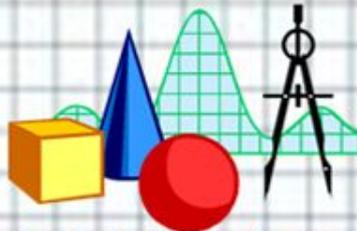




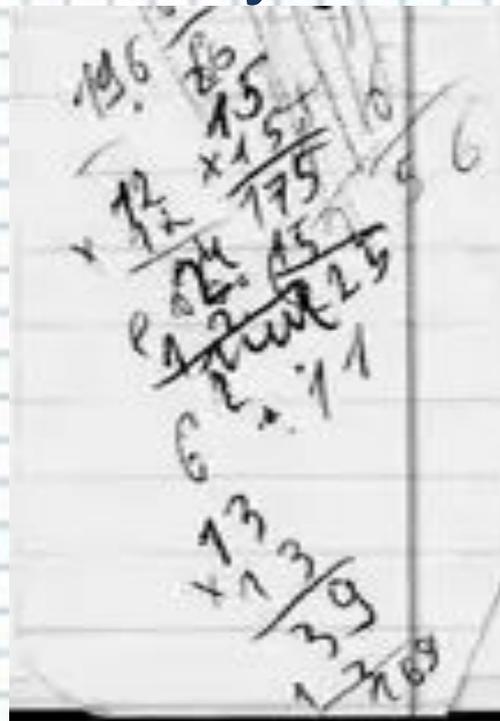
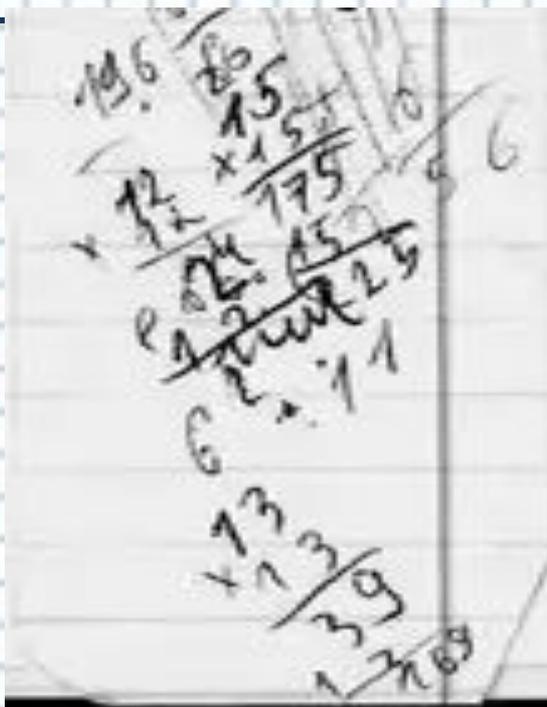
Использование нетрадиционных методов при подготовке к ЕГЭ по математике



Принцип Kiss

- 1) очень-очень быстро
- 2) очень мелкими цифрами, в уголке тетради В результате получается вот

ч



1. Перемножить числа во многих случаях можно и без «столбика», в строчку. Это намного быстрее.

$$18 \cdot 17 = 18 \cdot 10 + 18 \cdot 7 = 18 \cdot 10 + 10 \cdot 7 + 8 \cdot 7 = 180 + 70 + 56 = 306$$

$$385 \cdot 7 = 300 \cdot 7 + 80 \cdot 7 + 5 \cdot 7 = 2100 + 560 + 35 = 2695$$

2. Теперь – деление. Нелегко «в столбик» разделить 9450 на 2100. Но вспомним, что знак деления и дробная черта – одно и то же. Запишем в виде дроби и сократим дробь:

$$\frac{9450}{2100} = \frac{945}{210} = \frac{315}{70} = \frac{63}{14} = \frac{9}{2} = 4,5$$

$$364 : 1040 = \frac{364}{1040} = \frac{182}{520} = \frac{91}{260} = \frac{7}{20} = 0,35$$



3. Как быстро и без всяких столбиков возвести в квадрат двузначное число? Применяем формулы сокращенного умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + c^2$$

$$23^2 = (20 + 3)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 3 + 3^2 = 400 + 120 + 9 = 529$$

$$39^2 = (30 + 9)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 9 + 9^2 = 900 + 540 + 81 = 1521$$

$$78^2 = (80 - 2)^2 = 80^2 - 2 \cdot 80 \cdot 2 + 2^2 = 6400 - 320 + 4 = 6084$$



Числа, оканчивающиеся на 5, в квадрат возводятся моментально.

