

The image features a globe in the lower-left corner, composed of interlocking puzzle pieces. The globe is set against a dark blue background filled with vertical columns of binary code (0s and 1s) that appear to be falling or scrolling down, reminiscent of the 'Matrix' effect. The overall aesthetic is digital and global.

Логические величины и выражения

учитель информатики - Румянцев Е.В.

Основные понятия логики

- **Высказывание** (суждение) — это повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается.
- По поводу любого высказывания можно сказать, истинно оно или ложно.
- Высказывание «В букете есть гвоздика» будет истинным или ложным в зависимости от состава букета.
- Высказывания, обозначенные буквами, называют логическими переменными
- Истинность высказывания «Значение А больше, чем В», записанного в форме неравенства: $A > B$, будет зависеть от значений переменных А и В.
- Если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей ($A = 1$), а если ложно - нулём ($B = 0$).
- 0 и 1 называются логическими значениями.



Основные понятия логики

- Логическое выражение — простое или сложное высказывание.
- Сложное высказывание строится из простых с помощью логических операций (связок).

и

или

Неверно, что...

Если..., то...

Конъюнкция (логическое умножение)

- В русском языке она выражается союзом **И**.
- В математической логике используются знаки **&** или **\wedge** .
- Конъюнкция — двухместная операция; записывается в виде: **$A \& B$** или **$A \wedge B$** .
- Значением такого выражения будет **ЛОЖЬ**, если значение хотя бы одного из операндов ложно.

Таблица истинности

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Дизъюнкция (логическое сложение)

- В русском языке этой связке соответствует союз ИЛИ.
- В математической логике она обозначается знаком \vee .
- Дизъюнкция — двухместная операция; записывается в виде: $A \vee B$.
- Значением такого выражения будет ИСТИНА, если значение хотя бы одного из операндов истинно.

Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Отрицание

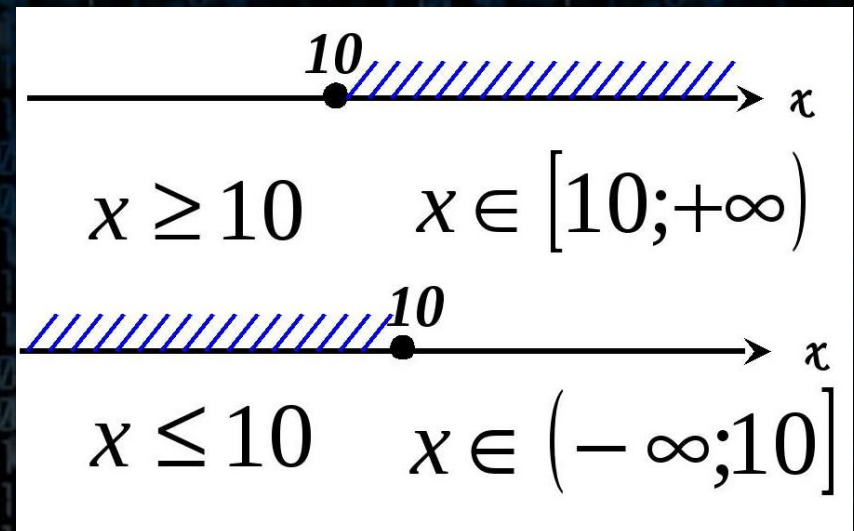
- В русском языке этой связке соответствует частица НЕ (в некоторых высказываниях применяется оборот «неверно, что ...»).
- Отрицание — унарная (одноместная) операция; \bar{A} записывается в виде: $\neg A$ или \bar{A} .

Таблица истинности

A	\bar{A}
0	1
1	0

Логические функции на области числовых значений

- Алгебра чисел пересекается с алгеброй логики в тех случаях, когда приходится проверять принадлежность значений алгебраических выражений некоторому множеству.
- Например, принадлежность значения числовой переменной x множеству положительных чисел выражается через высказывание: « x больше нуля».
- Символически это записывается так: $x > 0$.
- В алгебре такое выражение называют неравенством. В логике — отношением.



