

Лекция 4. ПЛАН ЛЕКЦИИ.

1. Кинетическая энергия, работа, мощность
2. Потенциальная энергия
3. Закон сохранения механической энергии
4. Пример практического применения законов сохранения. Абсолютно упругий удар.

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Запишем уравнение движения (второй закон Ньютона) для механической системы из одной частицы

\vec{F} - результирующая сил, действующих на частицу.

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

Умножив скалярно уравнение движения на перемещение частицы


$d\vec{s} = \vec{v} dt$ получим:

$$m \left(\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} \right) dt = (\vec{F} d\vec{s}) \quad \longrightarrow \quad m (\vec{v} d\vec{v}) = (\vec{F} d\vec{s})$$

Внесем скорость под знак дифференциала, получим:

$$m d \left(\frac{v^2}{2} \right) = d \left(\frac{mv^2}{2} \right) = (\vec{F} d\vec{s})$$

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Если система замкнута, т.е. $\vec{F} = \mathbf{0}$,  $d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \mathbf{0}$

следовательно $\left(\frac{mv^2}{2}\right) = const = K$

Эта величина называется кинетической энергией частицы.

РАБОТА.

Если на частицу действует сила \vec{F} , кинетическая энергия частицы изменяется:

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = (\vec{F}d\vec{s})$$

В этом случае приращение кинетической энергии частицы за время dt равно скалярному произведению $(\vec{F}d\vec{s})$

Величина $dA = (\vec{F}d\vec{s})$ называется работой, совершаемой силой \vec{F} на пути $d\vec{s}$. Следовательно, раскрыв скалярное произведение можно записать

$$dA = F_s ds$$

Работа характеризует изменение энергии, обусловленное действием силы на движущуюся частицу. Иначе, работу совершает только сила.

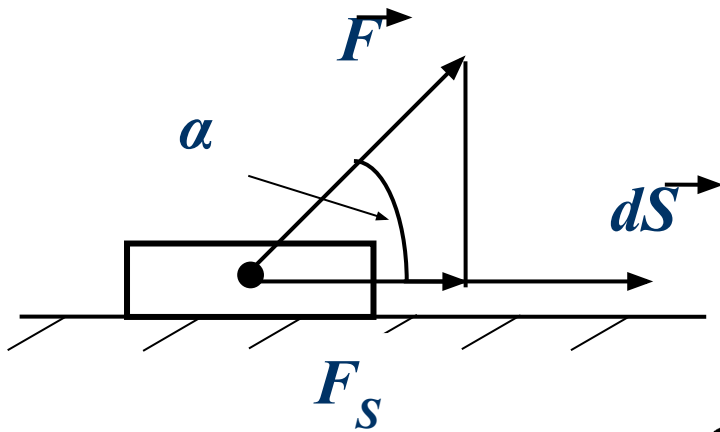
Работа не волк,

**а произведение силы на
расстояние**

1001K

РАБОТА.

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{S}) = F \cdot \cos \alpha \cdot dS.$$

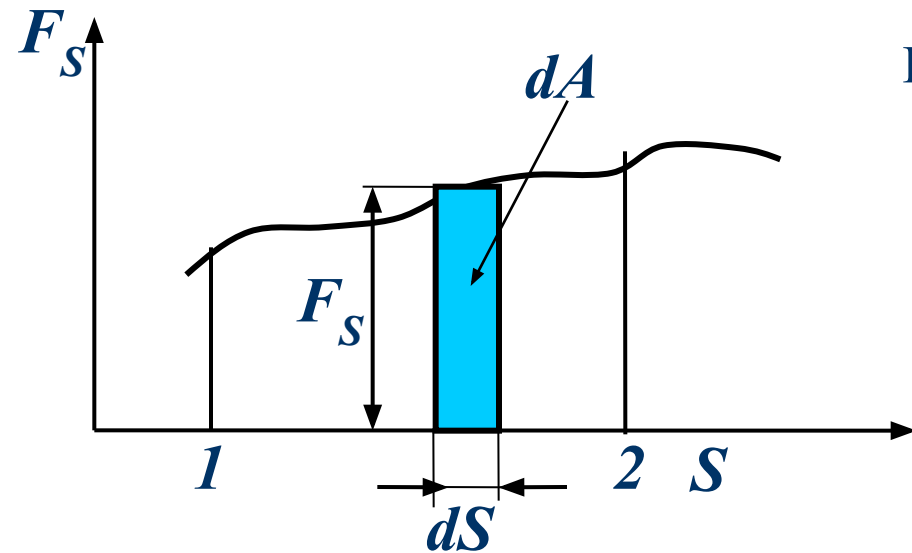


$$\alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha > 0 \Rightarrow dA > 0,$$

$$\alpha > \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow dA < 0,$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow dA = 0,$$

РАБОТА. Физический смысл



Проинтегрируем соотношение

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = F_s ds$$

вдоль некоторой траектории от точки 1 до точки 2:

$$\int_1^2 d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \int_1^2 F_s ds \quad \longrightarrow \quad \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \int_1^2 F_s ds$$
$$K_2 - K_1 = A$$

Работа результирующей всех сил, действующих на частицу, идет на приращение кинетической энергии частицы

МОЩНОСТЬ.

