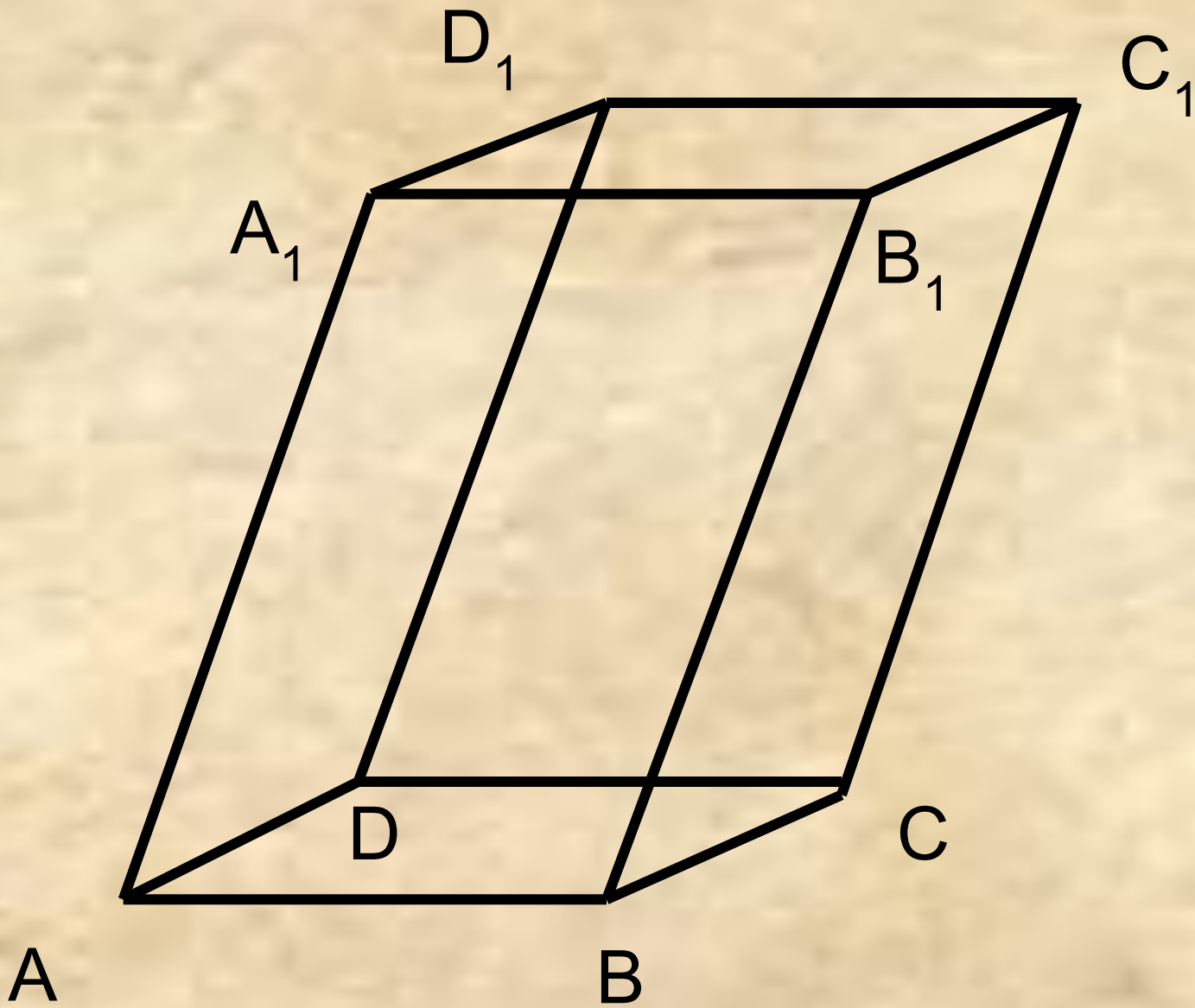


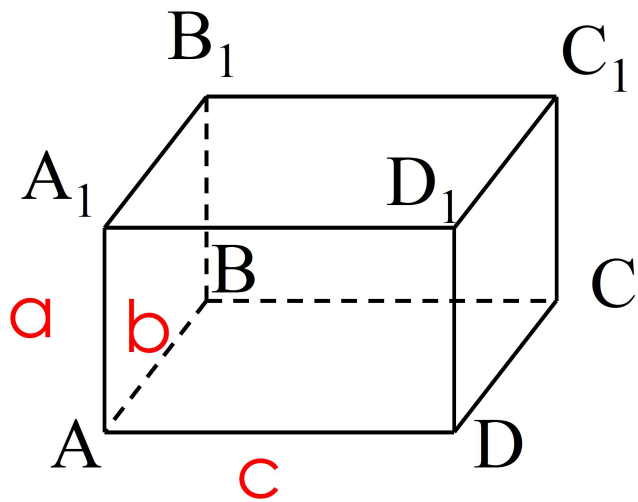
Пространственные фигуры

Площадь, объем.

У

ПРЯМОУГОЛЬНИИ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

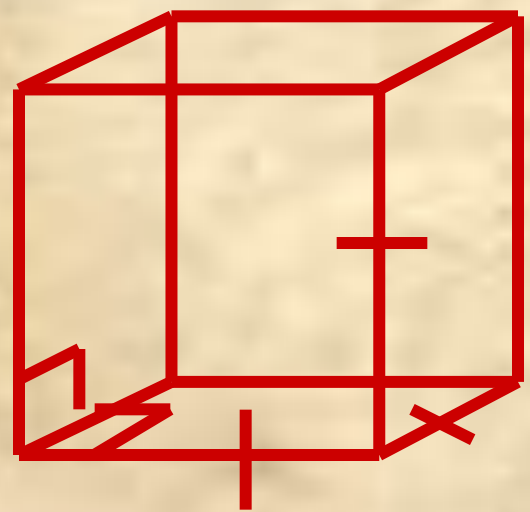
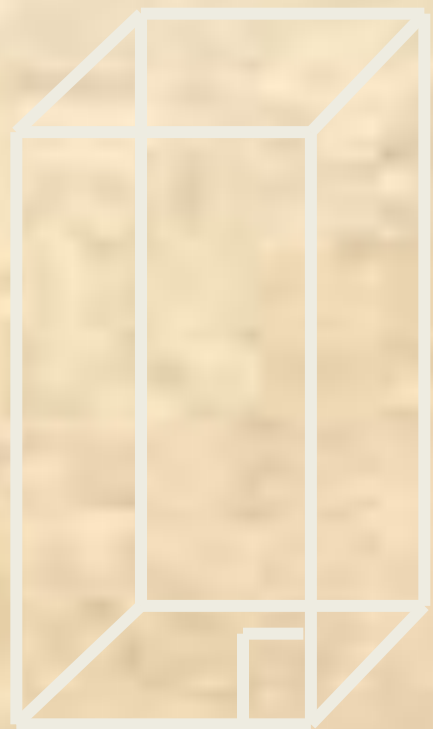
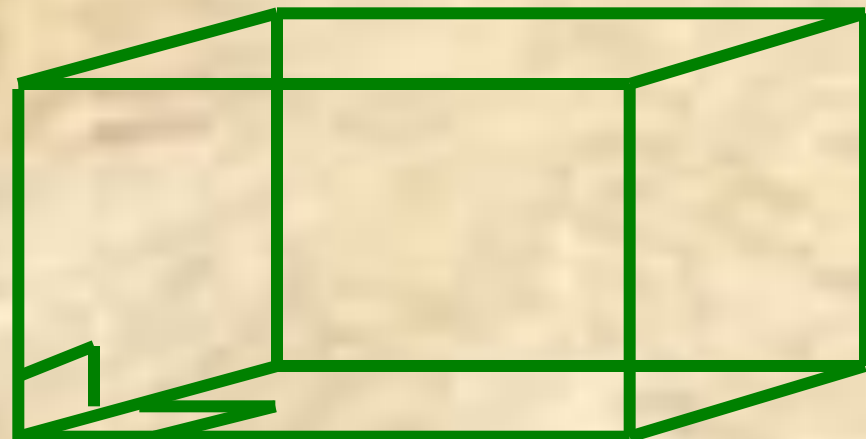
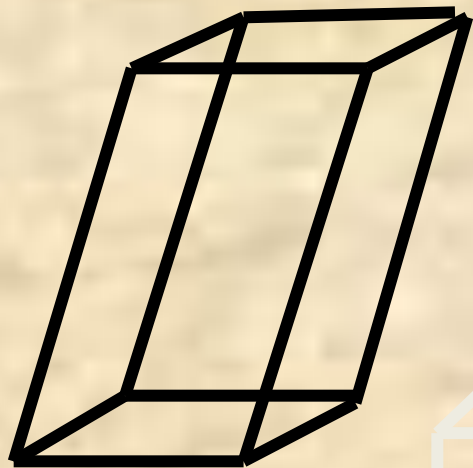




