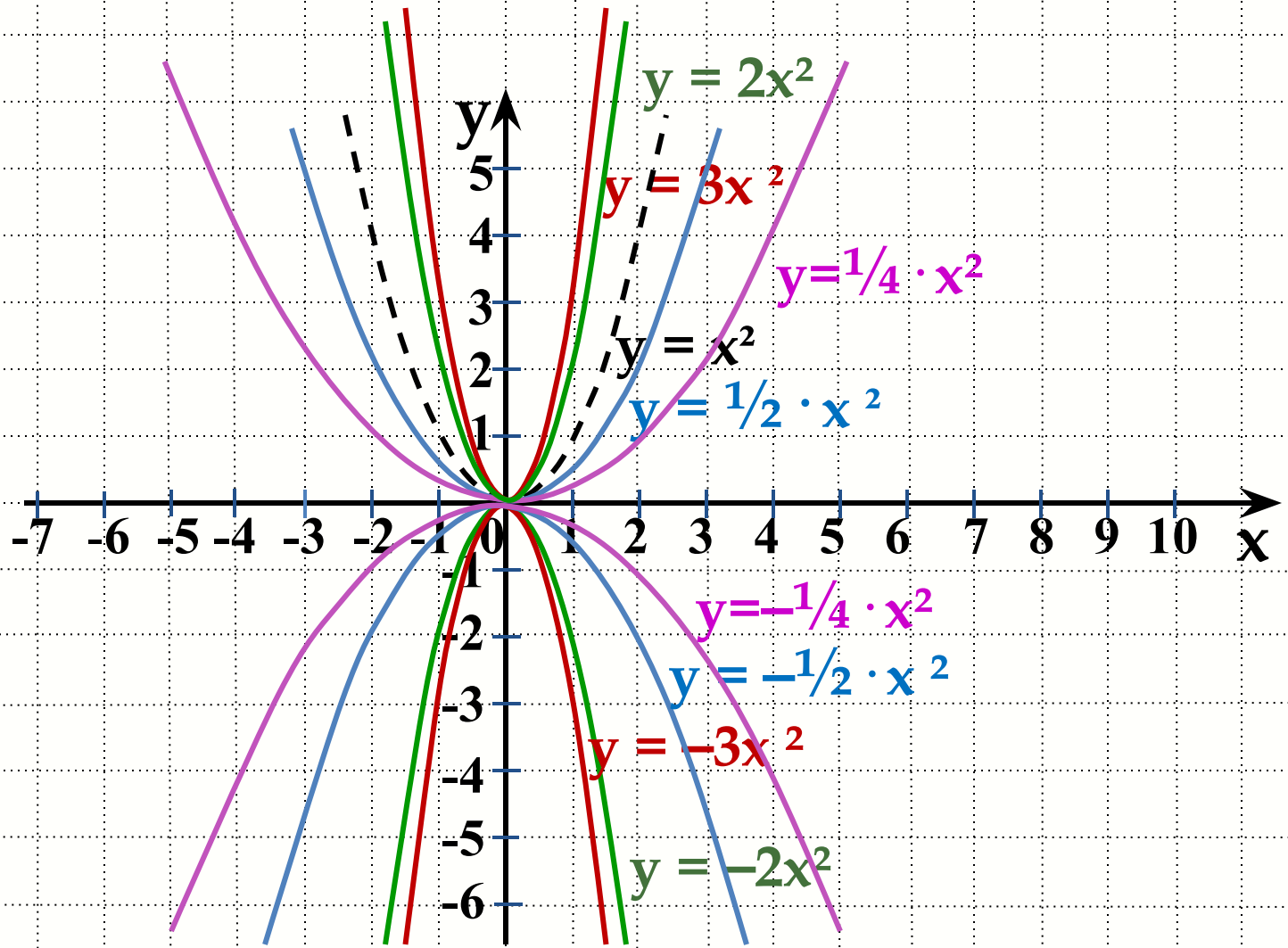
- Побудуйте графіки функцій $y = -(x+1)^2$, $y = -x^2 + 5$, $y = -(x+4)^2 - 3$, $y = -(x-5)^2 + 2$.



5. Побудова графіка функції $y=a \cdot f(x)$, де $a > 0$.

Графік функції $y=a \cdot f(x)$, де $a > 0$, можна одержати із графіка функції $y=f(x)$, розтягнувши від осі x в a разів, якщо $a > 1$, і стиснувши його до осі x в $1/a$ разів, якщо $0 < a < 1$.

- Побудуємо графіки функцій $y=2x^2$, $y=3x^2$, $y=1/2x^2$, $y=1/4x^2$.