Допустим, надо найти квадрат числа $A5$ (A — не обязательно цифра, любое натуральное число). Умножаем A на $A+1$ и к результату приписываем 25. Всё!

Например, $45^2 = 2025$ ($4 \cdot 5 = 20$ и приписали 25)

$65^2 = 4225$ ($6 \cdot 7 = 42$ и приписали 25)

$125^2 = 15625$ ($12 \cdot 13 = 156$ и приписали 25)

Этот способ полезен не только для возведения в квадрат, но для извлечения квадратного корня из чисел, оканчивающихся на 25



5. Первый способ – разложение подкоренного выражения на множители

Найдем $\sqrt{6561}$

Число 6561 делится на 3 (так как сумма его цифр делится на 3). Разложим на множители:

$$6561 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 81 = 81 \cdot 81 \quad \sqrt{6561} = 81$$

Найдем, $\sqrt{2916}$

Это число делится на 2. На 3 оно тоже делится.

Раскладываем на множители

$$\sqrt{2916} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 27} = 2 \cdot 27 = 54$$



Есть и второй способ. Он удобен, если число, из которого надо извлечь корень, никак не получается разложить на множители.

Например, $\sqrt{5041}$: ло под корнем – нечетное, оно не делится на 3, не делится на 5, не делится на 7 ...

Очевидно, что в квадрат возводили двузначное число, которое находится между числами 70 и 80, поскольку

$$70^2 = 4900 \quad 80^2 = 6400$$

а число 5041 находится между ними. Первую цифру в ответе мы уже знаем, это 7.

Последняя цифра в числе равна 1. Поскольку $1^2 = 1$ $9^2 = 81$ последняя цифра в ответе – либо 1, либо 9



Проверим: $71^2 = (70 + 1)^2 = 4900 + 140 + 1 = 5041$

Найдем $\sqrt{2809}$

$$50^2 = 2500 \quad 60^2 = 3600$$

Значит, первая цифра в ответе – пятерка

В числе 2809 последняя цифра – девятка. $3^2 = 9, 7^2 = 49$

Значит, последняя цифра в ответе – либо 3, либо 7.

$$53^2 = (50 + 3)^2 = 2500 + 300 + 9 = 2809$$



6. Разложение дискриминанта на множители

$$2x^2 + 90x - 8100 = 0$$

$$D = 8100 + 8 \cdot 8100 = 8100(1 + 8) = 8100 \cdot 9$$

$$\sqrt{D} = 90 \cdot 3 = 270$$

Или иногда дискриминант удастся посчитать по известной формуле сокращенного умножения $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$9x^2 - 37x + 4 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 37^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = 37^2 - 12^2 = (37 - 12)(37 + 12) = 25 \cdot 49$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{25 \cdot 49} = 5 \cdot 7 = 35$$



- Самое главное –вычисления должны быть максимально простыми. Есть известный принцип, применяемый в программировании и дизайне. По-английски он звучит так: «Keep it simple, stupid!» и легко запоминается как KISS (делай просто и примитивно!)



Формула Пика

Когда вершины многоугольника расположены в узлах квадратной сетки, можно воспользоваться формулой Пика. Формула так названа в честь австрийского математика Пика, который открыл ее в 1899 году.