Геометрическое тело или многогранник, состоящий из трёх пар равных параллелограммов лежащих в параллельных плоскостях, называется параллелепипедом

(Назвать вершины, рёбра, грани и их количество.)

ВИДЫ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДОВ

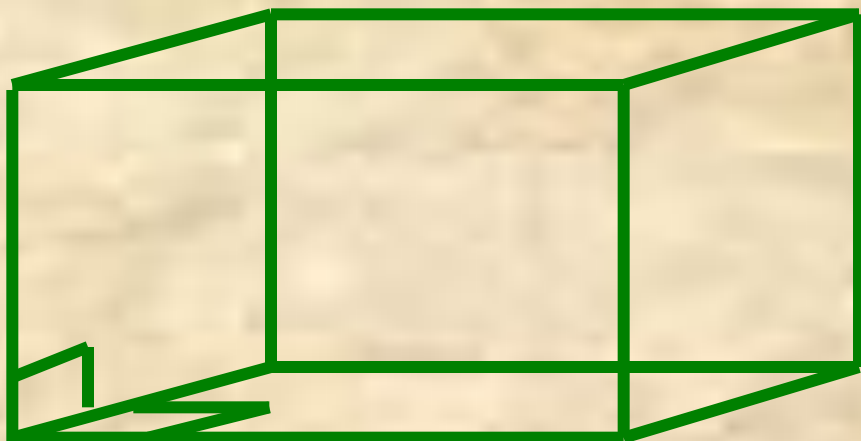


ПРЯМОЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД



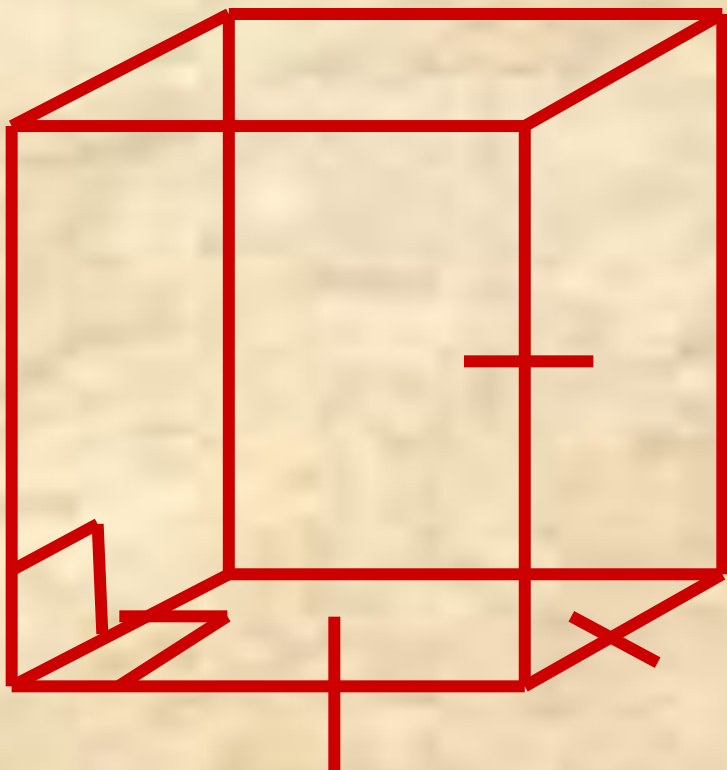
**Параллелепипед,
у которого боковые
стороны перпендику-
лярны основанию,
называется прямым.**

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

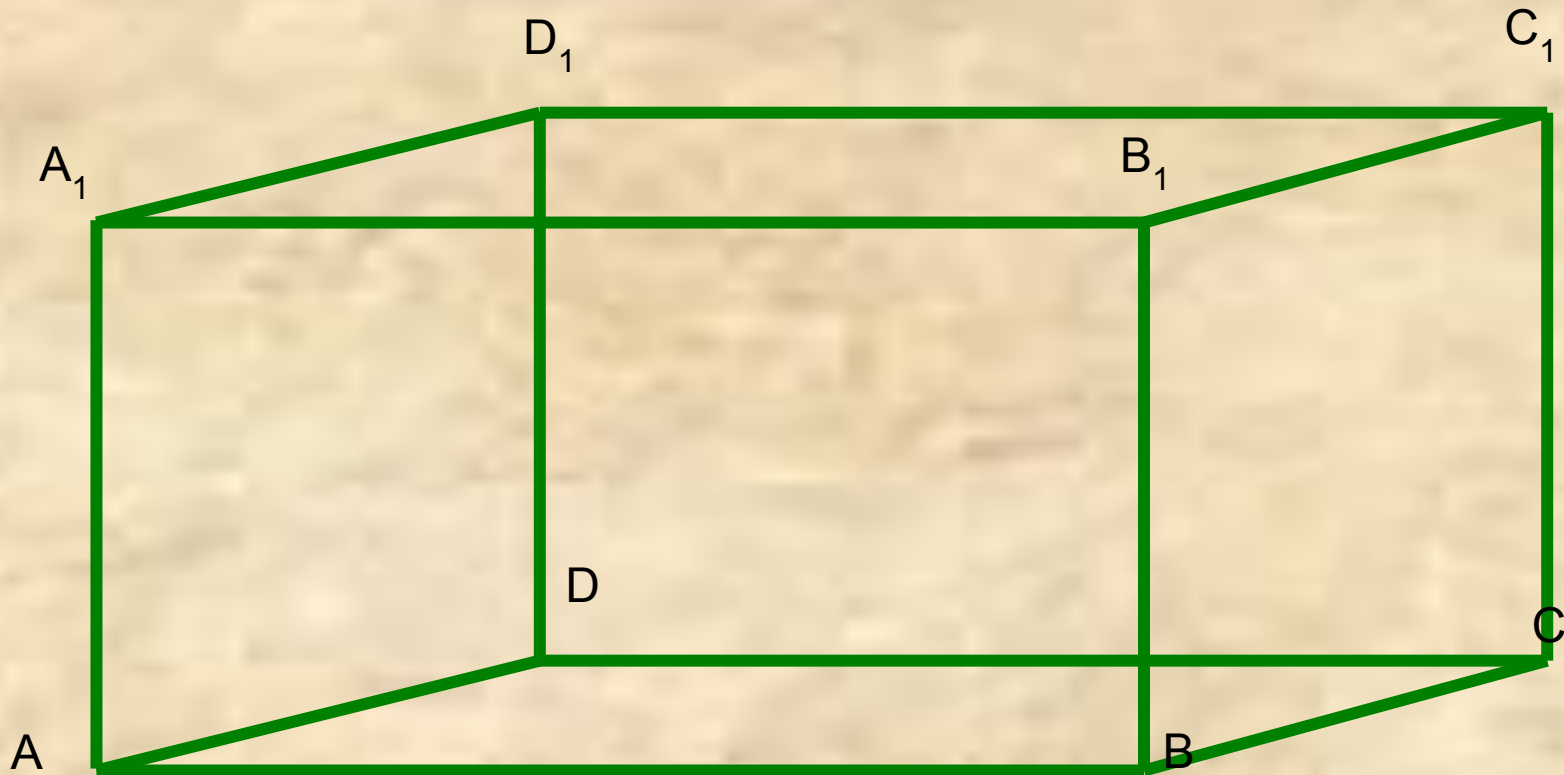


Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые рёбра перпендикулярны к основанию, а основания являются прямоугольниками.