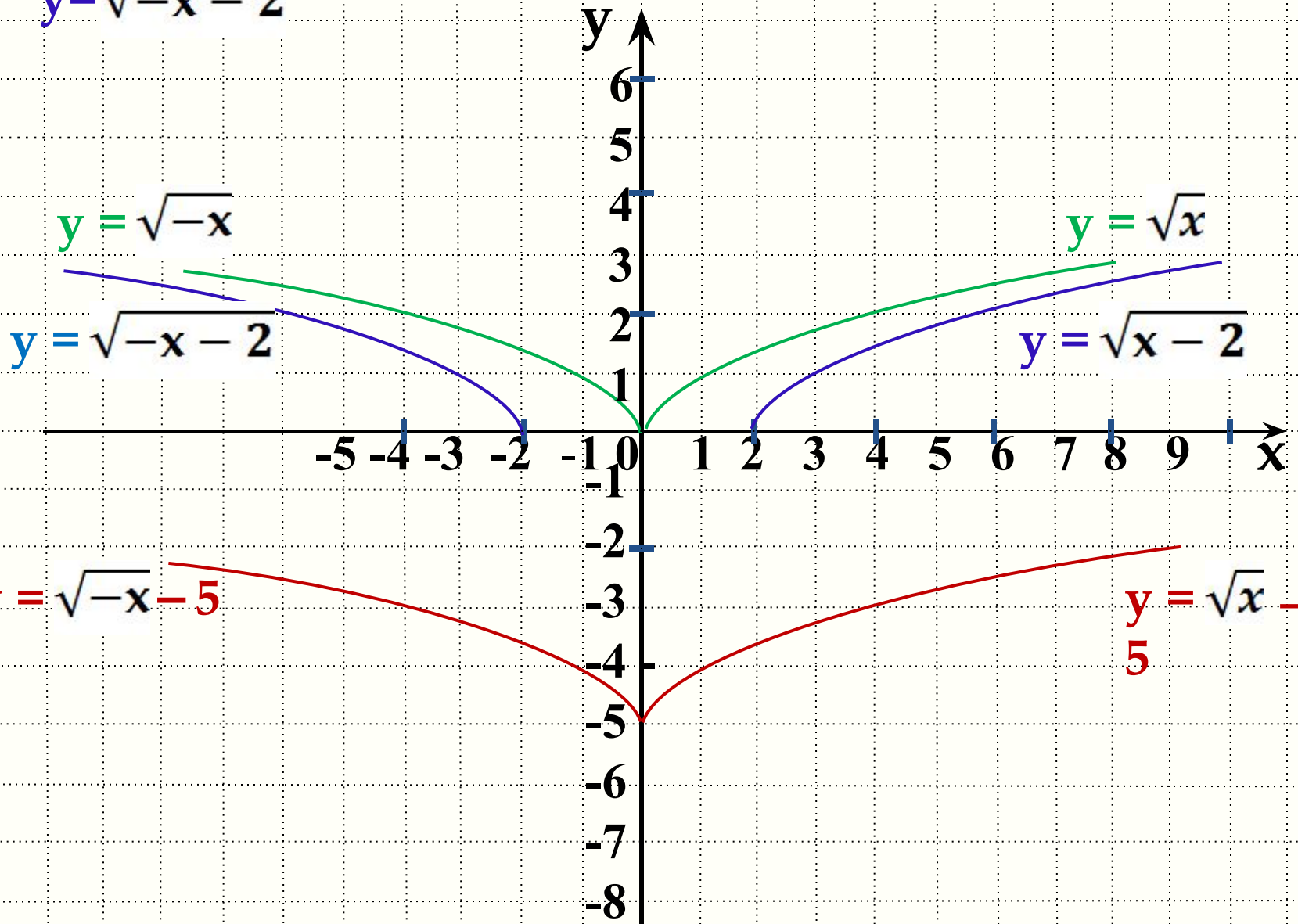
- Побудуємо графіки функцій $y = -2x^2$, $y = -3x^2$, $y = -1/2x^2$, $y = -1/4x^2$.

6. Побудова графіка функції $y = f(-x)$.

Графік функції $y = f(-x)$ можна одержати із графіка функції $y = f(x)$, відобразивши його симетрично відносно осі y .