Мощность – это работа, совершаемая в единицу времени.

$$P = \frac{dA}{dt}$$

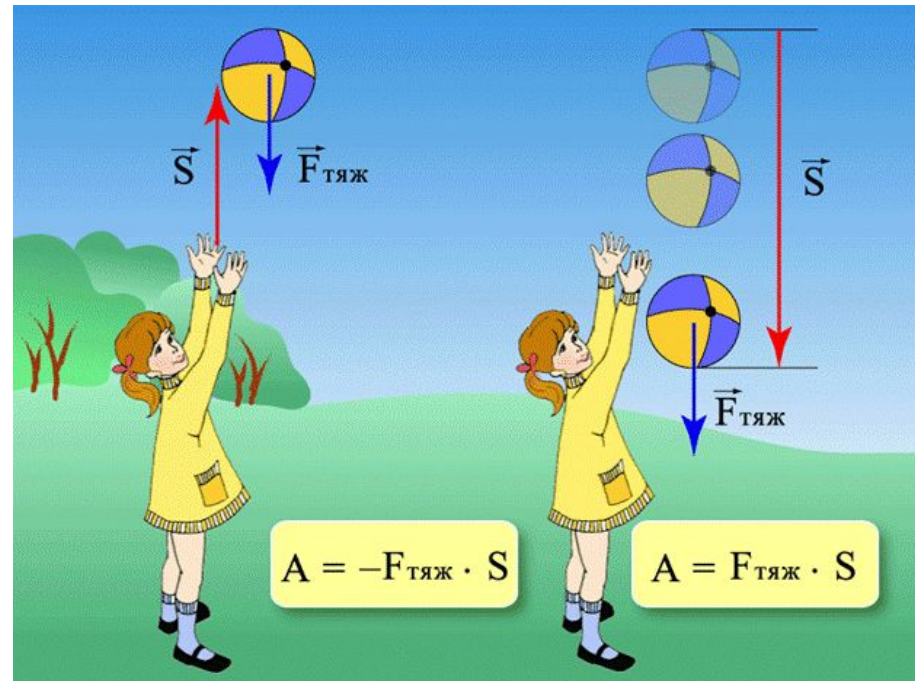
ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Силы поля делятся на *потенциальные* и *непотенциальные*

Силое поле , работа которых зависит только от начального и конечного положения тела, но не от траектории его перемещения. Такие силы называются консервативными или потенциальными.

Поле сил притяжения или гравитационное поле. Сила тяжести.

$$F_{тяж} = P = mg$$



скалярная физическая величина — скалярная физическая величина, представляющая собой часть полной механической энергии
ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ
 — скалярная физическая величина, представляющая собой часть полной механической энергии системы, находящейся в поле
 — скалярная физическая величина, представляющая собой часть полной механической энергии системы, находящейся в поле консервативных сил
 — скалярная физическая величина, представляющая собой часть полной механической энергии системы, находящейся в поле консервативных сил. Зависит от положения материальных точек
 — скалярная физическая величина, представляющая собой часть полной механической энергии