$$S = B + \Gamma/2 - 1, \text{ где}$$

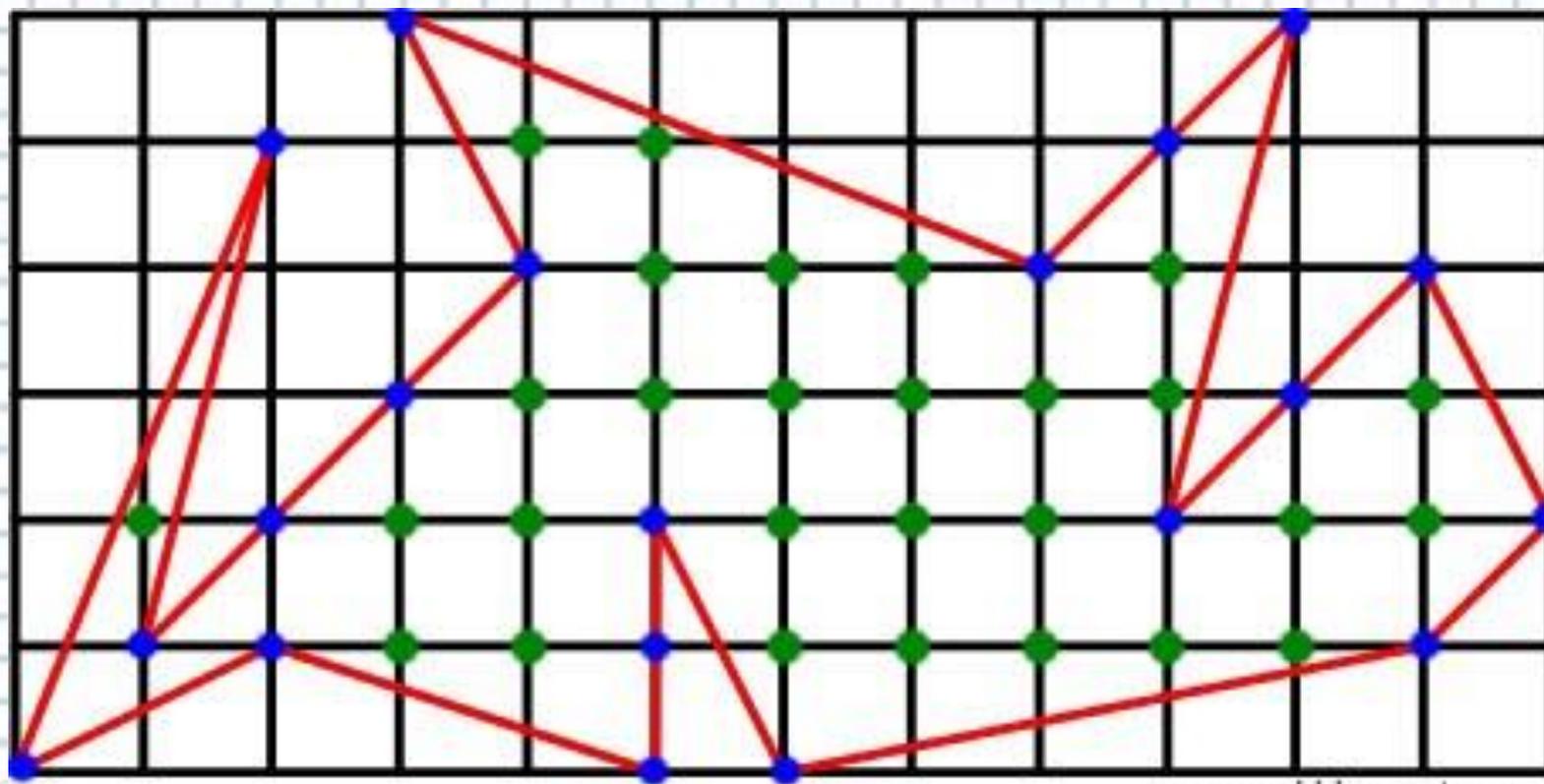
S - площадь многоугольника;

B - количество узлов сетки, лежащих внутри многоугольника (зеленые точки);

Γ - количество узлов сетки, лежащих на границе многоугольника (синие точки).

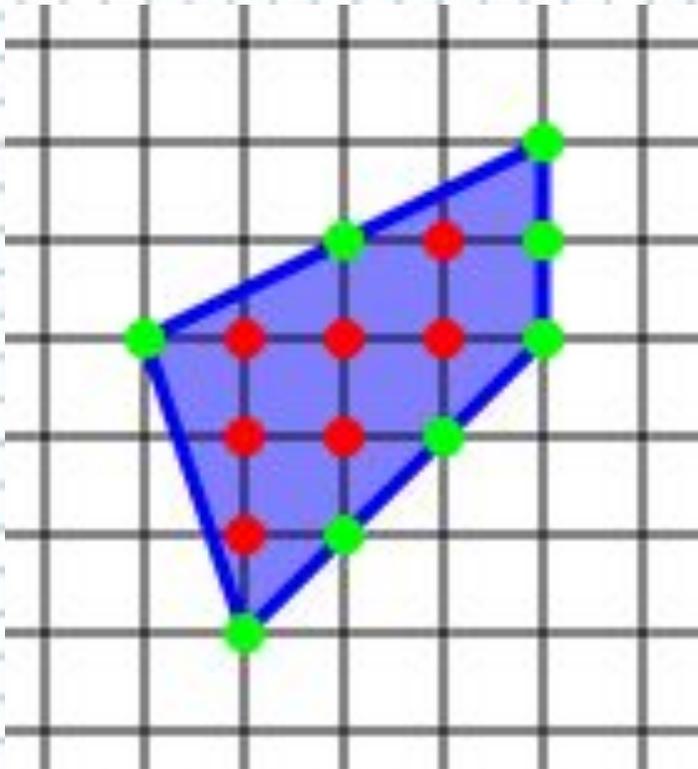


Получаем, $S = 28 + 20/2 - 1 = 37$ кв.ед.