Логические функции

- Отношение можно рассматривать как логическую функцию от числовых аргументов.
- Например: $F(x) = (x > 0)$ или $P(x, y) = (x < y)$.
- Аргументы определены на бесконечном множестве действительных чисел, а значения функции — на множестве, состоящем из двух логических величин: **ИСТИНА, ЛОЖЬ**.

$P(N) =$ «В городе N живут более 2 млн человек»

- $P(\text{Москва}) = 1$
- $P(\text{Якутск}) = 0$

Аксиомы: свойства констант 0 и 1:	$1+A=1$ $0*A=0$ $0+A=A$ $1*A=A$
идемпотентность:	$A+A=A$ $A*A=A$

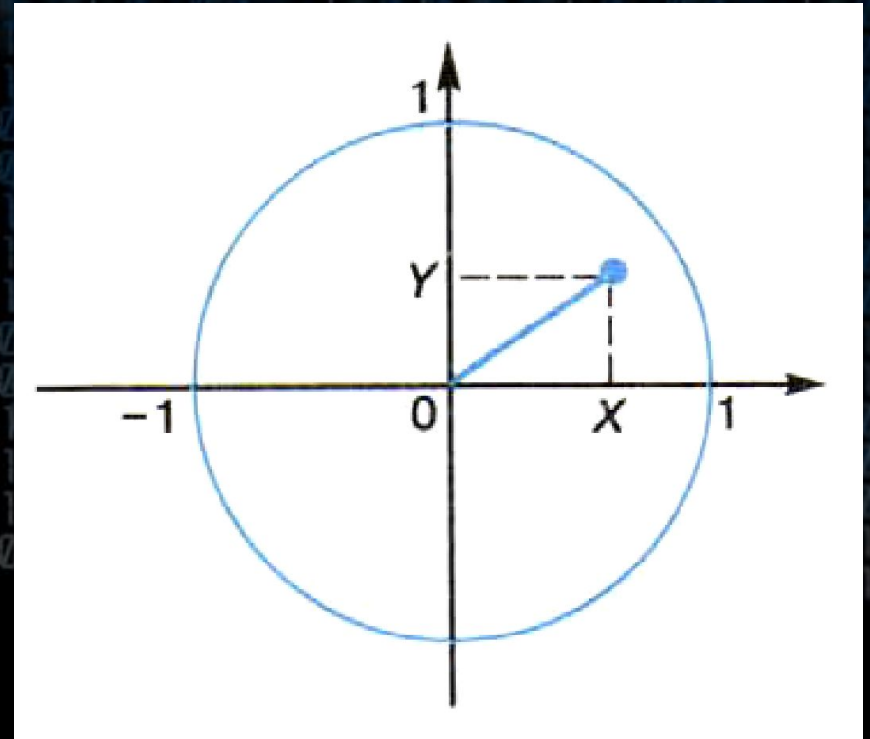
Предикаты

- Логические функции от числовых аргументов еще называют термином предикат.
- В алгоритмах предикаты играют роль условий, по которым строятся ветвления и циклы.
- Предикаты могут быть как простыми логическими функциями, не содержащими логических операций, так и сложными, содержащими логические операции.

Предикаты – это логические высказывания, значения которых могут меняться в зависимости от входящих в них переменных величин, иначе говоря, это логические переменные.

Предикаты

Записать предикат (логическую функцию) от двух вещественных аргументов X и Y , который будет принимать значение ИСТИНА, если точка на координатной плоскости с координатами X и Y лежит внутри единичной окружности с центром в начале координат