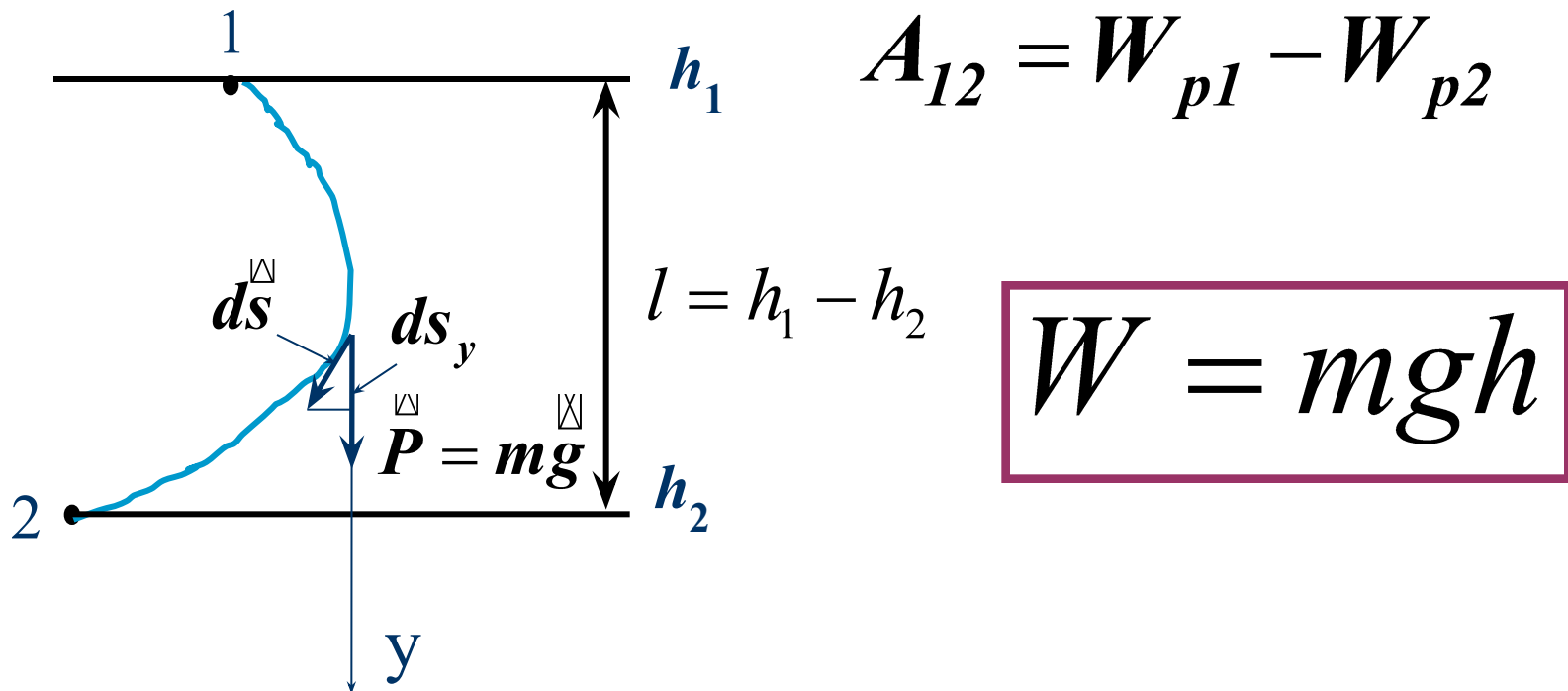
Работа консервативной силы A_{12} равна изменению потенциальной энергии частицы, взятому с обратным знаком.