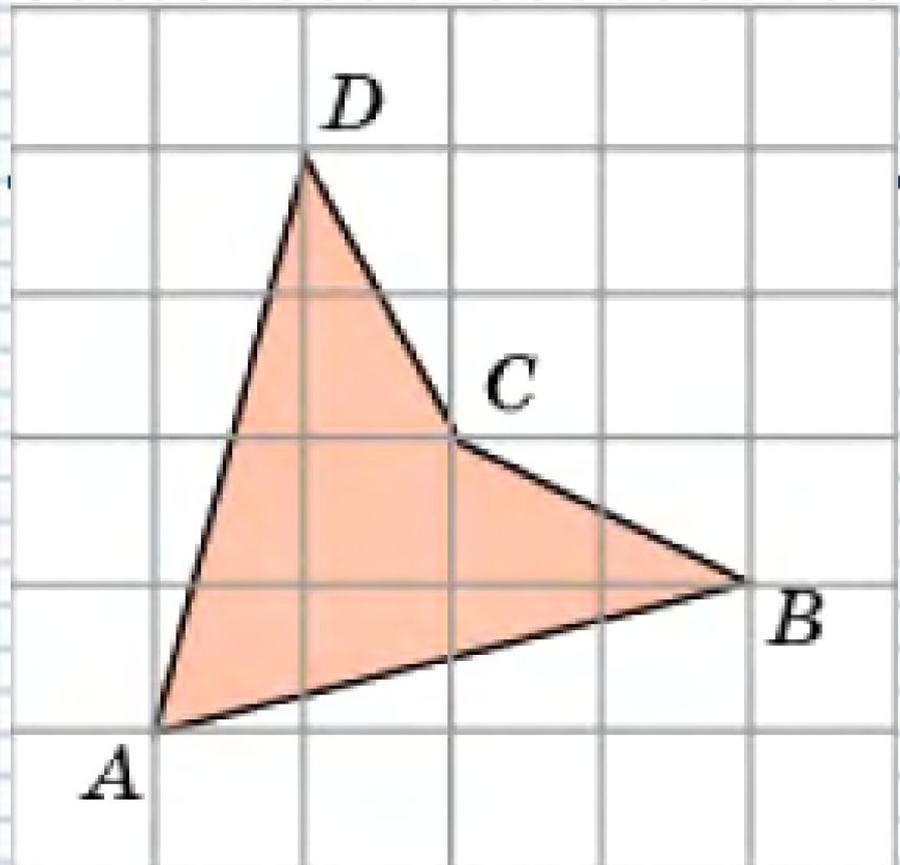


possward.blogspot.com





$$S = 7 + 8/2 - 1 = 10$$



$$S = 5 + 4/2 - 1 = 6$$

Стереометрия В10

а) Если размер каждой стороны плоской фигуры увеличить (уменьшить) в N раз, то ее площадь увеличится (уменьшится) в N^2 раз;

б) Если размер каждой стороны объемной фигуры увеличить (уменьшить) в N раз, то ее объем увеличится (уменьшится) в N^3 раз.



Пример 1.

Если сторону равностороннего
треугольника увеличить в 3 раза,
то его площадь увеличится в $3^2 = 9$ раз.

Пример 2.

Если сторону квадрата уменьшить в 2 раза,
то его площадь уменьшится в $2^2 = 4$ раза.

Пример 3.

Если радиус шара увеличить в 4 раза, то
его объем увеличится в $4^3 = 64$ раза.



В10. Бильярдный шар весит 360 г.

Сколько граммов будет весить шар вдвое меньшего радиуса, сделанного из того же материала?

Поскольку радиус шара уменьшился в 2 раза, то его объем уменьшился в $2^3 = 8$ раз.

Следовательно, его масса также уменьшится в 8 раз, и станет равной $360:8 = 45$ г.



В10. Объем данного правильного тетраэдра равен 2 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра.