- Побудуємо графіки функцій $y = \sqrt{-x}$ $y = \sqrt{-x} - 5$,

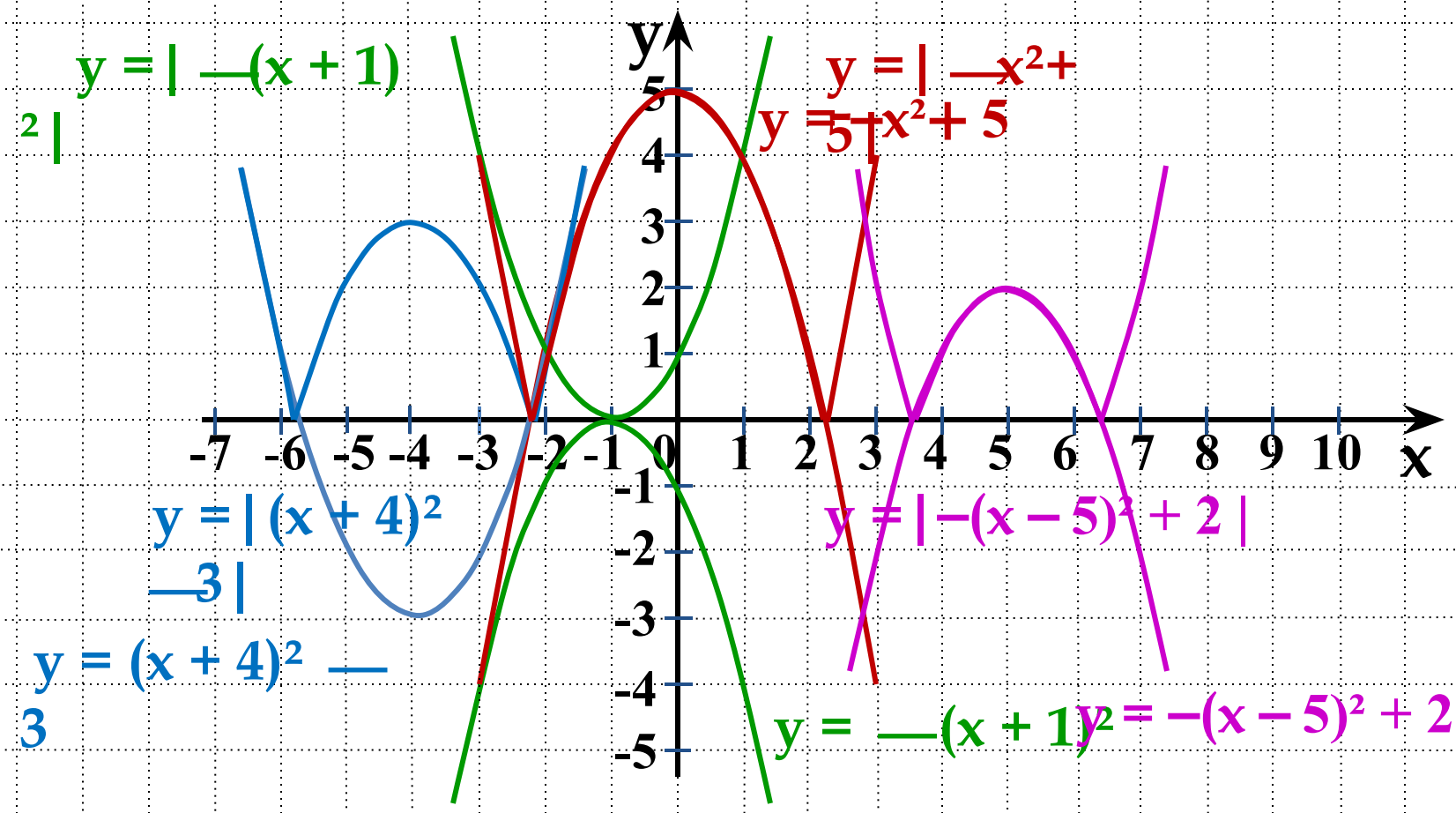
$$y = \sqrt{-x - 2}$$



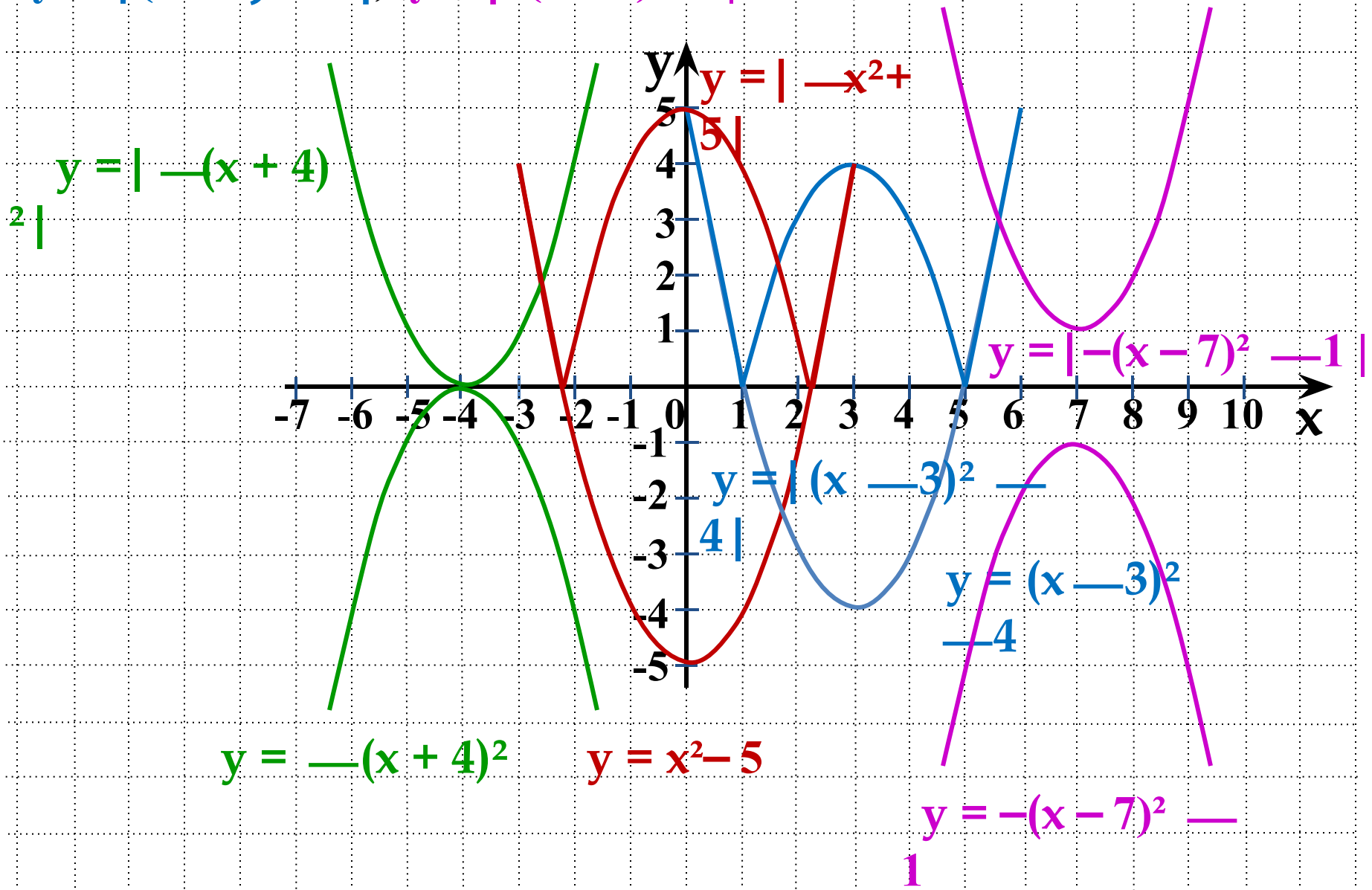
7. Побудова графіка функції $y = |f(x)|$.

Графік функції $y = |f(x)|$ можна одержати із графіка функції $y = f(x)$, відобразивши симетрично відносно осі x ту його частину, що розташована нижче від цієї осі x .

- Побудуємо графіки функцій $y = |-(x+1)^2|$, $y = | -x^2 + 5 |$,
 $y = |(x+4)^2 - 3|$, $y = |-(x-5)^2 + 2|$.



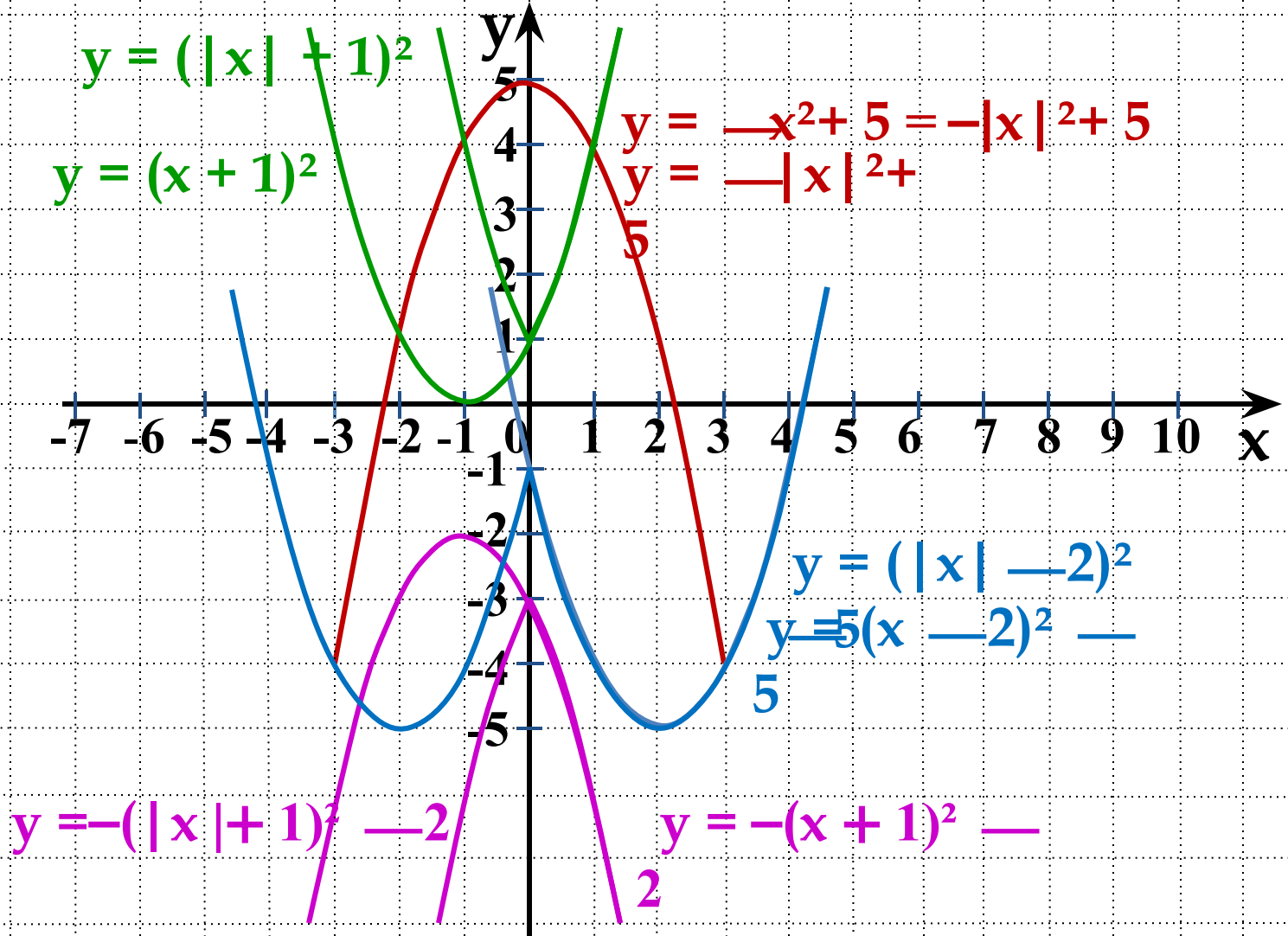
- Побудуйте графіки функцій $y = |-(x+4)^2|$, $y = |x^2-5|$, $y = |(x-3)^2-4|$, $y = |-(x-7)^2-1|$.