$$A_{12} = -(W_{p2} - W_{p1}) = (W_{p1} - W_{p2})$$

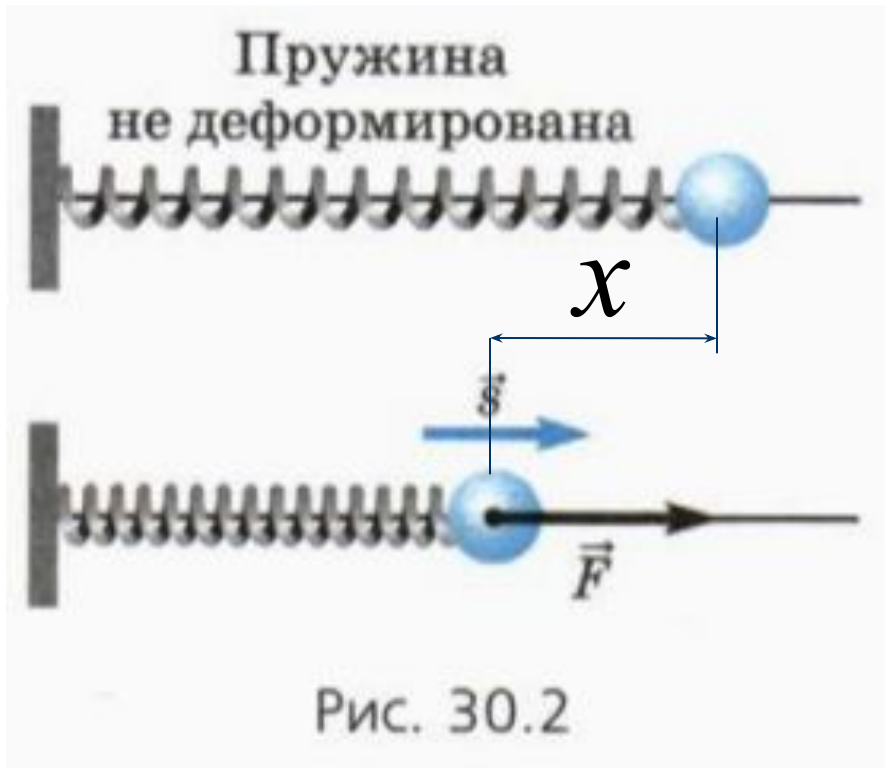
Потенциальная энергия поля силы тяжести

Определим вид функции W_p для частицы в поле сил тяжести

$$dA_{12} = (\vec{P} d\vec{s}) = mg ds_y \longrightarrow A_{12} = \int_1^2 mg ds_y = mgl = mg(h_1 - h_2)$$



Потенциальная энергия пружины



$$W = k \frac{x^2}{2}$$

$$F_{\text{упр}} = kx$$

$$W = F_{\text{упр}} \frac{x}{2}$$

Закон сохранения полной механической энергии

Полная механическая энергия системы E - сумма кинетической K и потенциальной W энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих между собой посредством консервативных сил (сил тяготения и сил упругости) остается неизменной.



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ. Пример практического применения

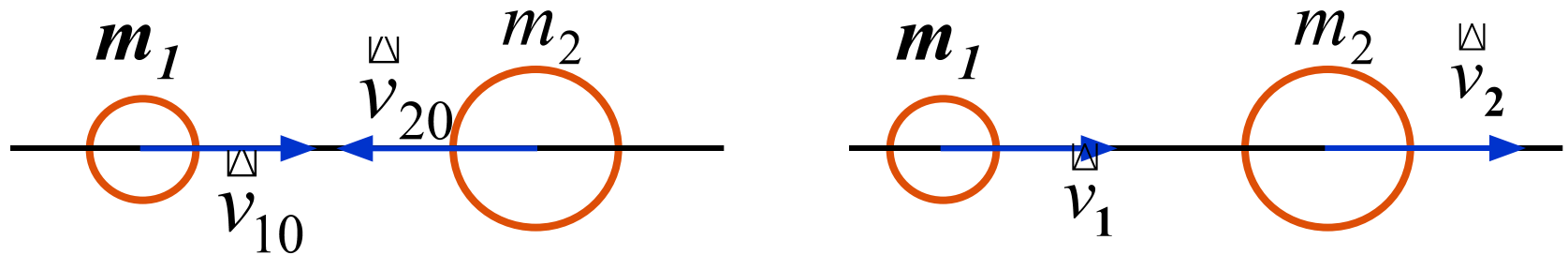
Абсолютно упругий удар

Абсолютно упругим называется такой удар, при котором механическая энергия тел не переходит в другие, немеханические, виды энергии.

Абсолютно неупругий удар - кинетическая энергия тел частично или полностью превращается во внутреннюю энергию; после удара столкнувшиеся тела движутся с одинаковой скоростью, либо покоятся.

Рассмотрим абсолютно упругий удар двух однородных частиц, образующих замкнутую систему

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ. Пример практического применения



Скорости шаров до взаимодействия v_{10} и v_{20} после соударения v_1 и v_2 -

Запишем законы сохранения энергии и импульса:

$$\frac{m_1 v_{10}^2}{2} + \frac{m_2 v_{20}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad (3.1)$$

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (3.2)$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ. Пример практического применения

Преобразуем выражение (3.1) $(a^2 - b^2 = (a + b)(a - b))$:

$$m_1(v_{10} - v_1)(v_{10} + v_1) = m_2(v_2 - v_{20})(v_2 + v_{20}) \quad (3.3)$$

Выражение (3.2) запишем в виде:

$$m_1 v_{10} - m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \rightarrow \quad (3.4)$$

$$m_1(v_{10} - v_1) = m_2(v_2 + v_{20})$$

$$\overset{\sphericalangle}{v}_{10} = v_{10}, \overset{\sphericalangle}{v}_{20} = -v_{20}, \overset{\sphericalangle}{v}_1 = v_1, \overset{\sphericalangle}{v}_1 = v_2$$

Скорости шаров до и после удара будут направлены вдоль одной прямой, следовательно, векторы в соотношениях (3.3) и (3.4) **коллинеарны** (направлены вдоль параллельных прямых)

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ. Пример практического применения

После преобразований получим:

$$v_1 = \frac{-2m_2 v_{20} + (m_1 - m_2)v_{10}}{m_1 + m_2}$$

$$v_2 = \frac{2m_1 v_{10} + (m_1 - m_2)v_{20}}{m_1 + m_2}$$

