

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Муниципальное общеобразовательное учреждение  
«Некрасовская средняя общеобразовательная школа»  
Калининского района Тверской области

## Математика в экономике

Реферат с элементами исследования  
по математике



Выполнила учитель математики  
Калинина Татьяна Николаевна



## *Введение*

**Экономика — это часть повседневной жизни людей.**

**Слово "экономика" произошло от греческого *oikonomike* , буквально - искусство ведения домашнего хозяйства.**

**Каждая семья ведёт личную семейную экономику, поэтому мне стало интересно узнать, какие математические знания используются в решении экономических задач, как зарабатывать и тратить деньги, как повысить уровень благосостояния своей семьи.**

**Многие задачи экономического характера можно встретить на ОГЭ и ЕГЭ.**

**Для меня тема моего проекта актуальна. Я хочу продолжить учиться в социально-экономическом классе, чтобы в дальнейшем поступить на экономический факультет.**



## Цели и задачи проекта

Показать широту применения математических знаний: процентов, прогрессии, уравнений и системы уравнений.

Исследовать их использование при кредитовании, выяснить, какой из кредитов выгоднее, познакомиться со способами вычисления семейного бюджета.

- познакомится с формулами простых и сложных процентов;
- изучить проблему рационального и экономного расходования доходов семьи.



## История возникновения процента

Слово «процент» имеет латинское происхождение: «pro centum» - это «на сто», то есть процентом называется сотая часть числа.

Проценты были особенно распространены в Древнем Риме. Введение процентов было удобным для определения содержания одного вещества в другом; в процентах стали измерять количественное изменение производства товара, рост и спад цен, рост денежного дохода и т.д.

Символ % появился не сразу. Сначала писали слово «сто» так:  $^c t_o$ .  
по ошибке вместо  $^c t_o$  было набрано %.



## *История банков*

Банки – весьма древнее экономическое изобретение. Считается, что первые банки возникли в Вавилоне в VII – VI вв. до н.э.

Затем эстафету подхватила Древняя Греция. Здесь наиболее чтимые храмы стали принимать деньги на хранение на время войн, поскольку воюющие стороны считали недопустимым грабить святилища.

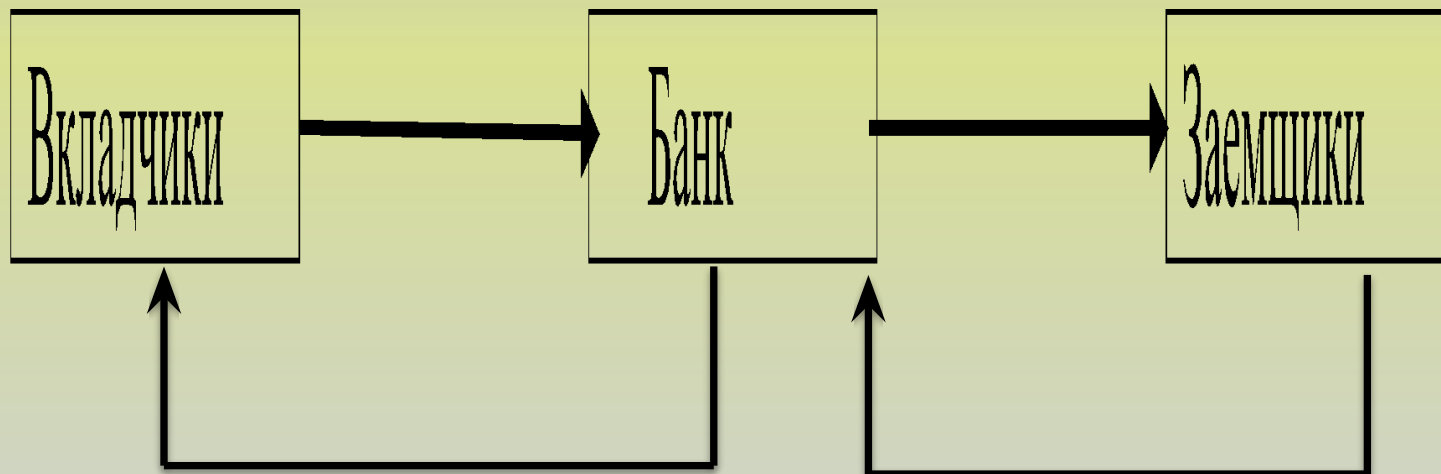
Но едва в хранилищах древних банков появились мешки с сокровищами, как в их сторону обратился взор местных предпринимателей — купцов и ремесленников. У них возник вполне резонный вопрос: а нельзя ли на время воспользоваться чужими сбережениями для расширения масштабов своих операций? Естественно, за плату!