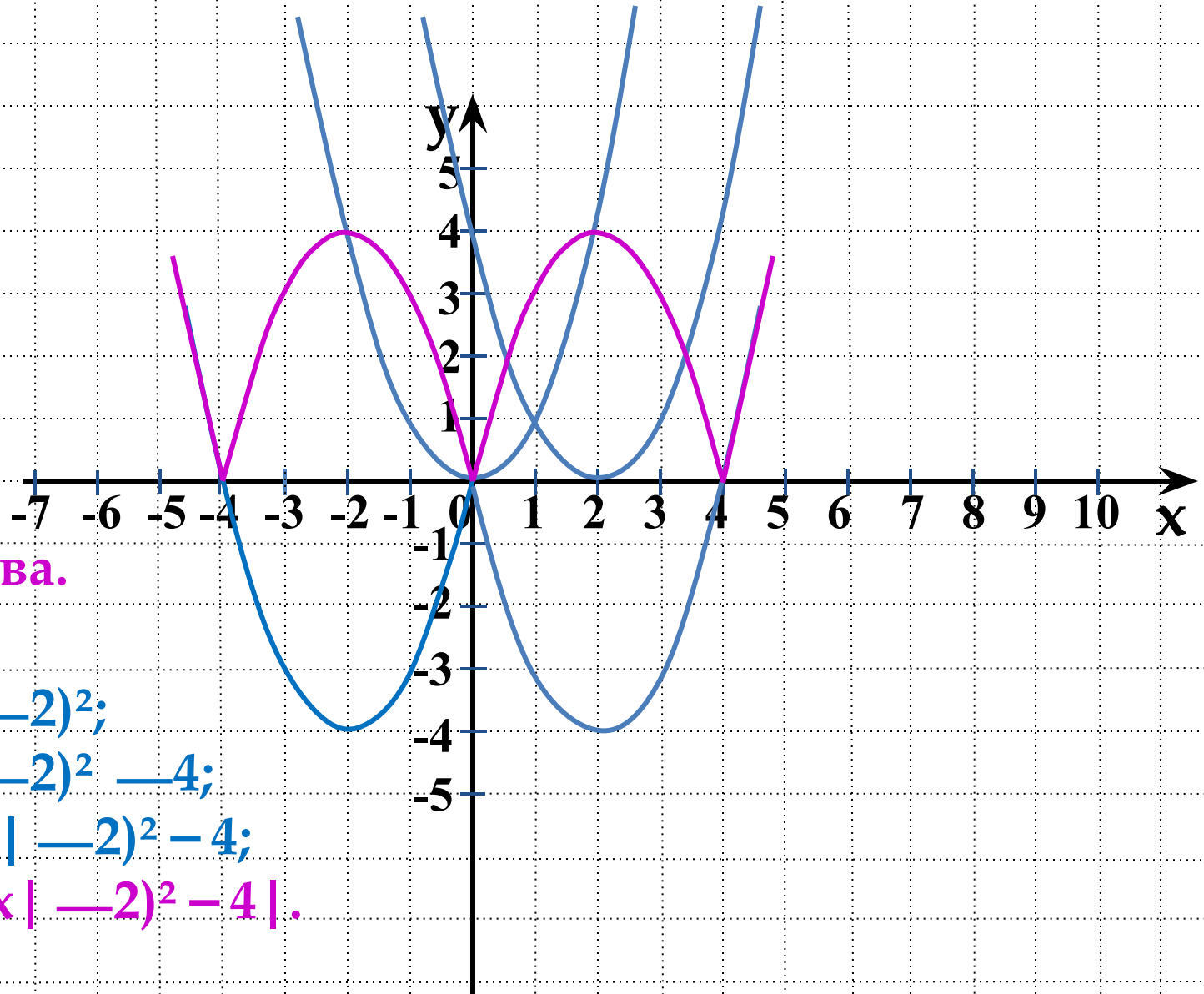
8. Побудова графіка функції $y = f(|x|)$.

Графік функції $y = f(|x|)$ можна одержати із частини графіка функції $y = f(x)$, побудованого для $x \geq 0$ та симетричної цій частині графіка відносно осі y .

- Побудуємо графіки функцій $y = (|x| + 1)^2$, $y = -|x|^2 + 5$,
 $y = (|x| - 2)^2 - 5$, $y = -(|x| + 1)^2 - 2$.