Поскольку ребро тетраэдра увеличилось в 3 раза, то его объем увеличится в $3^3 = 27$

раз

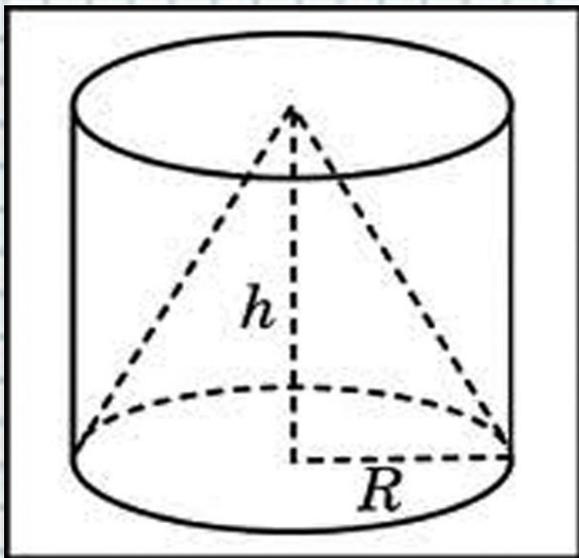
И станет равным $2 * 27 = 54$.

• Ответ: 54



В10. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 16.

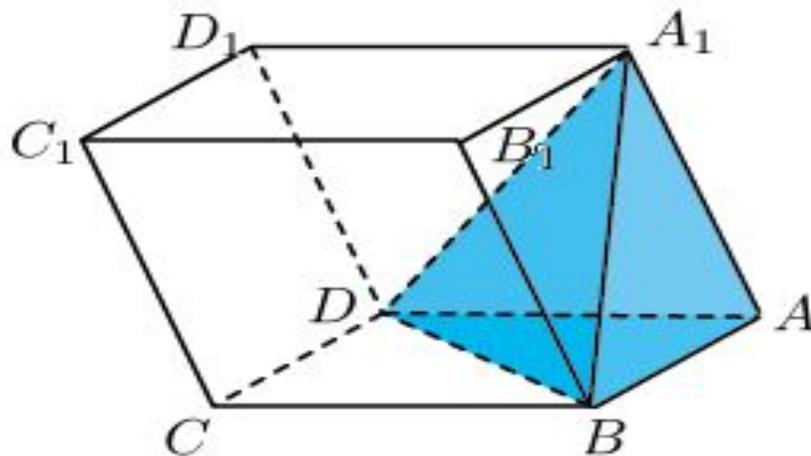
Объём конуса равен $\frac{1}{3} Sh$, а объём цилиндра Sh , где S – общая площадь основания, h – общая высота. Значит, объём цилиндра в 3 раза больше объёма конуса и равен $16 \cdot 3 = 48$



В10. Объем параллелепипеда равен 9 . Найдите объем треугол $ABDA_1$

Мы помним, что ~~объем~~ **пирамиды** параллелепипеда равен $S_{OCH} \cdot h$
А объем пирамиды равен $\frac{1}{3} S_{OCH} \cdot h$ Иными словами, если у
параллелепипеда и пирамиды одинаковые основания и
одинаковые высоты, то объем пирамиды будет в три раза
меньше, чем объем параллелепипеда. А у нашей пирамиды
еще и площадь основания в два раза меньше. Значит, ее
объем в шесть раз меньше объема параллелепипеда.

• Ответ: 1,5 .



В 10. В цилиндрический сосуд налили 5000 см³ воды. Уровень жидкости оказался равным 40 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 15 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см³.

Мы знаем, что объём цилиндра равна произведению площади основания на высоту:

$$V_{\text{цил}} = S_{\text{осн}} \cdot H$$

Площадь основания:

$$5000 = S_{\text{осн}} \cdot 40$$

Найдём полученный объём:

$$S_{\text{осн}} = \frac{5000}{40} = 125$$

$$S_{\text{осн}} \cdot H = 125 \cdot 55 = 6875 \text{ см}^3$$

Теперь можем вычислить объём детали: $6875 - 5000 = 1875$



По закону Архимеда объем детали равен
объему вытесненной ею жидкости

Объем вытесненной жидкости равен $15/40$ от
объема:

$$V_{\text{дет}} = \frac{15}{40} \cdot 5000 = \frac{3}{8} \cdot 5000 = 3 \cdot 625 = 1875 \text{ см}^3$$

Ответ: 1875



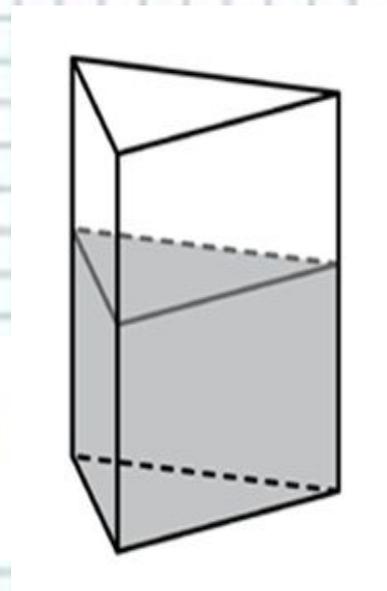
В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2500 см³ воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 24 см. Чему равен объем детали?