Именно этому и обязаны банки своим рождением.



Уже в далёкой древности было широко распространено ростовщичество - дача денег займам под проценты. Разность между той суммой, которую возвращали ростовщику, и той, которую первоначально взяли у него, называлась лихвой. Так, в Древнем Вавилоне она составляла 20% и более! Это означало, что ремесленник, взявший у ростовщика 1000 денежных единиц сроком на один год, возвращал ему по прошествии года не менее 1200 этих же единиц.





Плата за пользование вкладом

Плата за пользование кредитом



## *Простые проценты*

Пусть вкладчик открыл сберегательный счёт и положил на него  $S_0$  (руб. ) и банк обязуется выплачивать вкладчику в конце каждого года  $p$  % от первоначальной суммы  $S_0$ . Тогда по истечении одного года сумма начисленных процентов составляет  $S_0 * p/100$  (руб.), и величина вклада станет равной  $S_1 = S_0 * (1 + p/100)$  руб.;  $p$  % называют *годовой процентной ставкой*.

$S_n = S_0 * (1 + n * p/100)$  руб. Эта формула называется формулой простых процентов.

Отношение  $S_n/S_0 = 1 + n * p/100$  называют коэффициентом наращенных простых процентов.





Вкладчик открыл в банке счёт и положил на него  $S_0=150000$  руб. сроком на 4 года под простые проценты по ставке 18 % в год. Какой будет сумма  $S$ , которую вкладчик получит при закрытии вклада? На сколько рублей вырастет вклад за 4 года? Чему равен коэффициент наращивания?

Решение.

Дано:  $S_0=150000$ ,  $p=18$ ,  $n=4$ . По формуле (2) имеем

$$S_4=150000*(1+18*4/100) = 258000 \text{ руб.}$$

За 4 года вклад увеличился на 108000 руб.=258000-150000 руб. Коэффициент наращивания по формуле (3) равен  $S_4/S_0=1,72$ . Он показывает, что за 4 года первоначальный вклад  $S$  увеличился в 1,72 раза.



## *Сложные проценты.*

Если вкладчик не снимает со счёта сумму начисленных процентов, то эта сумма присоединяется к основному вкладу, а уже на новую, увеличенную сумму начисляются проценты. Это означает, что банк станет теперь начислять проценты не только на основной вклад,  $S_0$ , но и на проценты, которые на него полагаются.

Так способ начисления «процентов на проценты» в математике называют сложными процентами, а операцию присоединения начисленных процентов к основному вкладу называют капитализацией процентов.



Если первоначальный вклад  $S_0$  руб. пролежит в банке  $n$  лет, то сумма денег на счёте вкладчика достигнет (в рублях) величины

$S_n = S_0 * (1 + p/100)^n$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  эта формула называется формулой сложных процентов.

В банк внесена сумма 50000 руб. Банк начисляет сложные проценты по ставке 15 % годовых. Какая сумма будет на счёте вкладчика через 8 лет?

Решение. Применим формулу сложных процентов при  $S = 50000$  руб.,  $p = 15$  %,  $n = 8$  лет. Тогда  $S = 50000 * (1 + 0,15)^8 = 152951$ .



Некто планирует разместить в банке вклад в 10 000 руб. на длительный срок. Процентная ставка в банке – 10 % годовых.