**ПРАВИЛЬНЫЙ
ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД**



куб



1. В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники.
2. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.

Доказать:

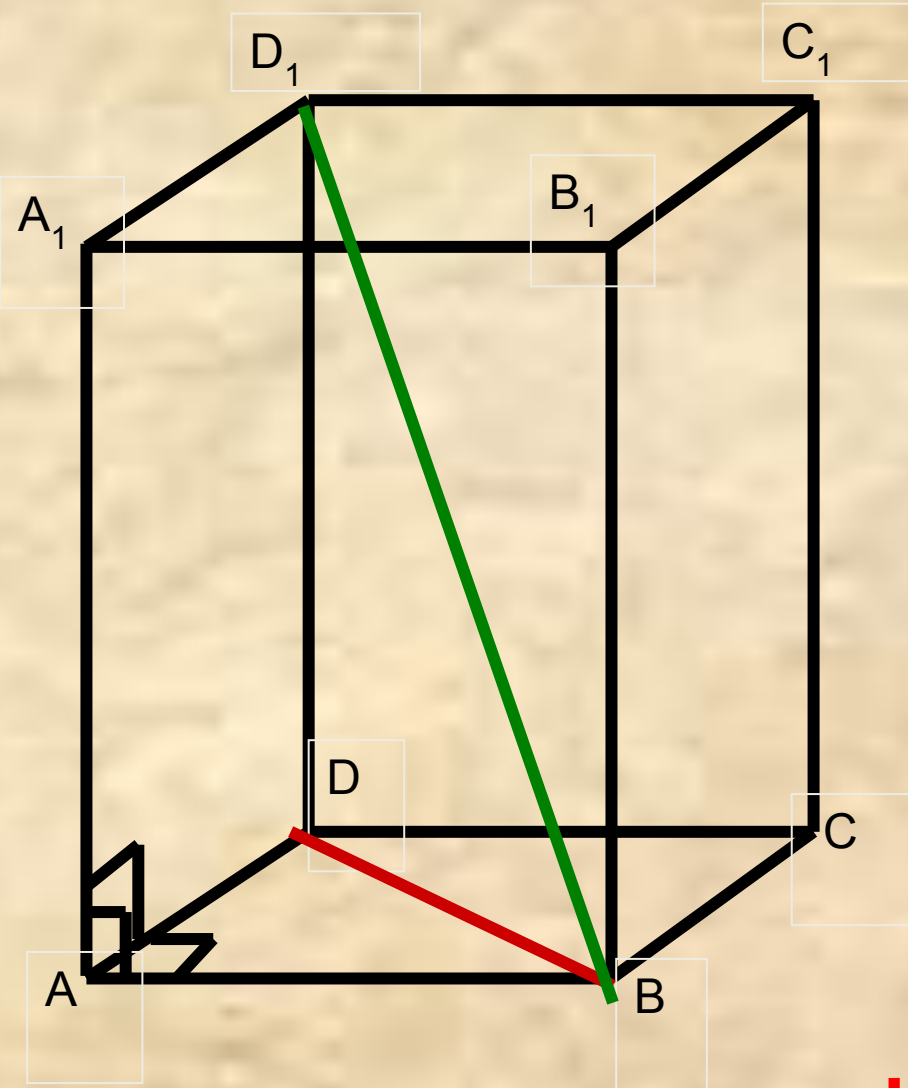
$$AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$$

Доказательство:

1. $\triangle ABD$ –
прямоугольный
По т. Пифагора
 $DB^2 = AB^2 + AD^2$

2. $\triangle BDD_1$ –
прямоугольный
По т. Пифагора
 $BD_1^2 = DB^2 + DD_1^2$

3. Из 1 и 2 следует: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$



Площадь поверхности и объем

- Площадь поверхности параллелепипеда равна сумме площадей всех его граней

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна $S=2(ab+bc+ac)$

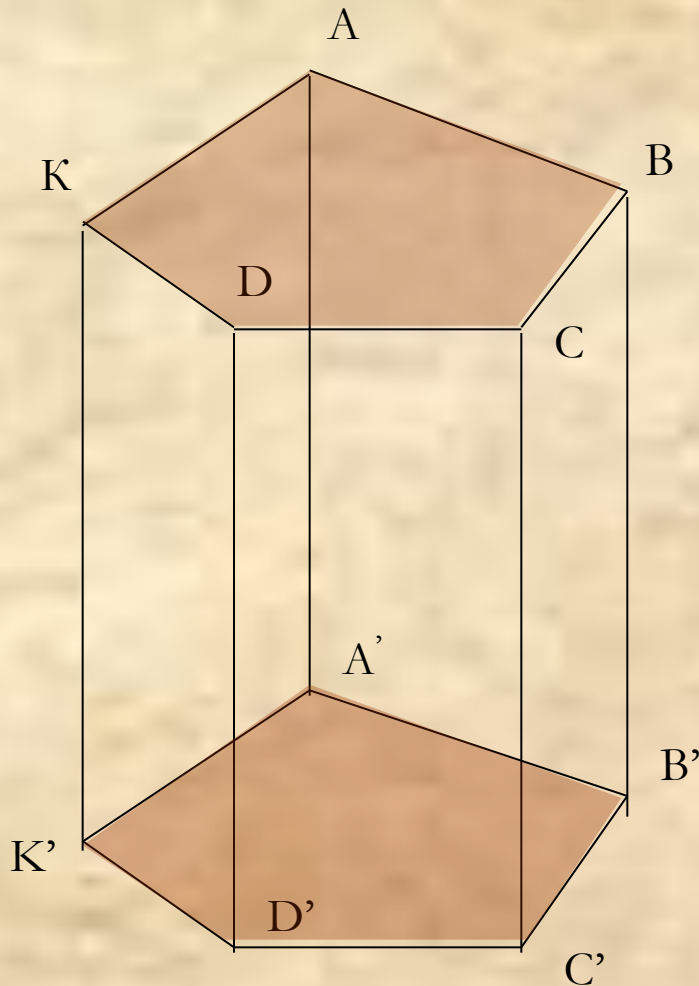
- Объем параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту. $V=S_{\text{осн}} \cdot H$

Объем прямоугольного параллелепипеда

$$V = abc$$

Призма

Понятие призмы



Призма – это многогранник, в основаниях которого лежат равные многоугольники, а боковые грани — параллелограммы.