Ответ выразите в см³.

По закону Архимеда объем детали равен объему вытесненной ею жидкости.

Объем вытесненной жидкости равен

$$V_{\text{дет}} = \frac{4}{20} \cdot 2500 = \frac{1}{5} \cdot 2500 = 500 \text{ см}^3$$



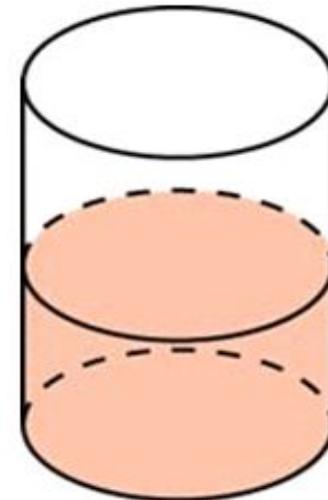
Ответ: 500

В цилиндрический сосуд, в котором находится 14 литров воды, опущена деталь.

При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,1 раза. Чему равен объем

детали? Ответ выразите в литрах.
Объём цилиндра равен произведению площади его основания на высоту:

Жидкость в сосуде имеет цилиндрическую объёмную форму.



Уровень жидкости поднялся в 1,1 раза – означает, что высота цилиндра увеличилась в 1,1 раза. Исходя из формулы объёма цилиндра понятно, что при увеличении высоты в 1,1 раза влечёт за собой увеличение объёма также в 1,1 раза (так как зависимость величин прямопропорциональная).

Это означает, что после погружения детали объём будет равен $14 \cdot 1,1 = 15,4$ литра.

Таким образом, объём детали будет равен: $15,4 - 14 = 1,4$ литра.

Ответ: 1,4



Метод Пирсона (квадрат Пирсона)

Готовим раствор определенной концентрации. Имеется 2 раствора с более высокой и менее высокой концентрацией, чем нужно.

Обозначим массу 1-го раствора m_1 , а 2-го m_2 , тогда при смешивании масса смеси будет равна сумме этих масс.

Массовая доля растворённого вещества в 1-м растворе – ω_1 , во 2-м – ω_2 , а в их смеси – ω_3 . Тогда общая масса растворённого вещества в смеси будет складываться из масс растворённого

вещества в исходных растворах: $m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2 = \omega_3(m_1 + m_2)$,

$$m_1(\omega_1 - \omega_3) = m_2(\omega_3 - \omega_2)$$



- Отношение массы 1-го раствора к массе 2-го раствора это отношение разности массовых долей растворённого вещ-ва в смеси и в 2-м растворе к разности величин в 1-м растворе и в смеси.

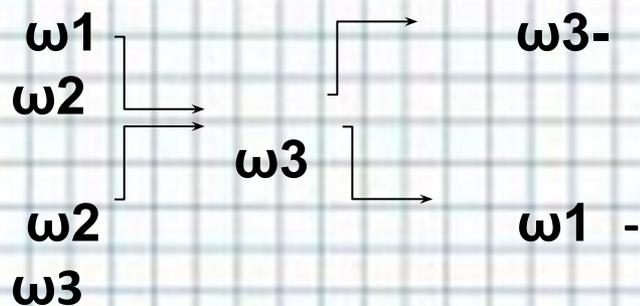
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\omega_3 - \omega_2)}{(\omega_1 - \omega_3)}$$