Результаты расчетов представим следующей таблицей.

|    | Простой% | Сложный % |  |
|----|----------|-----------|--|
| 1  | 11000    | 11000     |  |
| 2  | 12000    | 12100     |  |
| 3  | 13000    | 13310     |  |
| 4  | 14000    | 14641     |  |
| 5  | 15000    | 16105     |  |
| 6  | 16000    | 17716     |  |
| 7  | 17000    | 19487     |  |
| 8  | 18000    | 21436     |  |
| 9  | 19000    | 23579     |  |
| 10 | 20000    | 25937     |  |



## *Кредиты.*

Термин «**кредит**» (от лат. credere — доверять, credit — он верит, creditum — ссуда)

**Кредит (в банковском деле) — это:**

денежные средства, предоставленные банком или иной кредитной организацией (кредитором) по кредитному договору заемщику на условиях возвратности и, как правило, платности (в виде процентов за пользование кредитом).



ForexAW.com

ForexAW.com

По закону о банках каждый коммерческий банк обязан часть поступивших к нему денег хранить в ЦБ, который ими распоряжается. Это так называемые обязательные резервы банка. Они устанавливаются как определенный процент от суммы вклада, поступившего в банк. Остальными деньгами – свободными резервами – банк распоряжается самостоятельно: может дать в кредит, может купить на них ценные бумаги



Величина обязательных резервов равна

$$S_1 = \frac{S_0 P}{100}$$

А свободных резервов

$$S_2 = \frac{S_0(100 - P)}{100} = S_0 - S_1$$

Норма резервных требований установлена на уровне 20%.

Свободные резервы системы банков образуют последовательность:

$$800000; 800000 \times (0,8); 800000 \times (0,8)^2; 800000 \times (0,8)^3; 800000 \times (0,8)^4$$

$$S_5 = \frac{a_1(1 - q^5)}{1 - q} = \frac{800000(1 - 0,8^5)}{1 - 0,8} = 2689280$$



## Салтыков-Щедрин «Господа Головлёвы»

Порфирию Владимировичу в момент счёта было 53 года,

установим, по сколько процентов в год платил ломбард. Пусть  $p$  %-искомая ставка. Тогда по формуле сложных процентов имеем:  $100*(1+p/100)^{53}=800$ . Отсюда  $(1+p/100)^{53}=8$  и  $p=100*(8^{1/53}-1)$ . Производя расчёты получаем, что  $p=4$  % -не очень много!

В этом же романе сын Порфирия Владимировича Петя проиграл в карты казённые 3000 руб. и попросил у бабушки эту сумму займа. Он говорил: «Я бы хороший процент дал. Пять процентов в месяц».

Если вести расчёт по сложным процентам, то Петя вернул бы бабушке  $S_1=300*(1+5/100)^{12}=5400$  руб. Если вести расчёт по простым процентам, то он вернул бы  $S_1=300(1+5/100*12)=4800$  руб. Однако, не веря внуку, бабушка денег не дала!



## ЗАДАЧА ИЗ АРИФМЕТИКИ МАГНИЦКОГО

**Некто продал лошадь за 156 рублей. Но покупатель, обретя лошадь, раздумал и возвратил продавцу, говоря: «Нет мне расчета покупать за эту цену лошадь, которая таких денег не стоит». Тогда продавец предложил другие условия: "Если по-твоему цена лошади высока, то купи ее подковные гвозди, лошадь же получишь тогда в придачу бесплатно. Гвоздей в каждой подкове 6. За первый гвоздь дай мне  $\frac{1}{4}$  коп., за второй- $\frac{1}{2}$  коп., за третий-1 коп., и т.д.“ Покупатель, соблазненный низкой ценой, и желая даром получить лошадь, принял условия продавца, рассчитывая, что за гвозди придется уплатить не более 10 рублей.**





# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИЗ АРИФМЕТИКИ МАГНИЦКОГО

1. Составим последовательность чисел  $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 2^2; \dots; 2^{21}$ .

2. Данная последовательность является геометрической прогрессией со знаменателем  $q=2$ ,  $b_1 = \frac{1}{4}$   $n = 24$ .

3. Попробуем подсчитать сумму  $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 2^2; \dots; 2^{21}$ .