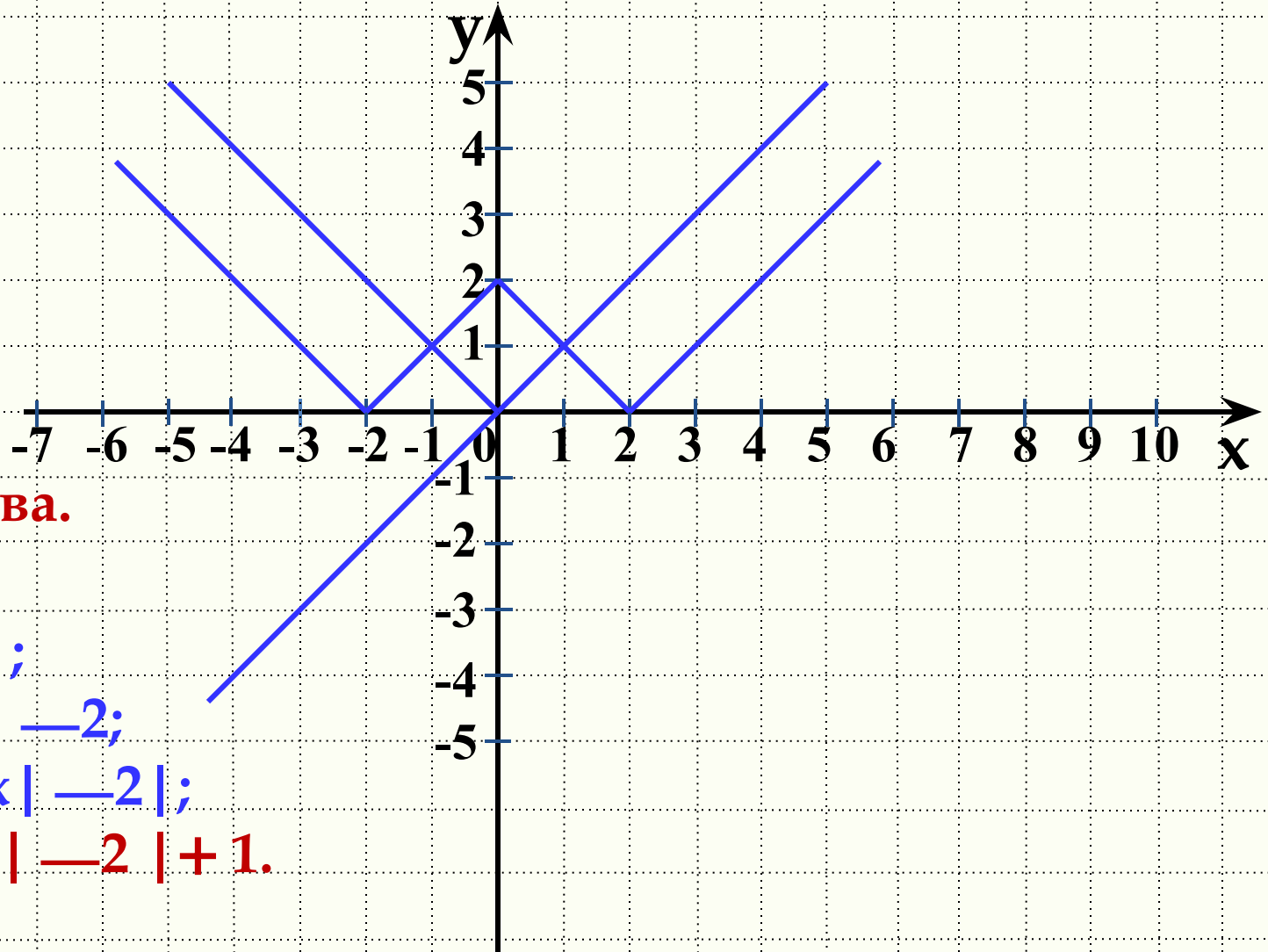
- Побудуємо графік функції $y = |(|x| - 2)^2 - 4|$.



Побудова.

- $y = x^2$;
- $y = (x - 2)^2$;
- $y = (x - 2)^2 - 4$;
- $y = (|x| - 2)^2 - 4$;
- $y = |(|x| - 2)^2 - 4|$.

- Побудуємо графік функції $y = ||x| - 2| + 1$.



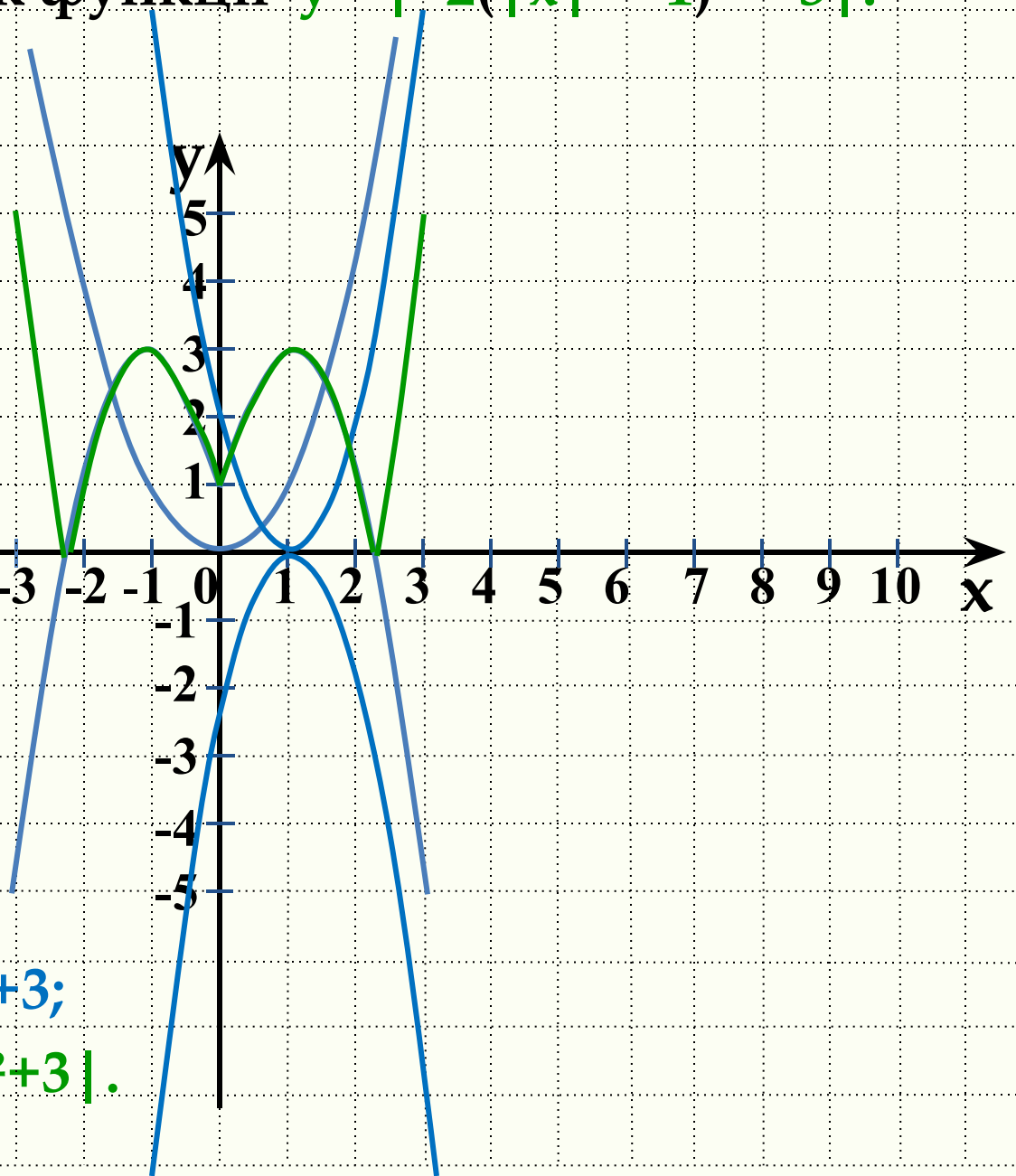
Побудова.

