

Системы счисления



ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Система счисления - это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Алфавит системы счисления - это совокупность цифр и букв, с помощью которых записываются числа.

Основание системы счисления - это количество цифр в алфавите.

Системы счисления

```
graph TD; A[Системы счисления] --> B[Позиционные]; A --> C[Непозиционные];
```









Позиционные

(количественное значение цифры зависит от ее позиции в числе)

Непозиционные

(количественное значение цифры не зависит от ее позиции в числе)

Древнеегипетская десятичная система счисления

	1. Для счета небольшого количества предметов Египтяне использовали палочки.
	10. Такими путями египтяне связывали коров
	100. Мерная веревка, которой измеряли земельные участки после разлива Нила.
	1000. Цветок лотоса
	10 000. "В больших числах будь внимателен!" - говорит поднятый вверх указательный палец.
	100 000. Это головастик. Обычный лягушачий головастик.
	1 000 000. Увидев такое число, обычный человек очень удивится и возденет руки к небу. Это и изображает этот иероглиф
	10 000 000. Египтяне поклонялись Амону Ра, богу Солнца, и, наверное, поэтому самое большое свое число они изобразили в виде восходящего солнца











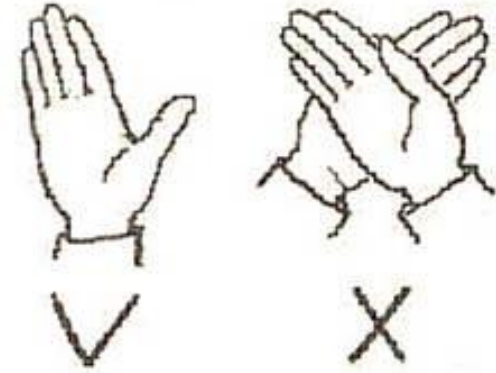







- 1 023 029

Римская пятеричная система счисления



Предполагаемое происхождение римских цифр

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Правила записи чисел

- Числа записывались слева направо, от больших к меньшим.
- Если цифра с меньшим значением записывалась перед цифрой с большим значением, то происходило ее вычитание.
- Нельзя было писать четыре одинаковые цифры подряд.

Славянская кириллическая десятичная алфавитная система счисления

А	В	Г	Д	Е	З	И	Ѡ	
аз	веди	глаголь	добра	есть	зело	земля	иже	фита
1	2	3	4	5	6	7	8	9
І	К	Л	М	Н	Ѣ	Ѧ	П	Ч
и	како	люди	мыслете	наш	кси	он	покой	червь
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Р	С	Т	У	Ф	Х	Ѩ	Ѡ	Ц
рцы	слово	твердь	ук	ферт	жа	пси	о	цы
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Для обозначения чисел больших, чем 900 использовались специальные значки, которые дорисовывались к букве.

	Тысяча	1000
	Тьма	10 000
	Легион	100 000
	Леодр	1 000 000
	Ворон	10 000 000
	Колода	100 000 000

ДИ - 14

ѠѢГ - 863

Недостатки непозиционной системы счисления:

- Для записи больших чисел необходимо вводить новые цифры (буквы);
- Трудно записывать большие числа;
- Нельзя записывать дробные и отрицательные числа;
- Нет нуля;
- Очень сложно выполнять арифметические действия.

Вавилонская десятичная / шестидесятеричная система счисления

В древнем Вавилоне примерно во II тысячелетие до нашей эры была такая система счисления - числа менее 60 обозначались с помощью двух знаков: для единицы, и для десяти.



Числа больше 60 записывались по разрядам, с небольшими пробелами между ними



Так записывается число 302, то есть $5 \cdot 60 + 2$



А это $1 \cdot 60 \cdot 60 + 2 \cdot 60 + 5 = 325$

Древнекитайская десятичная система счисления

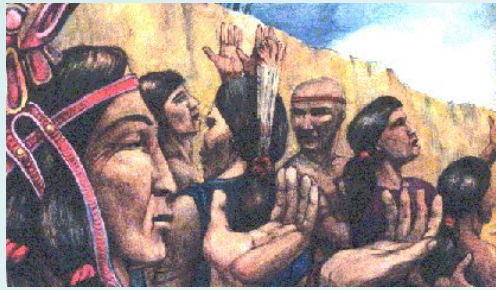
一	1	六	6
二	2	七	7
三	3	八	8
四	4	九	9
五	5	〇	0

Чтобы не перепутать разряды использовали несколько служебных иероглифов, писавшихся после основного иероглифа, и показывающих какое значение принимает иероглиф-цифра в данном разряде