Элементы призмы

Верхнее основание

Ребро основания

Вершина

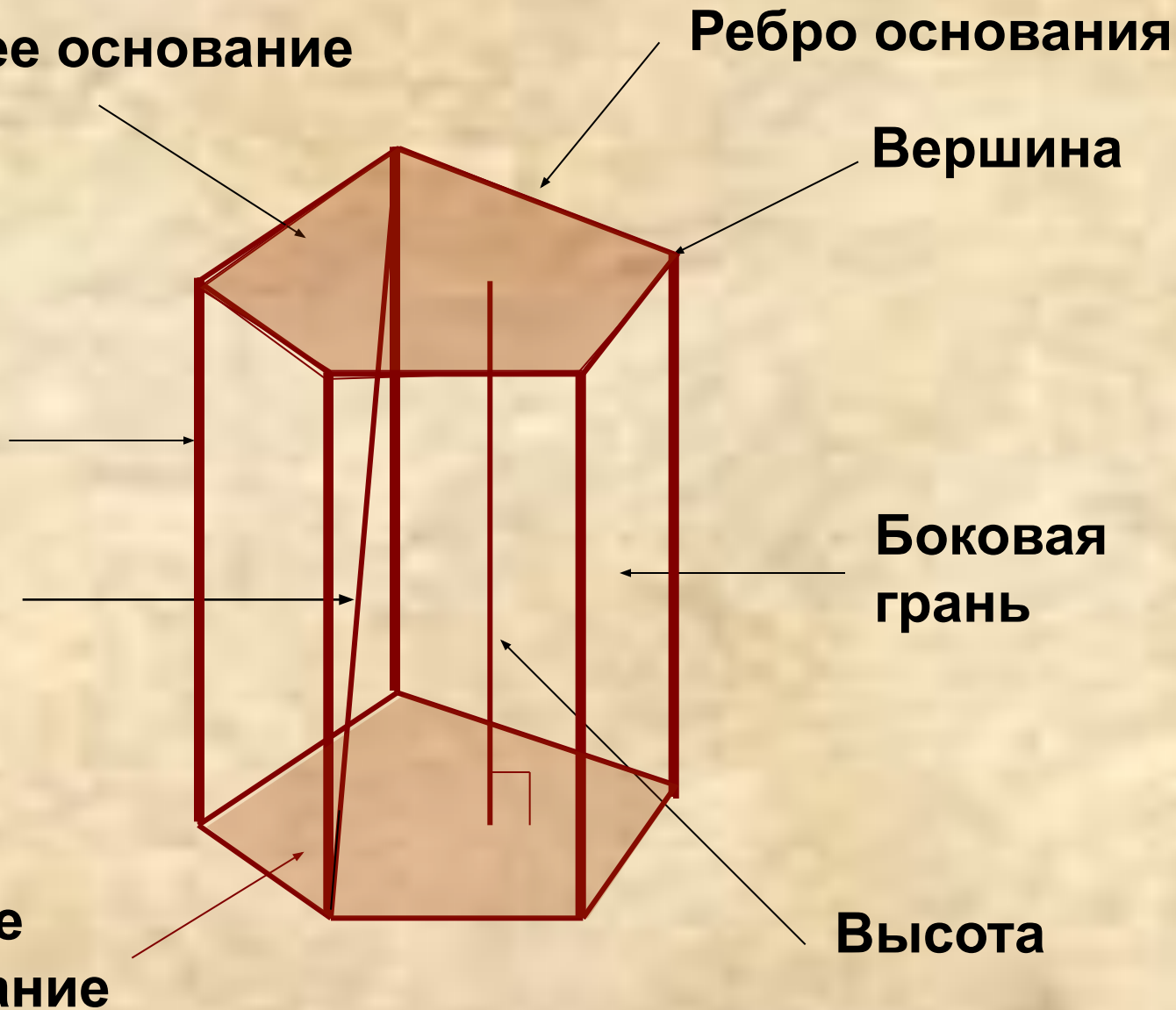
Боковое ребро

Боковая грань

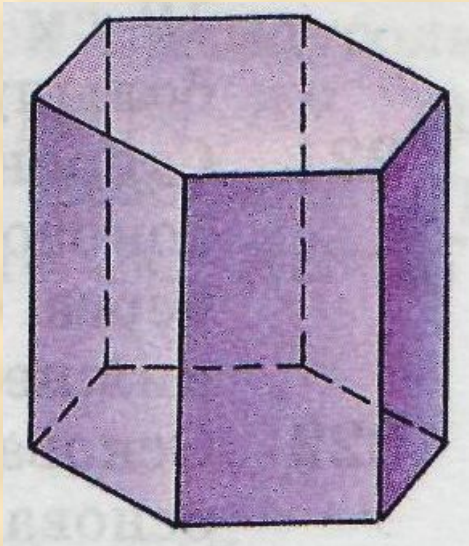
Диагональ

Высота

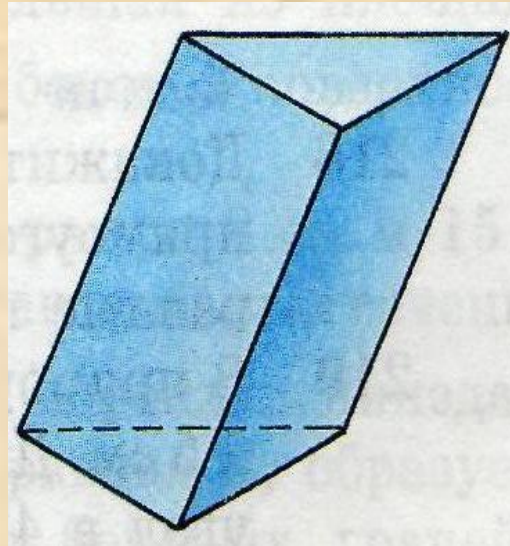
Нижнее основание



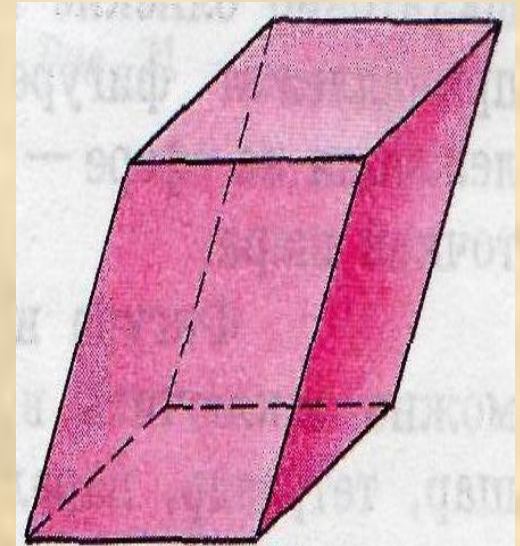
Виды призм



Шестиугольная
призма



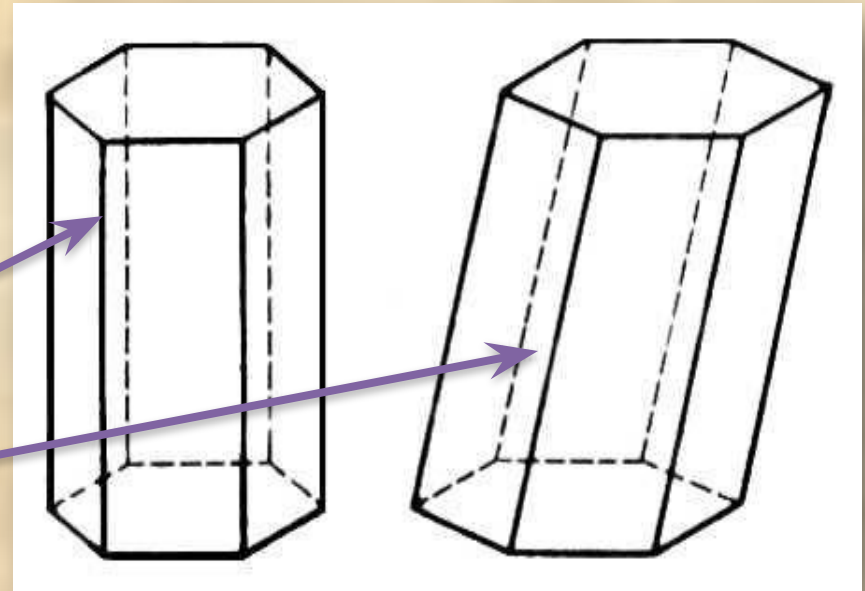
Треугольная
призма



Четырехугольная
призма

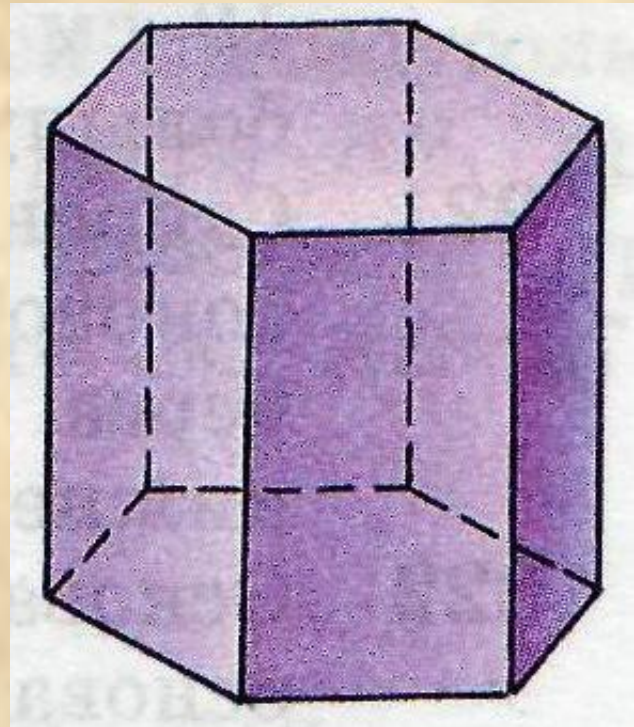
Наклонная и прямая призма

Если боковые ребра призмы перпендикулярны основаниям то призма называется **прямой**, в противном случае – **наклонной**.



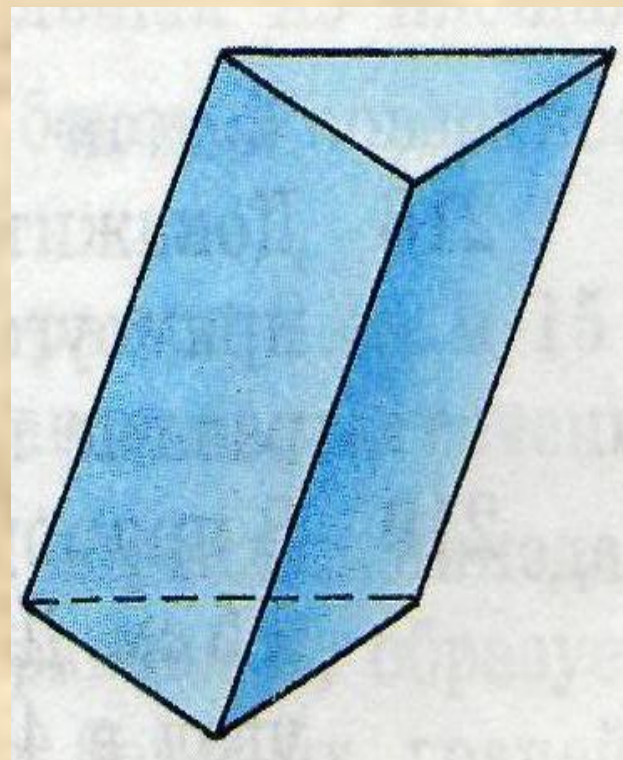
Правильная призма

Призма называется **правильной**, если она прямая и ее основания - правильные многоугольники.