- $y = x;$
- $y = |x|;$
- $y = |x| - 2;$
- $y = ||x| - 2|;$
- $y = ||x| - 2| + 1.$

- * Побудуємо графік функції $y = |-2(|x| - 1)^2 + 3|$.

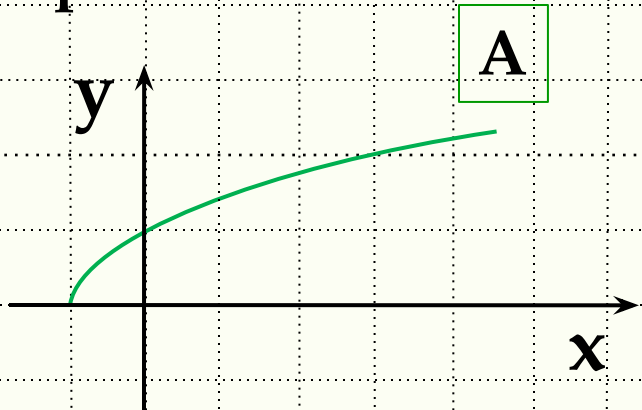
Побудова.

- $y = x^2$;
- $y = (x - 1)^2$;
- $y = 2 \cdot (x - 1)^2$;
- $y = -2 \cdot (x - 1)^2$;
- $y = -2 \cdot (x - 1)^2 + 3$;
- $y = -2 \cdot (|x| - 1)^2 + 3$;
- $y = |-2 \cdot (|x| - 1)^2 + 3|$.

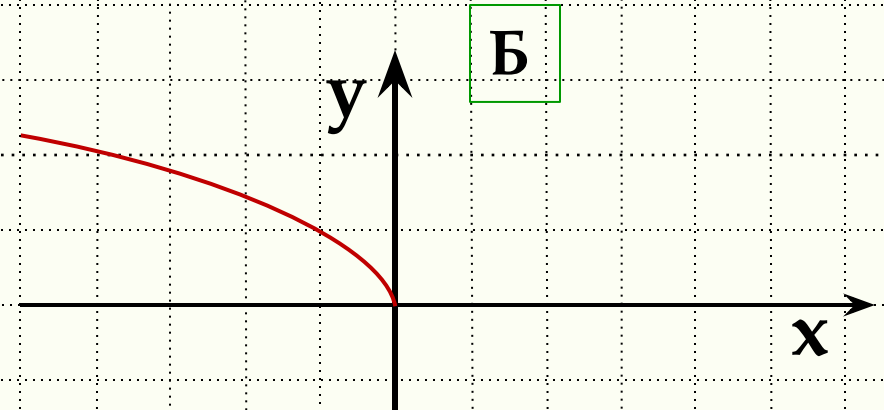


Самостійна робота

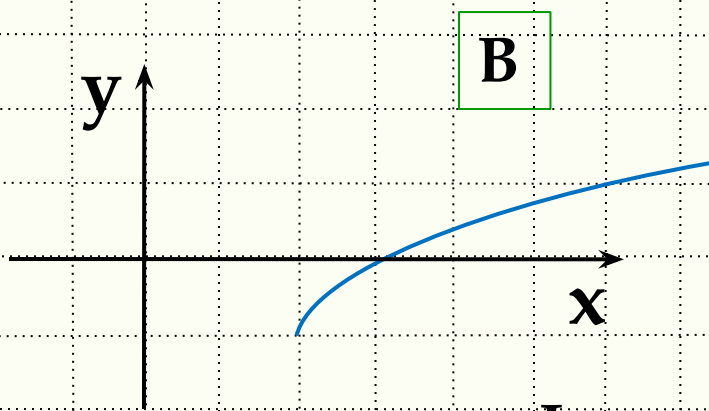
1. Установіть відповідність між функціями та їхніми графіками.