十	百	千	萬
10	100	1 000	10 000

一千 $1 * 1\ 000 = 1000$

五百四十八 $5 * 100 + 4 * 10 + 8 = 548$



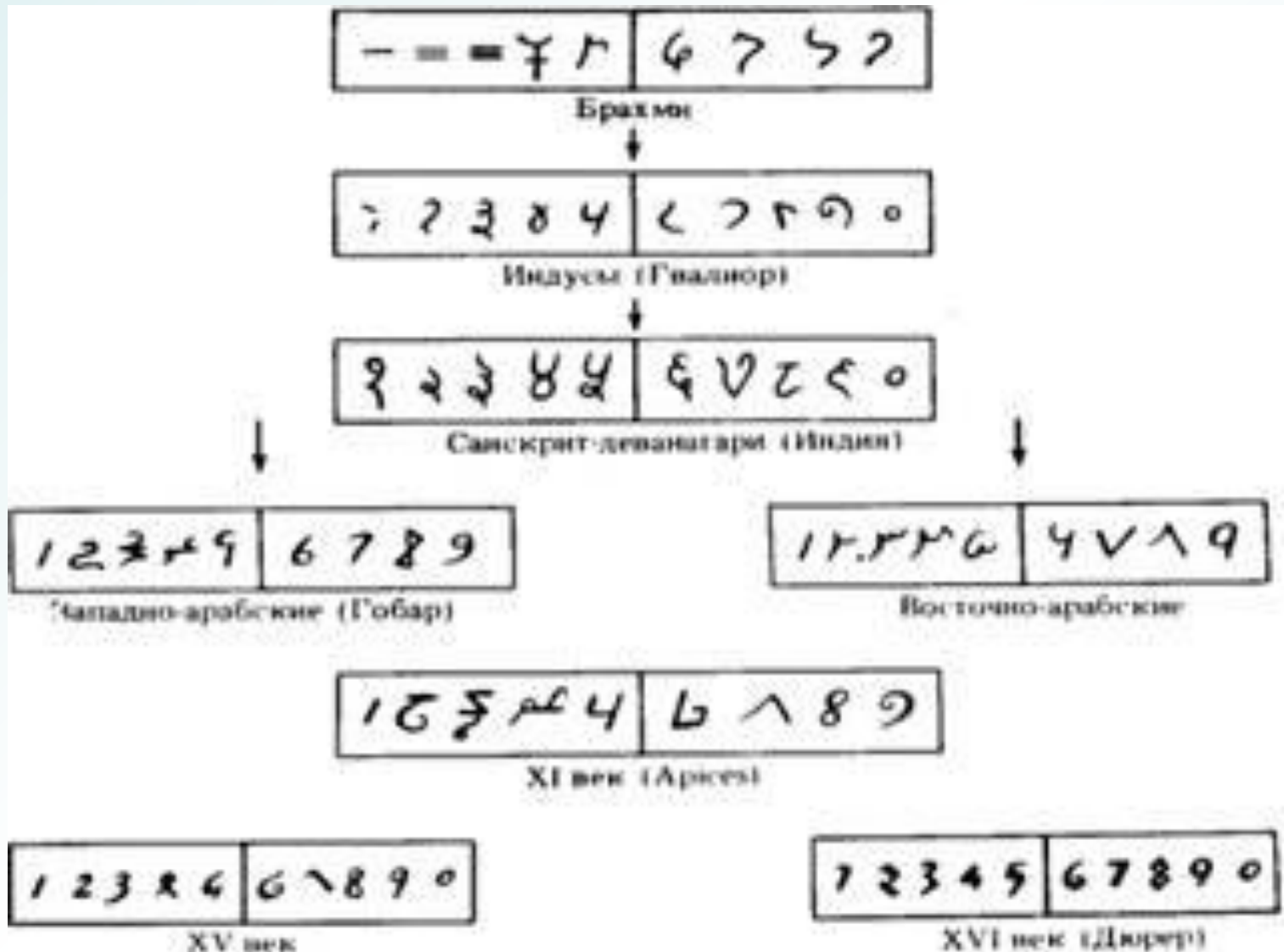
Историческая справка

Начало десятичной системе счисления было положено в Древнем Египте и Вавилоне, в основном ее формирование было завершено индийскими математиками в V-VII вв. н.э. Арабы первые познакомились с этой нумерацией и по достоинству ее оценили. В XII веке арабская нумерация чисел распространилась по всей Европе.



шумерский календарь

Арабская десятичная система счисления



Распространенные позиционные система счисления

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), F(15)

Представление чисел в позиционной системе счисления



Развернутая форма записи числа

$$555 = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

$$555,55 = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

Развернутая форма записи числа в общем виде

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot q^{-m}$$

Свернутая форма записи числа в общем виде

$$A_q = a_{n-1} a_{n-2} \dots a_0 a_{-1} \dots a_{-m}$$

Основные достоинства позиционной системы счисления:

- Ограниченное количество символов для записи чисел;
- Простота выполнения арифметических операций.

Задание 1: Укажите какие числа записаны с ошибками. Ответ обоснуйте.

156_7

$3005,23_4$

$185,794_8$

1102_2

$1345,52_6$

$112,011_3$

$16,545_5$

Задание 3: Запишите в развернутой форме следующие числа

$$N_8 = 7764,1 =$$

$$N_5 = 2430,43 =$$

$$N_{16} = 3AF,15 =$$

Задание 4:

Какое минимальное основание может иметь система счисления, если в ней записаны числа 23 и 67?