Площадь полной поверхности призмы

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$



Площадь боковой поверхности призмы

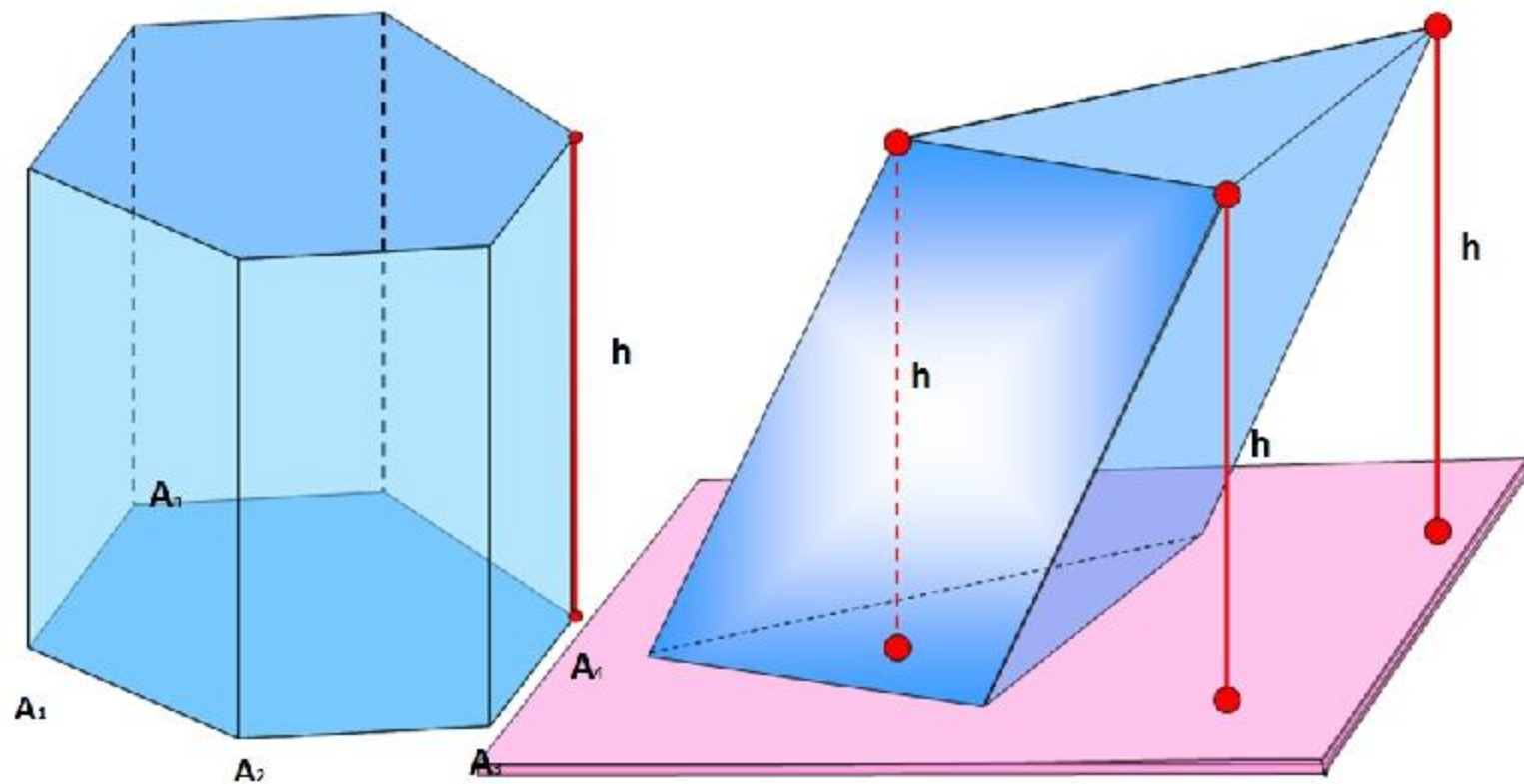
- Площадь поверхности параллелепипеда равна сумме площадей всех его граней

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна $S=2(ab+bc+ac)$

- Объем параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту. $V=S_{\text{осн}} \cdot H$

Объем прямоугольного параллелепипеда

$$V = abc$$



Объем призмы: $V = S_{\text{ОСН}} * h$

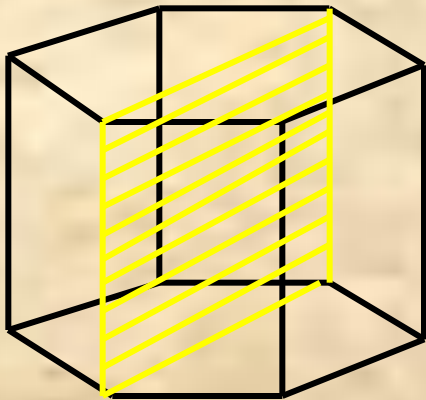
Общие свойства призмы

- 1. Основания призмы равны**
- 2. Основания призмы лежат в параллельных плоскостях**
- 3. У призмы боковые рёбра параллельны и равны**
- 4. Любая боковая грань является параллелограммом**

