

Системы счисления

Система счисления – это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

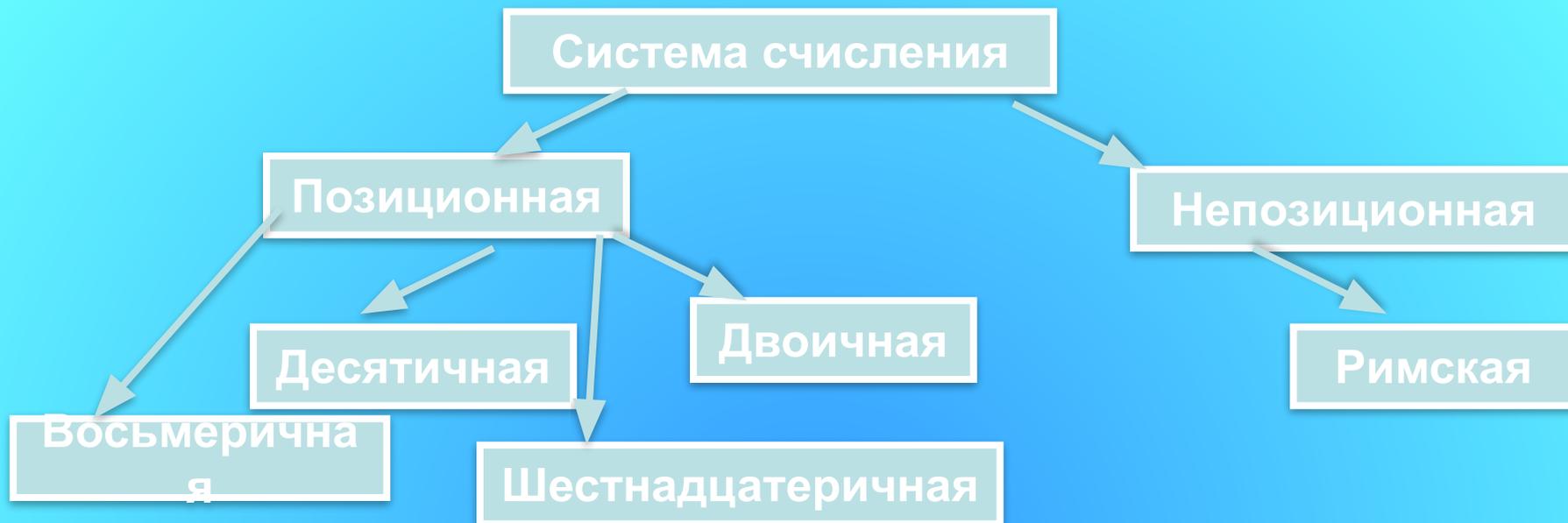
Алфавит систем счисления состоит из символов, которые называются цифрами.

Алфавит десятичной системы: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Алфавит восьмеричной системы: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Алфавит шестнадцатеричной системы: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, А, В, С, D, E, F.

Алфавит двоичной системы: 0, 1.



В позиционных системах счисления значение цифры зависит от ее положения в числе, а в не позиционных – не зависит.

Основание позиционной системы счисления (q) – количество символов, используемых для записи числа.

В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде:

$$Aq = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$$

A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» i -го разряда.

Такая запись числа называется **развёрнутой формой записи**.

$$250_{10} = 2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 0 \times 10^0$$

$$25A_{16} = 2 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + A \times 16^0$$

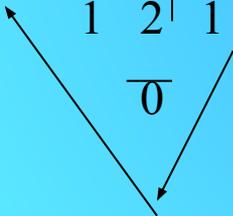
$$253_8 = 2 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 3 \times 8^0$$

$$101_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S

Для перевода целого числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S надо переводимое число последовательно делить на основание S-й системы счисления, в которую это число переводится до тех пор, пока не будет получено частное, меньшее основания S. Число в новой системе счисления запишется в виде остатков от деления, начиная с последнего частного, представляющего собой старшую цифру числа.

Перевести 11_{10} в двоичную систему счисления. $11_{10} = 1101_2$

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 2} \\ 10 \overline{) 5} \overline{) 2} \\ \hline 1 \quad 4 \quad 2 \quad 2 \\ \quad \overline{) 1} \quad 2 \overline{) 1} \\ \quad \quad \overline{) 0} \end{array}$$


Перевести 26_{10} в восьмеричную и шестнадцатеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r} 26 \overline{) 8} \\ 24 \quad 3 \\ \hline 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 26 \overline{) 16} \\ 16 \quad 10 \\ \hline 10 \end{array} \qquad 26_{10} = 32_8 = 1A_{16}$$

Перевод чисел из системы счисления с основанием S в десятичную систему счисления

Перевод чисел из любой системы счисления в десятичную осуществляется представлением этого числа в развернутом виде

Перевести в десятичную систему счисления числа $101,1_2$, 32_8 , $1A_{16}$.

$$101,1_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 5,5_{10}$$

$$32_8 = 3 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 = 26_{10}$$

$$1A_{16} = 1 \cdot 16^1 + A \cdot 16^0 = 26_{10}$$

Восьмеричная система счисления	Двоичные триады (0-7)	Шестнадцатеричная система счисления	Двоичные тетрады (0-15)
0	000	0	0000
1	001	1	0001
2	010	2	0010
3	011	3	0011
4	100	4	0100
5	101	5	0101
6	110	6	0110
7	111	7	0111
		8	1000
		9	1001
		A	1010
		B	1011
		C	1100
		D	1101
		E	1110
		F	1111

Двоичная арифметика

$$0 + 0 = 0$$

$$0 - 0 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

$$10 - 1 = 1$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + 110 \\ \hline 10011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ - 110 \\ \hline 111 \end{array}$$