$$F(X, Y) = (X^2 + Y^2 < 1)$$

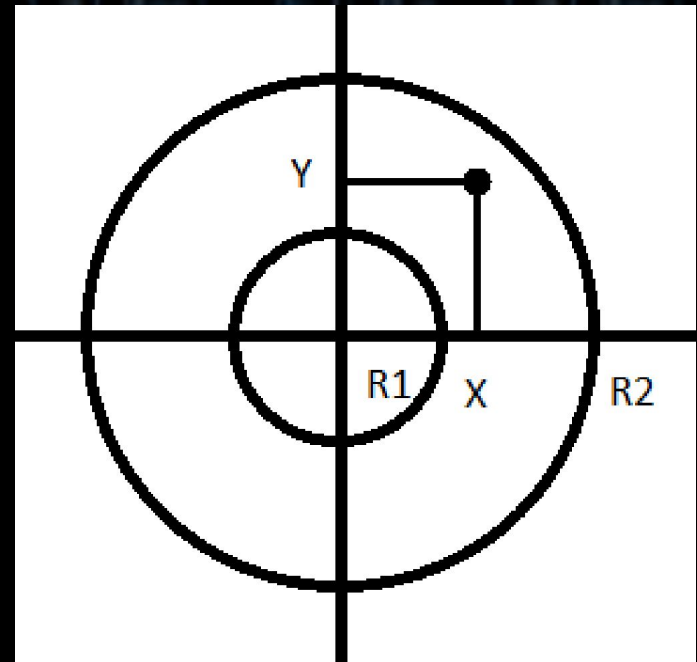
Предикаты

Записать предикат, который будет принимать значение ИСТИНА, если точка на координатной плоскости с координатами X и Y лежит внутри кольца с центром в начале координат, и радиусами $R1$ и $R2$.

- Поскольку значения $R1$ и $R2$ — переменные величины, искомая логическая функция будет иметь четыре аргумента: X , Y , $R1$, $R2$. Возможны две ситуации:
- 1) $R1^2 < X^2 + Y^2 < R2^2$ и $R1 < R2$: $R1$ — внутренний радиус, $R2$ — внешний радиус;
- 2) $R2^2 < X^2 + Y^2 < R1^2$ и $R2 < R1$: $R2$ — внутренний радиус, $R1$ — внешний радиус.

Объединив дизъюнкцией оба этих утверждения, получим следующую логическую функцию:

$$F(X, Y, R1, R2) = (((X^2 + Y^2) > R1^2) \& ((X^2 + Y^2) < R2^2) \& R1 < R2) \vee (((X^2 + Y^2) > R2^2) \& ((X^2 + Y^2) < R1^2) \& R2 < R1).$$



Логические операции на Паскале

- not — отрицание,
- and — логическое умножение (конъюнкция),
- or — логическое сложение (дизъюнкция),
- xor — исключаящее ИЛИ

$$\underline{\neg X \& Y \vee X \& Z}$$

на Паскале запишется в виде следующего логического выражения:
not X and Y or X and Z,
где X, Y, Z — переменные типа boolean.

$$\underline{1 < X < 50}$$

$$(1 \leq X) \text{ and } (X \leq 50)$$

Приоритеты

- Для правильной записи сложного логического выражения (предиката) нужно учитывать относительные приоритеты арифметических, логических операций и операций отношений, поскольку все они могут присутствовать в логическом выражении.
- По убыванию приоритета операции располагаются в следующем порядке.

1. Арифметические операции:

- (минус унарный)

*, /

+, -

2. Логические операции:

not

and

or, xor

3. Операции отношения:

=, <>, >, <, >=, <=

```
Program Bool1;
var X: integer;
    Bol: Boolean;
begin
    X:=4;

    Bol:=X > 3;    { Это утверждение истинно }
    writeln(Bol);

    Bol:=X < 3;    { Это утверждение ложно }
    writeln(Bol);

    readln
end.
```

```
program listing_1_17;  
var  
    Z, X: integer;  
    W: boolean;  
begin  
    write ('Ввести первое число ');  
    readln (Z);  
    write ('Ввести второе число ');  
    readln (X);  
    W := (Z < 5) and (X > 2);  
    writeln (W)  
end.
```

```
Program Bool_1;  
var X: Integer;  
    Bol, OnBol, Rez: Boolean;  
Begin  
    X:=4;  
    Bol:=X>3;  
    OnBol:=X<3;  
    writeln('Bol=',Bol);  
    writeln('OnBol=',OnBol);  
  
    Rez:=Bol and OnBol;  
    writeln('Bol and OnBol=',Rez);  
    Rez:=Bol or OnBol;  
    writeln('Bol or OnBol=',Rez);  
    Rez:=not Bol;  
    writeln('not Bol=',Rez);  
    readln  
end.
```

```
Bol=TRUE  
OnBol=FALSE  
Bol and OnBol=FALSE  
Bol or OnBol=TRUE  
not Bol=FALSE
```




Спасибо за внимание!

Учитель информатики - Румянцев Е.В.