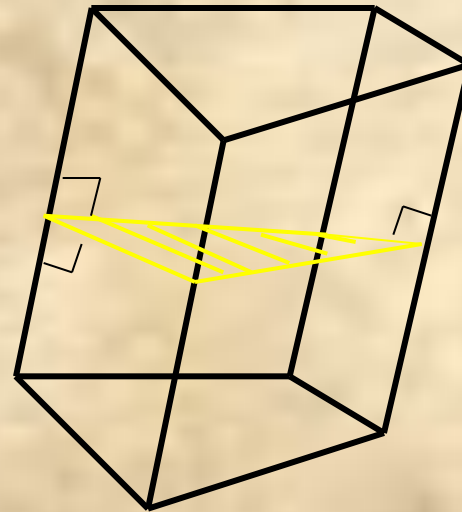
Особые сечения призмы

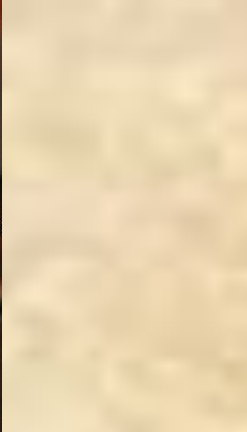


Диагональное сечение
– это сечение
проходящее через два
боковых ребра, не
принадлежащих одной
грани.