4. Имеем 
$$S_{24} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 2^{24} - \frac{1}{4}}{2 - 1} = \frac{1}{2^2} \cdot 2^{24} - \frac{1}{4} = 2^{22} - \frac{1}{4} = 4194303 \frac{3}{4} \approx 42000(p)$$



## *Исследовательская часть. Распределение семейного бюджета.*

Семейный бюджет – одна из важнейших составляющих каждой семьи.  
Слово “бюджет” буквально означает “денежная сумка”

Бюджет можно представить в виде весов.

Для того чтобы правильно распределить свой бюджет, в каждой семье хорошо бы иметь хозяйственную книгу, где отражаются поступления средств и их расходование.  
Бюджет делится на две части – доходную и расходную.

Формула расчета семейного бюджета.

$D = P + C + O + Hз...$ , где  
 $P = P_k + P_t + P_r...$ ;

$\Pi = \Pi_d + \Pi_c + \Pi_r...$ ;  
 $O = O_j + O_m + O_d...$

Благодаря подобным вычислениям можно [ ] операции.



ВЫЕ



## *Исследование бюджета семьи из трех человек ( папа, мама, дочь).*

Исследуя расходы из бюджета семьи, я ежедневно вела записи расходов в течение трех месяцев (ноябрь, декабрь, январь).



Для счастливой семейной жизни, помимо всего прочего, необходимо ещё и финансовое благополучие.



# Ноябрь

| Доходная часть |                         |             | Расходная часть |                        |             |
|----------------|-------------------------|-------------|-----------------|------------------------|-------------|
| № ст.          | Наименование статьи     | План (руб.) | № ст.           | Наименование статьи    | План (руб.) |
| 1              | Заработанная плата мамы | 17000       | 1               | Одежда                 | 3500        |
| 2              | Заработанная плата папы | 27000       | 2               | Питание                | 11000       |
| 3              | Всего                   | 44000       | 3               | Хозяйственные расходы  | 2000        |
|                |                         |             | 4               | Коммунальные услуги    | 6500        |
|                |                         |             | 5               | Транспортные расходы   | 5000        |
|                |                         |             | 6               | Оплата телефона        | 1000        |
|                |                         |             | 7               | Лекарства              | 1000        |
|                |                         |             | 8               | Подарки                | 1000        |
|                |                         |             | 9               | Непредвиденные расходы | 3000        |
|                |                         |             | 10              | Накопления             | 10000       |
|                |                         |             | 11              | Всего                  | 44000       |

# Декабрь

| Доходная часть |                         |             | Расходная часть |                        |             |
|----------------|-------------------------|-------------|-----------------|------------------------|-------------|
| № ст.          | Наименование статьи     | План (руб.) | № ст.           | Наименование статьи    | План (руб.) |
| 1              | Заработанная плата мамы | 17000       | 1               | Одежда                 | 500         |
| 2              | Заработанная плата папы | 29000       | 2               | Питание                | 13000       |
| 3              | Всего                   | 46000       | 3               | Хозяйственные расходы  | 3000        |
|                |                         |             | 4               | Коммунальные услуги    | 6500        |
|                |                         |             | 5               | Транспортные расходы   | 7000        |
|                |                         |             | 6               | Оплата телефона        | 1000        |
|                |                         |             | 7               | Лекарства              | 1000        |
|                |                         |             | 8               | Подарки                | 6000        |
|                |                         |             | 9               | Непредвиденные расходы | 1000        |
|                |                         |             | 10              | Накопления             | 7000        |
|                |                         |             | 11              | Всего                  | 46000       |

# Январь

| Доходная часть |                         |             | Расходная часть |                        |             |
|----------------|-------------------------|-------------|-----------------|------------------------|-------------|
| № ст.          | Наименование статьи     | План (руб.) | № ст.           | Наименование статьи    | План (руб.) |
| 1              | Заработанная плата мамы | 17000       | 1               | Одежда                 | 1000        |
| 2              | Заработанная плата папы | 25000       | 2               | Питание                | 11000       |
| 3              | Всего                   | 42000       | 3               | Хозяйственные расходы  | 3000        |
|                |                         |             | 4               | Коммунальные услуги    | 6500        |
|                |                         |             | 5               | Транспортные расходы   | 8000        |
|                |                         |             | 6               | Оплата телефона        | 1000        |
|                |                         |             | 7               | Лекарства              | 1000        |
|                |                         |             | 8               | Развлечения            | 2000        |
|                |                         |             | 9               | Непредвиденные расходы | 500         |
|                |                         |             | 10              | Накопления             | 8000        |
|                |                         |             | 11              | Всего                  | 42000       |

Тщательно проанализировав доходы и расходы нашей семьи, я пришла к выводу, что мы живем по правилу « по доходам и расходы».