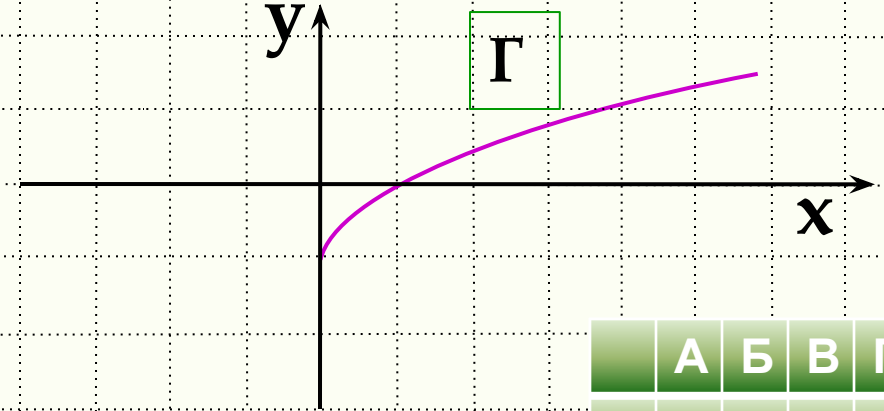
А



Б



В



Г

Функції

1 $y = \sqrt{-x}$

3 $y = \sqrt{x-2}$ —

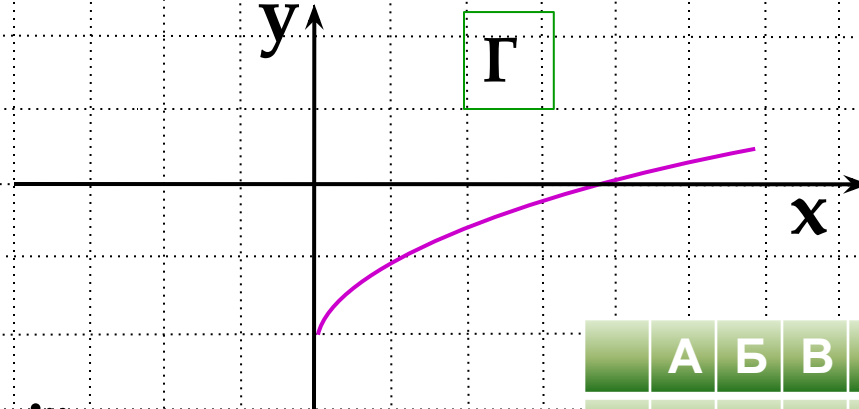
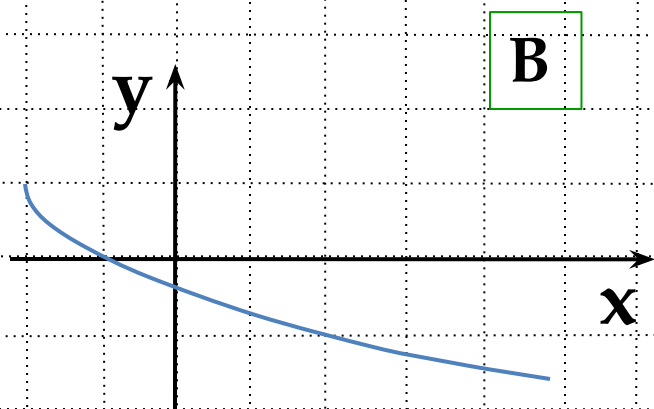
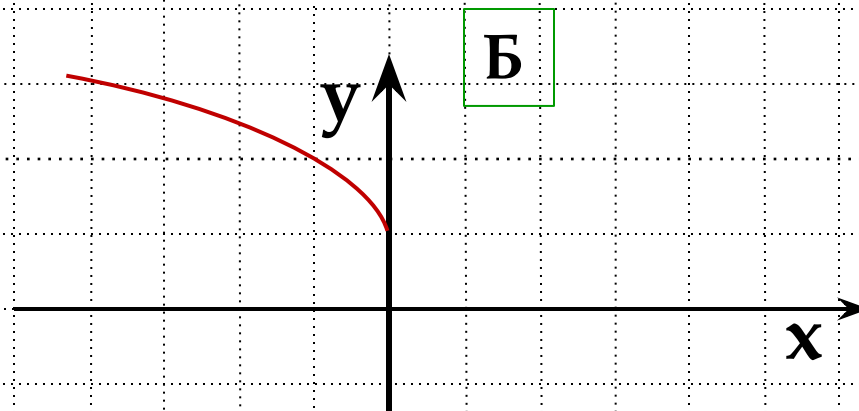
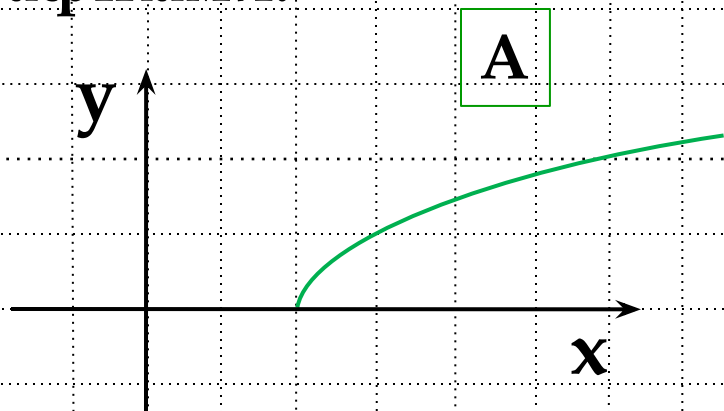
2 $y = \sqrt{x}$ —

1
4 $y = \sqrt{x-1}$

5 $y = \sqrt{x+1}$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				

2. Установіть відповідність між функціями та їхніми графіками.



Функції

1 $y = \sqrt{-x} + 1$

2 $y = \sqrt{x - 2}$

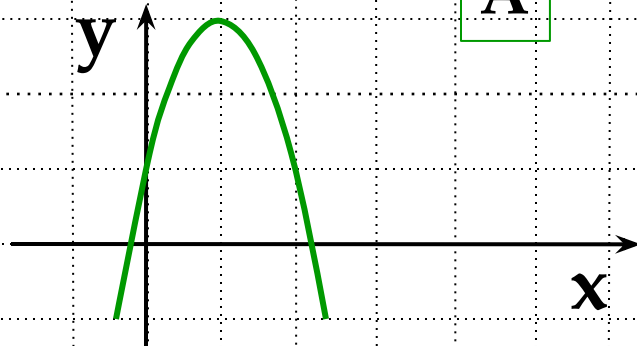
3 $y = \sqrt{x} + 2$

4 $y = \sqrt{x} - 2$

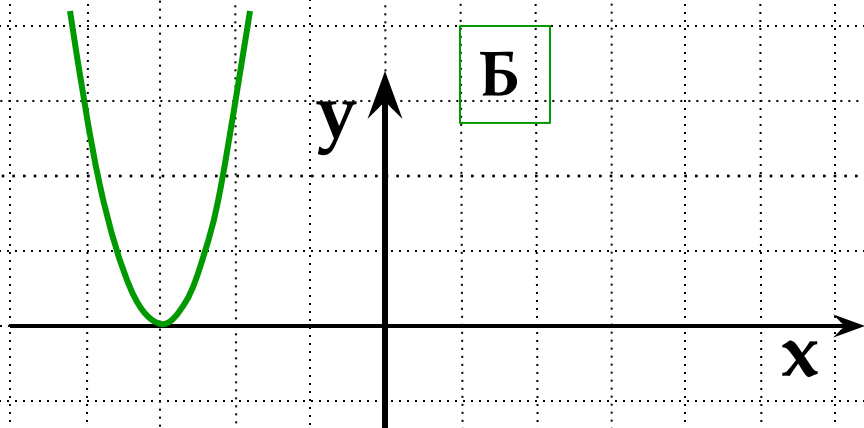
5 $y = -\sqrt{x + 2} + 1$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				