**Перпендикулярное
сечение** – это сечение,
проходящее
перпендикулярно
боковым ребрам.





Пирамида



Большая пирамида Хеопса



Пирамиды, созданные природой



posted at o-priroda

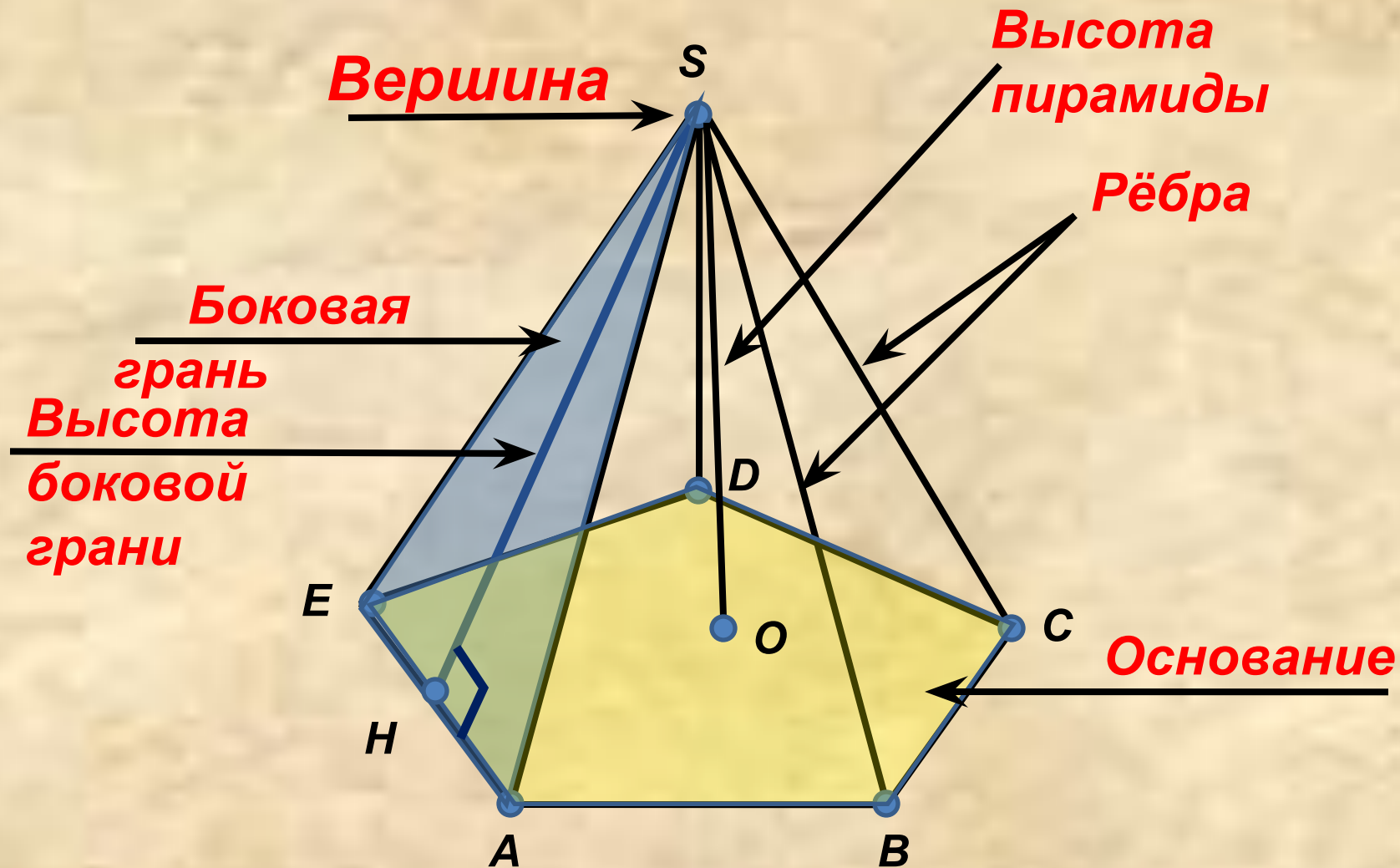


Современные здания

Опять пирамида

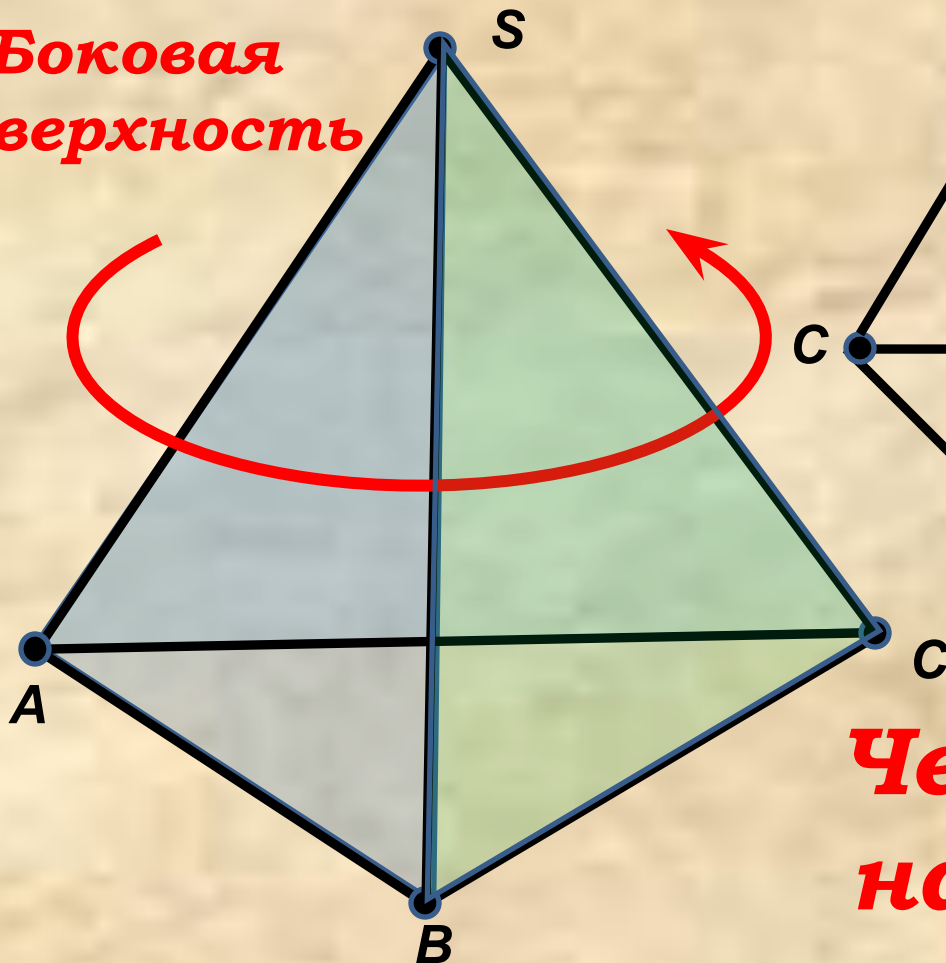


Пирамида

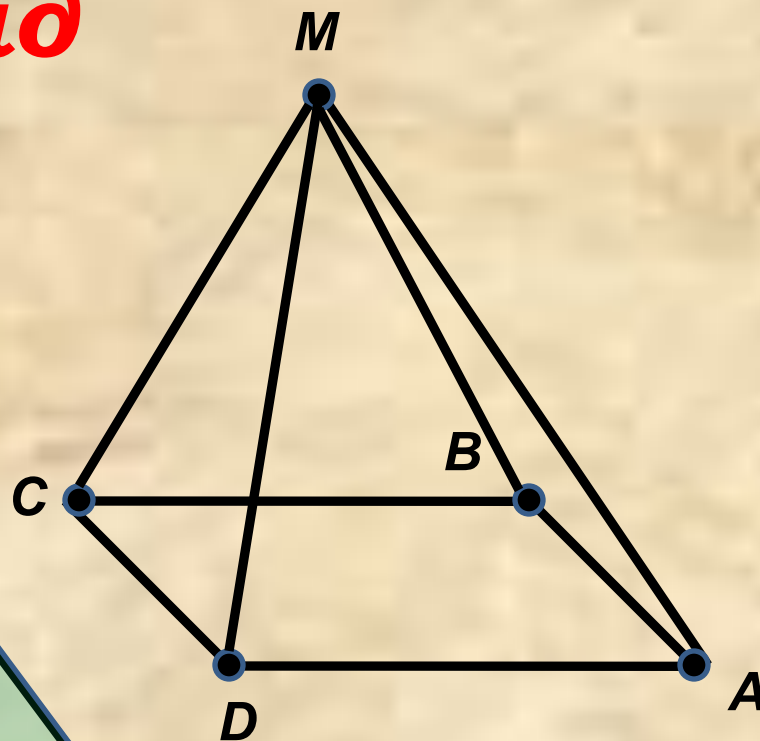


Виды пирамид

Боковая
поверхность



Треугольная
пирамида



Четырёхуголь-
ная пирамида

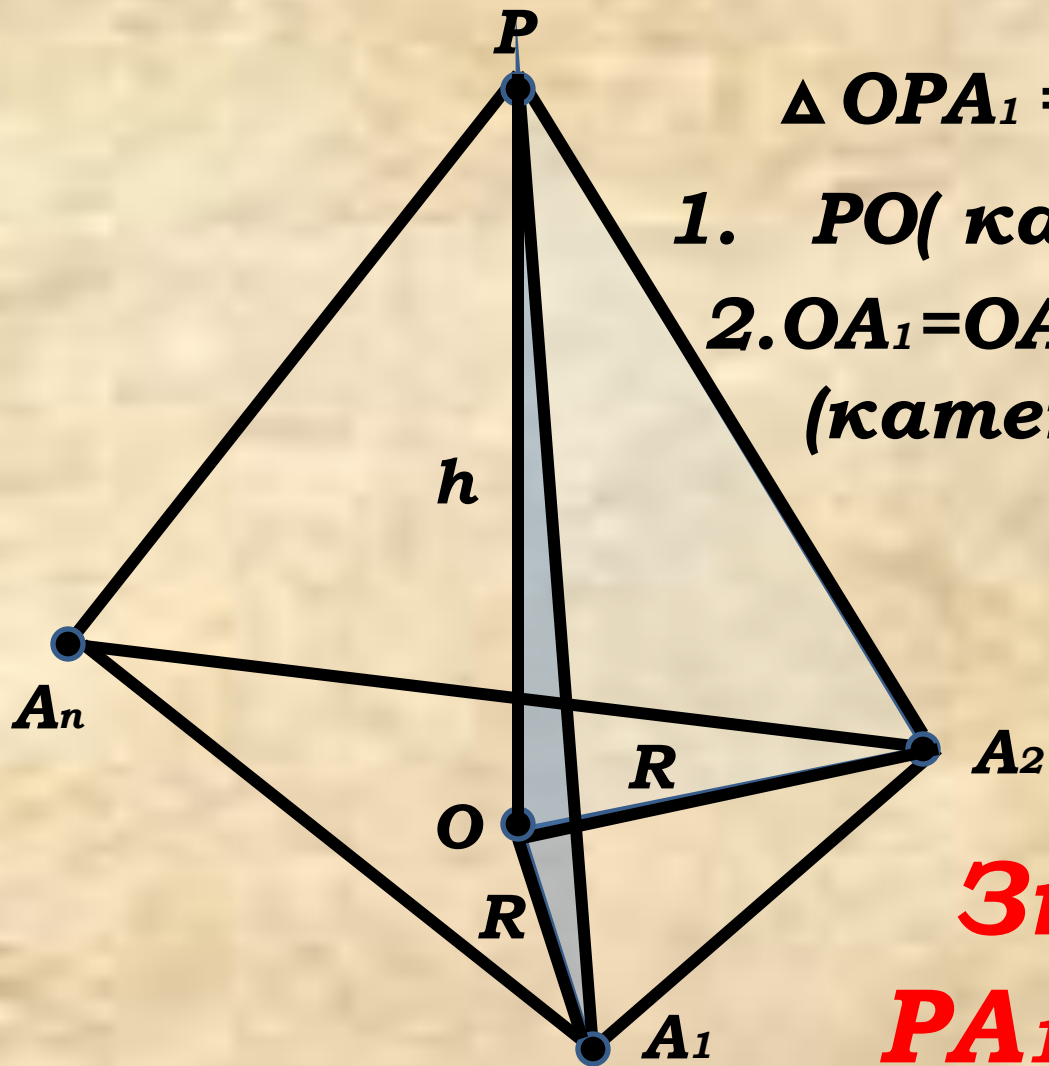
$AB=BC=AC,$
 $\triangle ABC$ -равносторонний.

Пирамида
правильная



Все боковые рёбра правильной пирамиды равны.