Наша семья не пользуется различного вида кредитами, так как родители считают, что если нет возможности его оплачивать, то на данный момент можно без этой вещи обойтись.

Теперь я поняла, из чего состоят расходы, на каких статьях расхода можно сэкономить. А главное - что ведение семейного бюджета - это очень сложный процесс, с которым должны быть знакомы все члены семьи.

Примеры сокращения расходов семейного бюджета:

заранее планировать покупки, составлять их список;

тщательно рассчитывать деньги, соотносить все покупки со своими финансовыми возможностями;

покупать только то, что нужно, не прельщаясь броской рекламой или яркой упаковкой.



Мы с мамой пошли в магазин покупать мне куртку. Взяли на покупку 3000 руб. В магазине мне понравилась куртка за 3500 руб.

На нее была скидка 25%.

Мне стало любопытно, хватит ли у нас денег купить куртку?

$100\% - 25\% = 75\%$  получим:  $3500 * 75\% : 100\% = 2625$  руб.

### Оплата коммунальных услуг

| Вид коммунальных услуг | Затраты без учета счетчиков для семьи из 3 человек (в руб.) | Затраты с учетом счетчиков (средние показания) для семьи из 3 человек (в руб.) | Экономия в руб. |
|------------------------|---|--|-----------------|
| Горячая вода           | $278,38 \times 3 = 835,14$                                  | $42,16 \times 8 = 337,28$  | 497,86          |
| Холодная вода          | $99,13 \times 3 = 297,39$                                   | $18,37 \times 15 = 275,55$   | 21,84           |
| Водоотведение          | $156,51 \times 3 = 469,53$                                  | $18,77 \times 23 = 431,71$   | 37,82           |
| <b>ИТОГО</b>           | <b>1602,06</b>  | <b>1044,54</b>   | <b>557,52</b>   |



## *Расчет пеней*

Пени = Сумма Просроченной Задолженности x  
Количество Дней x 1/300 x Ставка Рефинансирования  
(8,25%).

Предположим, что мы просрочили оплату квартплаты  
на 9 дней.

Рассчитаем пени:  $6500,00 * 0,0825 / 300 * 9 = 16,09$   
руб., значит должны оплатить 6619,09руб.



Стоит ли брать кредит?

Банк дал Вам согласие на выдачу кредита в размере – 100 000 рублей, по ставке – 15,5% годовых, сроком на 2 года.

Найдём ежемесячный платёж, а также рассчитаем переплату по кредиту.

Ежемесячный платёж состоит из двух частей:

- выплата части основного долга,
- выплата процентов по кредиту, которые набрали за период (в нашем примере, месяц) на не выплаченную часть долга.



Рассчитать ежемесячный платёж можно по формуле

$$Y = \frac{D * \frac{i}{m}}{1 - \frac{1}{(1 + \frac{i}{m})^{n*m}}}$$

Рассчитаем переплату по кредиту

$$Y = \frac{100\ 000 * \frac{0,155}{12}}{1 - \frac{1}{(1 + \frac{0,155}{12})^{2*12}}} = 4\ 872,45$$