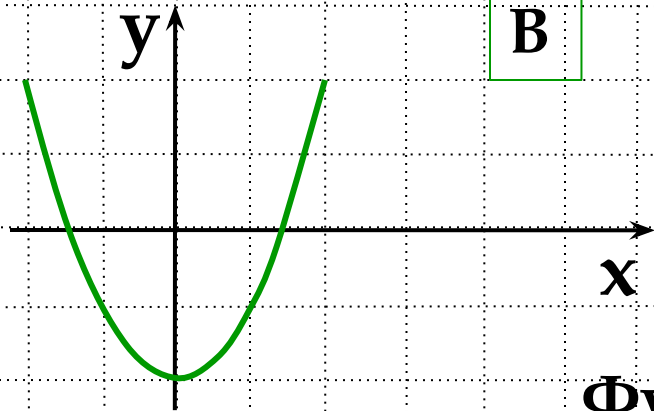
3. Установіть відповідність між функціями та їхніми графіками.



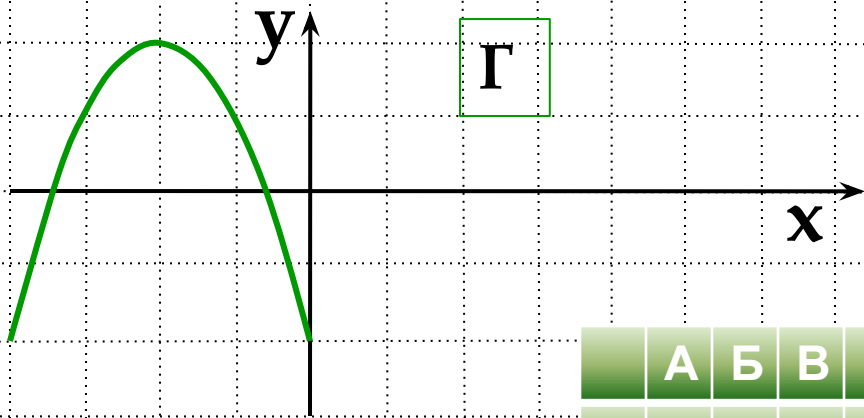
А



Б



В



Г

Функції

1 $y = -x^2 + 1$

2 $y = x^2 -$

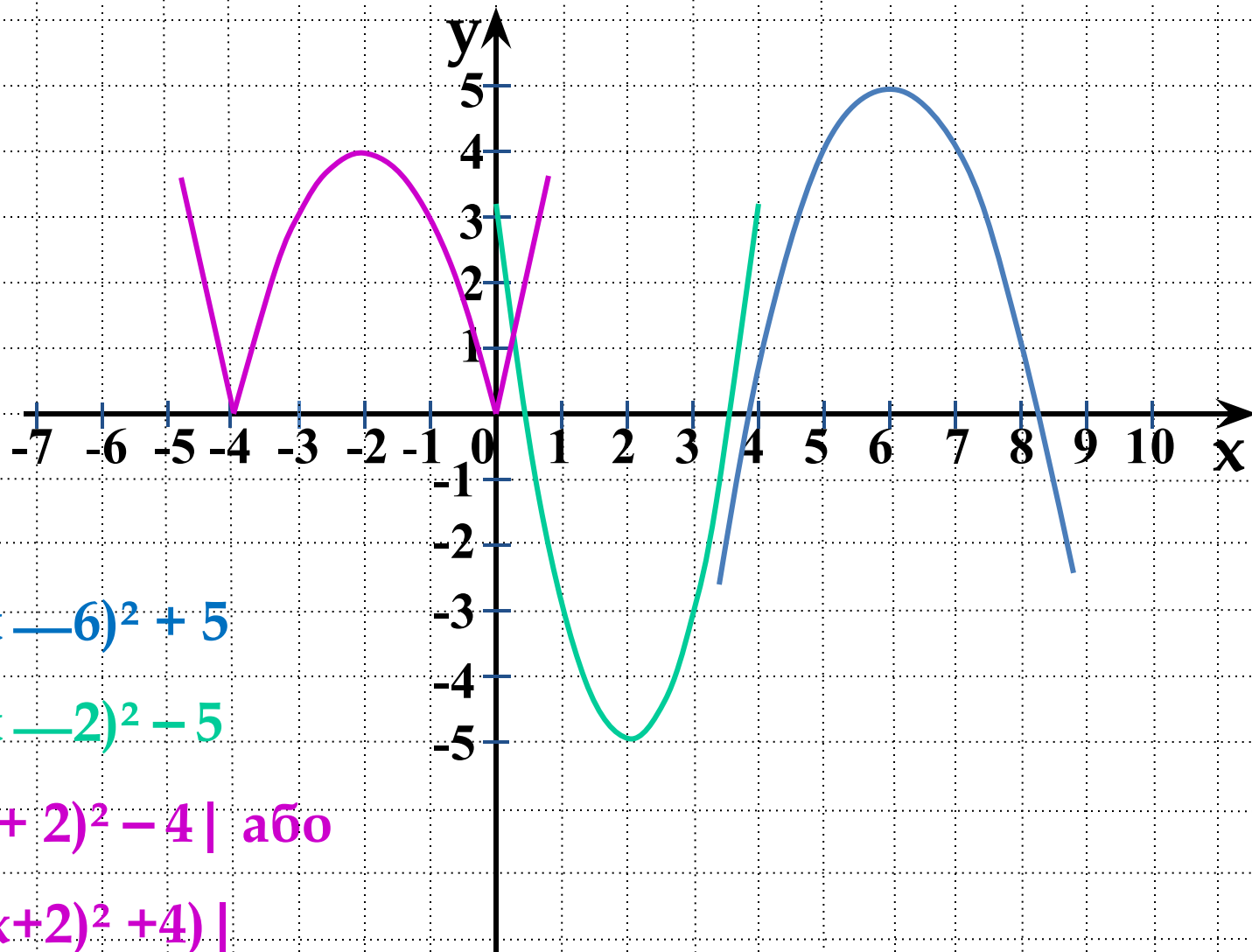
3 $y = 3(x + 3)^2$

4 $y = -(x + 2)^2 + 2$

5 $y = -2(x - 1)^2 + 3$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				

4. Графіки яких функцій зображено на рисунку?



1. $y = -(x - 6)^2 + 5$

2. $y = 2(x - 2)^2 - 5$

3. $y = |(x + 2)^2 - 4|$ або

$y = |-(x + 2)^2 + 4|$