$PA_1A_2\dots A_n$ - правильная пирамида

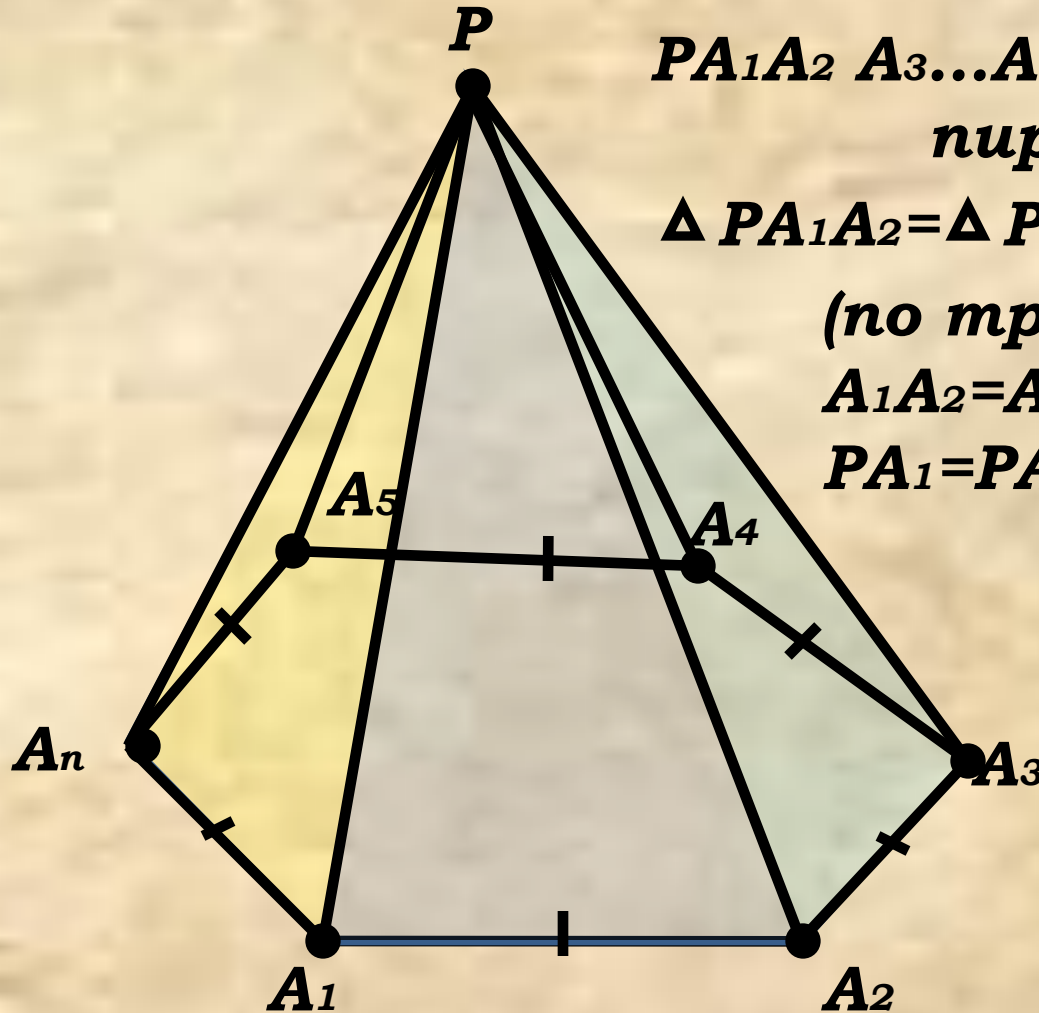


$$\Delta OPA_1 = \Delta OPA_2 = \dots$$

1. PO (катет) – общий;
2. $OA_1 = OA_2 = \dots = R$
(катеты)

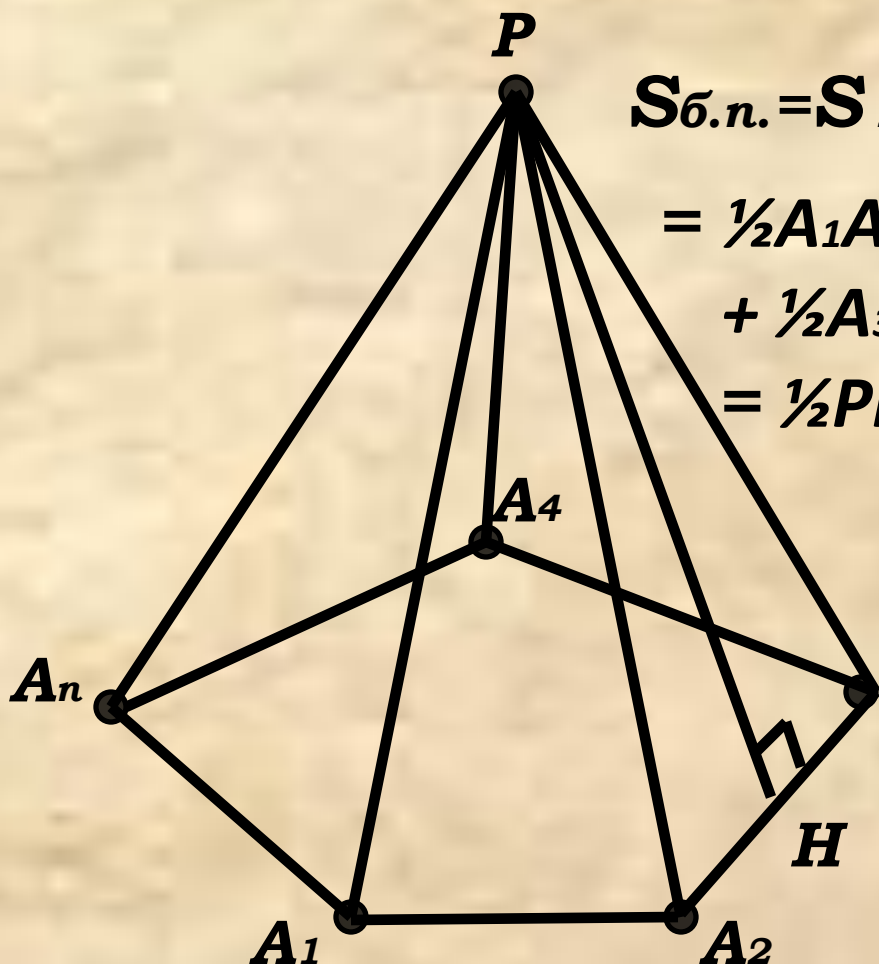
**Значит,
 $PA_1 = PA_2 = \dots$**

Все боковые грани правильной пирамиды – равные равнобедренные треугольники .



$PA_1A_2 A_3...A_n$ – правильная пирамида
 $\Delta PA_1A_2 = \Delta PA_2A_3 = \dots = \Delta PA_1A_n$
(по трём сторонам)
 $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = \dots$;
 $PA_1 = PA_2 = PA_3 = \dots$

**Площадь боковой поверхности
правильной пирамиды равна половине
произведения периметра основания на
апофему**



$$\begin{aligned}
 S_{\text{б.п.}} &= S_{A_1A_2P} + S_{A_2A_3P} + S_{A_3A_4P} + \dots \\
 &= \frac{1}{2}A_1A_2 \cdot PH + \frac{1}{2}A_2A_3 \cdot PH + \\
 &\quad + \frac{1}{2}A_3A_4 \cdot PH + \dots = \\
 &= \frac{1}{2}PH \cdot (A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 + \dots)
 \end{aligned}$$

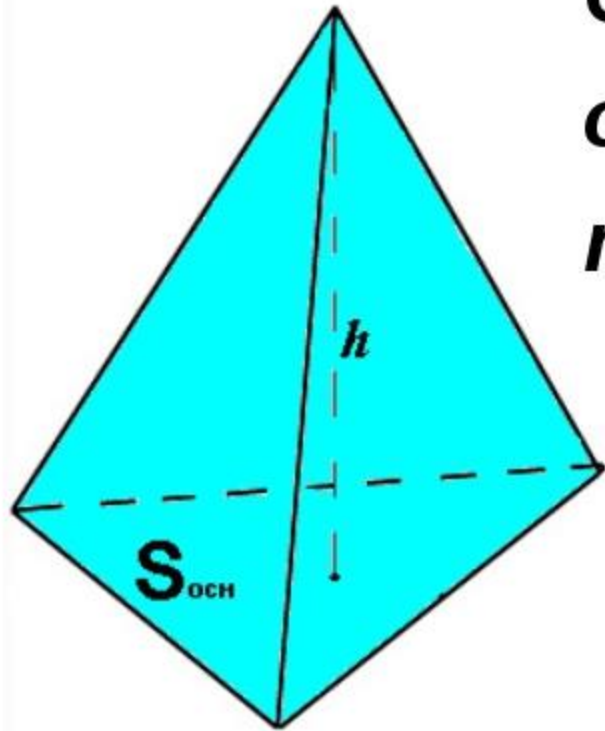
$$= \frac{1}{2}P_{\text{основ.}} \cdot PH$$

или

$$S_{\text{бок.п.}} = \frac{1}{2}P_{\text{основ}} l,$$

где l - апофема

Объем пирамиды



Объем пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$$

Усечённая пирамида