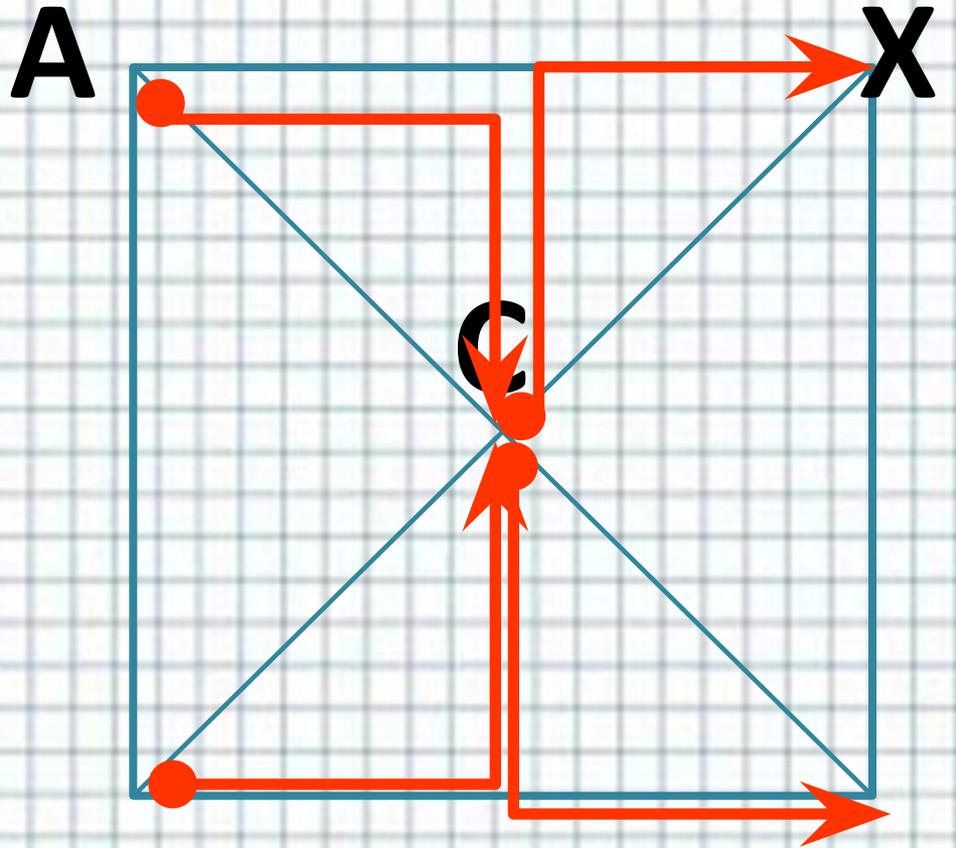


При решении задач на растворы с разными концентрациями чаще всего применяют квадрат Пирсона

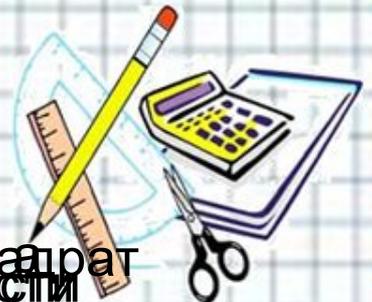
При расчётах записывают одну над другой массовые доли растворённого вещества в исходных растворах, справа между ними – его массовую долю в растворе, который нужно приготовить, и вычитают по диагонали из большего меньшее значение.

Разности их вычитаний показывают массовые доли для первого и второго растворов, необходимые для приготовления нужного раствора.





A-C=Y
C-B=X



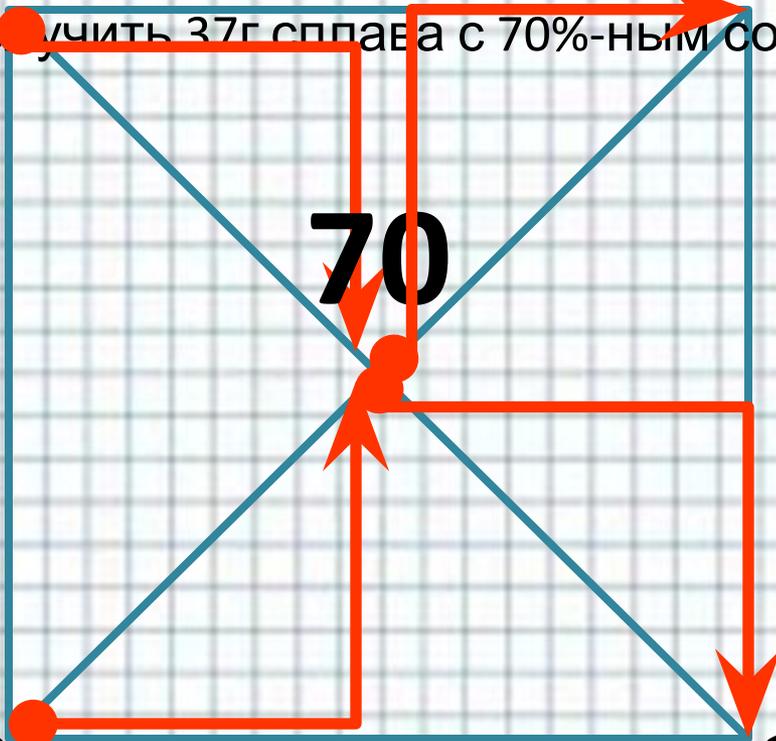
Миң (C) ...
 На ...
 и у ...
 крепости (C).
 веществ (a).