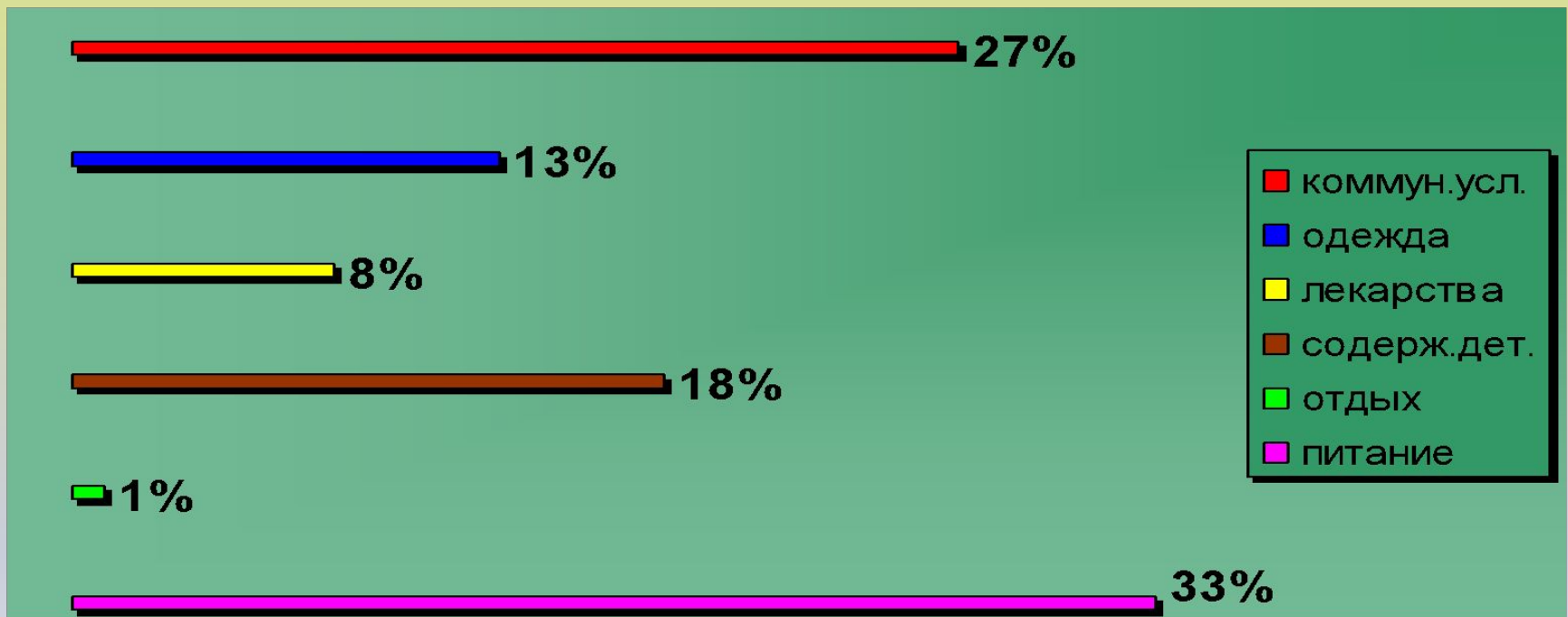
Таких платежей за два года будет выплачено:

$$4\ 872,45 \times 24 = 116\ 938,9 \text{ рублей.}$$

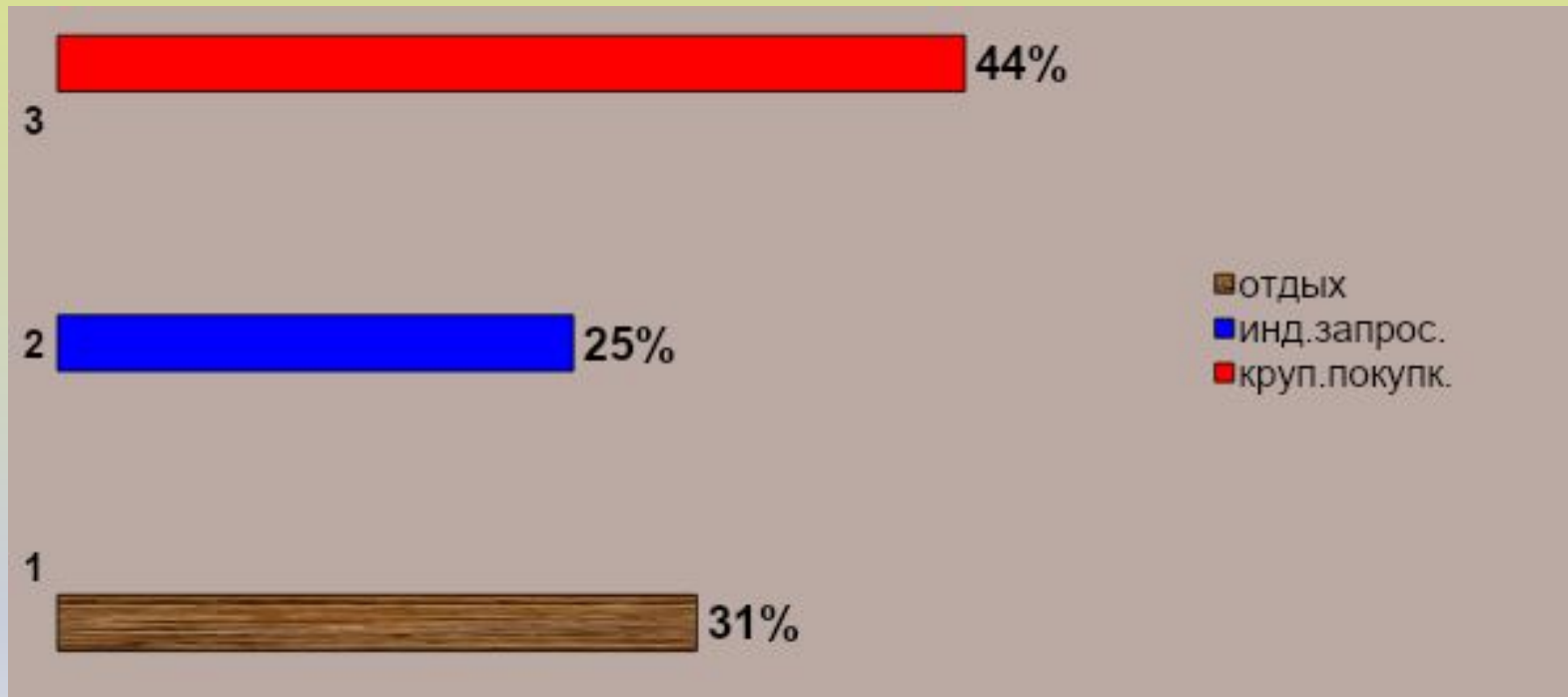
$$116\ 938,9 - 100\ 000 = 16\ 938,9 \text{ рублей (переплата)}$$



*На что вы больше всего тратите свой доход?*



# *На что вам не хватает средств?*



## *Как и на чём можно сэкономить*



## *Заключение.*

### *Практическая значимость работы.*

Связка «экономика - математика - экономика» показывает, что «абстрактная» математика, оказывается, имеет и самое непосредственное практическое значение, как в реальной жизни, так и в различных областях науки.

Я собрала данные о фактических доходах и расходах моей семьи. Показала, как можно использовать задачи на проценты в экономике.

Когда мы умеем мудро распределять свой семейный бюджет, у нас всегда и на все хватает денег, в нашей жизни наступает спокойствие и ощущение надежности.

Совсем скоро мы станем взрослыми, и будем сами распоряжаться деньгами. Мне хотелось бы понять, как рационально и экономно их тратить так, чтобы хватило и на еду, и на одежду, на коммунальные услуги, и на различные развлечения.



## Библиографический список

1. Белоусов Р.С. и др. Я познаю мир. Экономика. Энциклопедия. Москва ООО издательства АСТ, 2001 – 489с.
2. Вигдорчик Е., Нежданова Т. Элементарная математика в экономике и бизнесе. М.: «Вита-Пресс», 2002, - 96с.
3. Дорофеев Г.В. Процентные вычисления. СПб, 1997.
4. Липсиц И.В. Экономика М.: Вита – Пресс, 1996 – 352с.
5. Петрова И.Н. Проценты на все случаи жизни. Челябинск: Южно-Уральское книжное издательство, 1996, -128с.
6. Симонов А.С. О математических моделях экономики в школьном курсе математики. Математика в школе. 1998.№4
7. Симонов А.С. Проценты и банковские расчеты. Математика в школе. 1998.
8. В.Н. Студенецкая, Л.С. Сагателова. Математика. 8-9 классы: сборник элективных курсов. Волгоград: Учитель, 2007-205с  
Ресурсы интернет: [www.bm.ru](http://www.bm.ru).

