

«Системы счисления»

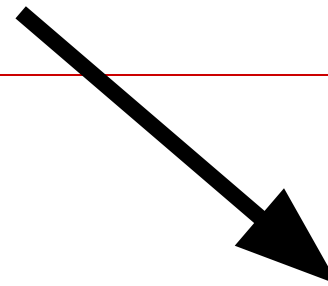
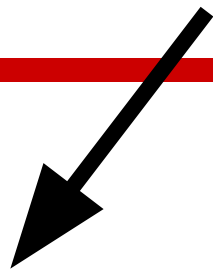
Рассматриваемые вопросы:

- Понятие о системах счисления
- Десятичная система счисления
- Двоичная система счисления
- Системы счисления с произвольным основанием

1. ПОНЯТИЕ О СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления – это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита т.е. это способ записи чисел с помощью цифр.

Системы счисления



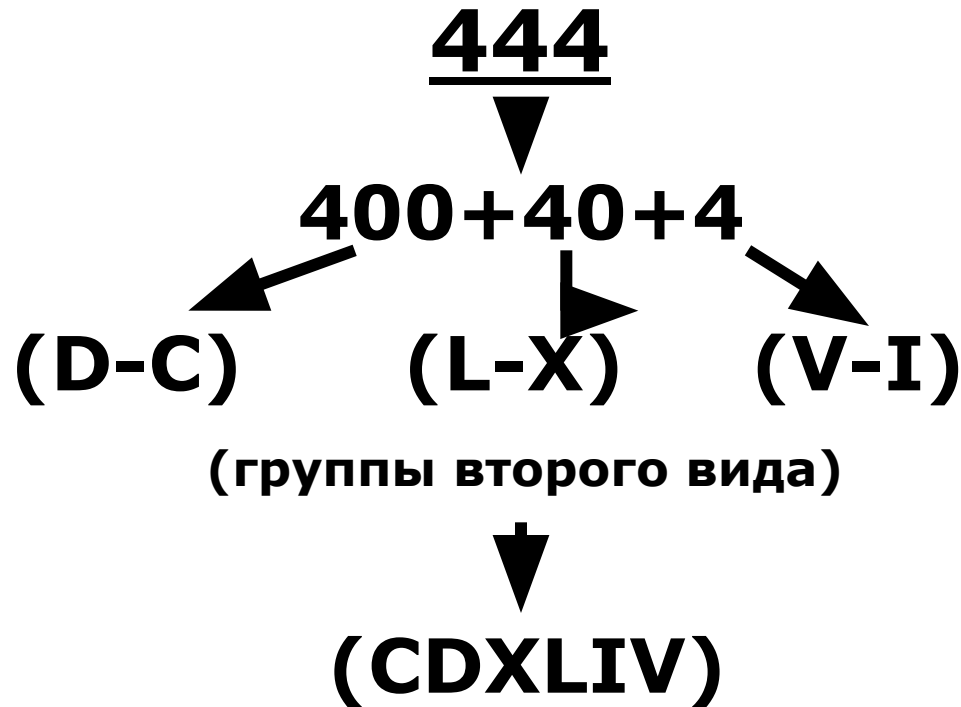
Позиционные

(значение цифры
зависит от её
положения в числе,
например, десятичная
система счисления)

Непозиционные

(значение цифры
не зависит от её
положения в числе,
например, римская
система счисления)

Запись десятичного числа 444 в римской системе будет выглядеть так:



Каждая позиционная система имеет определенный **алфавит** и **основание**.

Основание в позиционных системах счисления равно **количеству цифр** (знаков в её алфавите) и определяет, **во сколько раз** различаются **значения** одинаковых цифр, **стоящих в соседних позициях**.

Система счисления	Основан ие	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатирич ная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

2. ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Позиция цифры в числе называется **разрядом**.

Разряд числа возрастает **справа налево** от младших разрядов к старшим.

В развернутой форме запись числа 555 будет выглядеть так:

$$555_{10} = 5 * 10^0 + 5 * 10^1 + 5 * 10^2$$

В позиционных системах счисления
число записывается в виде **суммы**
числового ряда степеней основания
(в данном примере 10) в качестве
коэффициентов которых выступают
цифры данного числа (в данном примере
число 5).

Для записи **десятичных дробей** используются **отрицательные значения степеней основания**

например:

$$555,55_{10} = 5 * 10^2 + 5 * 10^1 + 5 * 10^0 + 5 * 10^{-1} + 5 * 10^{-2}$$

В общем случае в десятичной системе счисления запись числа **A_{10}** , которое содержит « **n** » целых разрядов числа и « **m** » дробных будет выглядеть так:

$$A_{10} = a_{n-1} * 10^{n-1} + \dots + a_0 * 10^0 + a_{-1} * 10^{-1} + \dots + a_{-m} * 10^{-m}$$

Умножение и деление числа на величину основания приведет к перемещению запятой на один разряд влево или вправо.

Например:

$$555,55_{10} * 10 = 5555,5_{10}$$

$$555,55_{10} / 10 = 55,555_{10}$$

3. ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

В двоичной системе счисления основание равно «**2**», а алфавит состоит из двух цифр «**0**» и «**1**».

Например свернутая форма числа **A**

$$A_2 = 101,01_2$$

В развернутой форме это число будет выглядеть так:

$$A_2 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 + 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2}$$

Умножение и деление числа на величину основания приведет к перемещению запятой на один разряд влево или вправо.

Например:

$$\mathbf{101,01_2 * 2 = 1010,1_2}$$

$$\mathbf{101,01_2 / 2 = 10,101_2}$$

ПРОИЗВОЛЬНЫМ ОСНОВАНИЕМ

В системах счисления с основанием q числа в развернутой форме записываются в виде суммы степеней основания q с коэффициентами, в качестве которых выступают цифры $0, 1, q-1$:

$$A_q = a_{n-1} * q^{n-1} + a_{n-2} * q^{n-2} + ...$$
$$... + a_0 * q^0 + a_{-i} * q^{-i} + ... + a_{-m} * q^{-m}$$

Так в восьмеричной системе счисления (основание $q=8$) число $A=673,2_8$ в развернутой форме будет записано так:

$$A_8 = 6 * 8^2 + 7 * 8^1 + 3 * 8^0 + 2 * 8^{-1}$$

Свернутая форма шестнадцатеричного числа $8A,f$ в развернутой форме будет выглядеть так:

$$A_{16} = 8 * 16^1 + A * 16^0 + F * 16^{-1}$$

$$\text{или } A_{16} = 8 * 16^1 + 10 * 16^0 + 15 * 16^{-1}$$

Домашнее задание:

1. Записать числа 19,9910, 10102, 64,58, 39,F16 в развернутой форме
 2. Какое минимальное основание может иметь система счисления, если в ней записаны числа 23 и 67?
 3. Записать число 199910 в римской системе счисления.
 4. При переносе запятой на два знака вправо число 11,11x увеличилось в 4 раза. Чему равно X?
 5. Записать число 1510 в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления
-