В ювелирную мастерскую поступило два сплава золота различной пробы:

95

12

58% и 95%. Сколько граммов сплава с 95%-ным содержанием золота нужно взять, чтобы получить 37г сплава с 70%-ным содержанием золота?



58

25

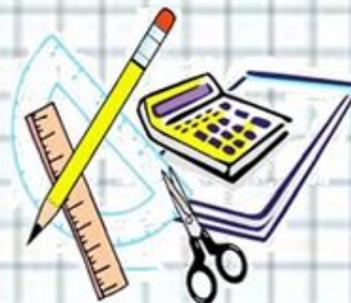
$90 - 30 = 20$

Пусть k – коэффициент пропорциональности.

$12k + 25K = 37$,

$k = 1$.

Значит, мы должны взять 12 г золота с 70%



Задача 1.

Морская вода содержит 5% соли (по массе). Сколько пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы концентрация соли составила 1,5%?

Решение:

5%	→	1,5%	30 кг
	→	1,5%	
0%	→	3,5%	x кг

$$\frac{30}{x} = \frac{1,5}{3,5};$$

$$x = \frac{30 \cdot 3,5}{1,5};$$

$$x = 7.$$

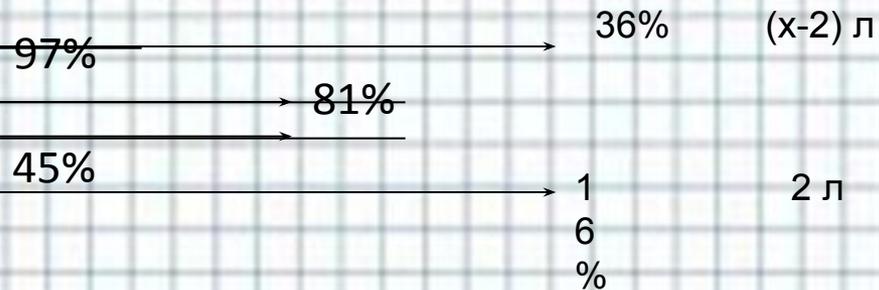
Ответ: 7 килограммов.



Задача 2.

Из сосуда, доверху наполненного 97% раствором кислоты, отлили 2 литра жидкости и долили 2 литра 45% раствора этой же кислоты.

После этого в сосуде получился 81% раствор кислоты. Сколько литров раствора вмещает сосуд?



$$\frac{x-2}{2} = \frac{36}{16};$$

$$16(x-2) = 72;$$

$$x = 6,5.$$

Ответ: 6,5 литров.



Смешали 500 г 10%-го раствора соли и 400 г 55%-го раствора соли.

Определите концентрацию соли в смеси.

10% \longrightarrow (55-x)% 500 г

\longrightarrow x%

55% \longrightarrow (x-10)% 400 г

$$\frac{500}{400} = \frac{55 - x}{x - 10};$$

$$\frac{5}{4} = \frac{55 - x}{x - 10};$$

$$5x - 50 = 220 - 4x;$$

$$9x = 270;$$

$$x = 30.$$

Ответ: концентрация соли в смеси двух исходных растворов 30%.



Задача 1.

Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: 17%.

Задача 2.

Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: 21%.



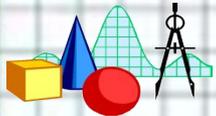
Список использованной литературы



- <http://matematikalegko.ru/konus-cilindr/zadachi-s-zhidkostyami.html>



- <http://im26.gulfup.com/rftR6.png>



- <http://www.need4soft.ru/uploads/taginator/Jan-2013/fon-dlya-prezentacii.jpg>



- <http://ege-study.ru/materialy-ege/stereometriya-na-ege-zadachi-v9-i-v11-priemy-i-sekrety/>



- <http://ege-study.ru/materialy-ege/bystryj-schet-bez-kalkulyatora-i-bez-vychislitelnyx-oshibok/>



- Математика. Базовый уровень ЕГЭ-2013 (В7-В14).
Пособие для «чайников» /Е.Г. Коннова, В.А. Дрёмов,
С.О. Иванов и др. – Ростов –на-Дону: Легион, 2012.
– 208 с. – (Готовимся к ЕГЭ)