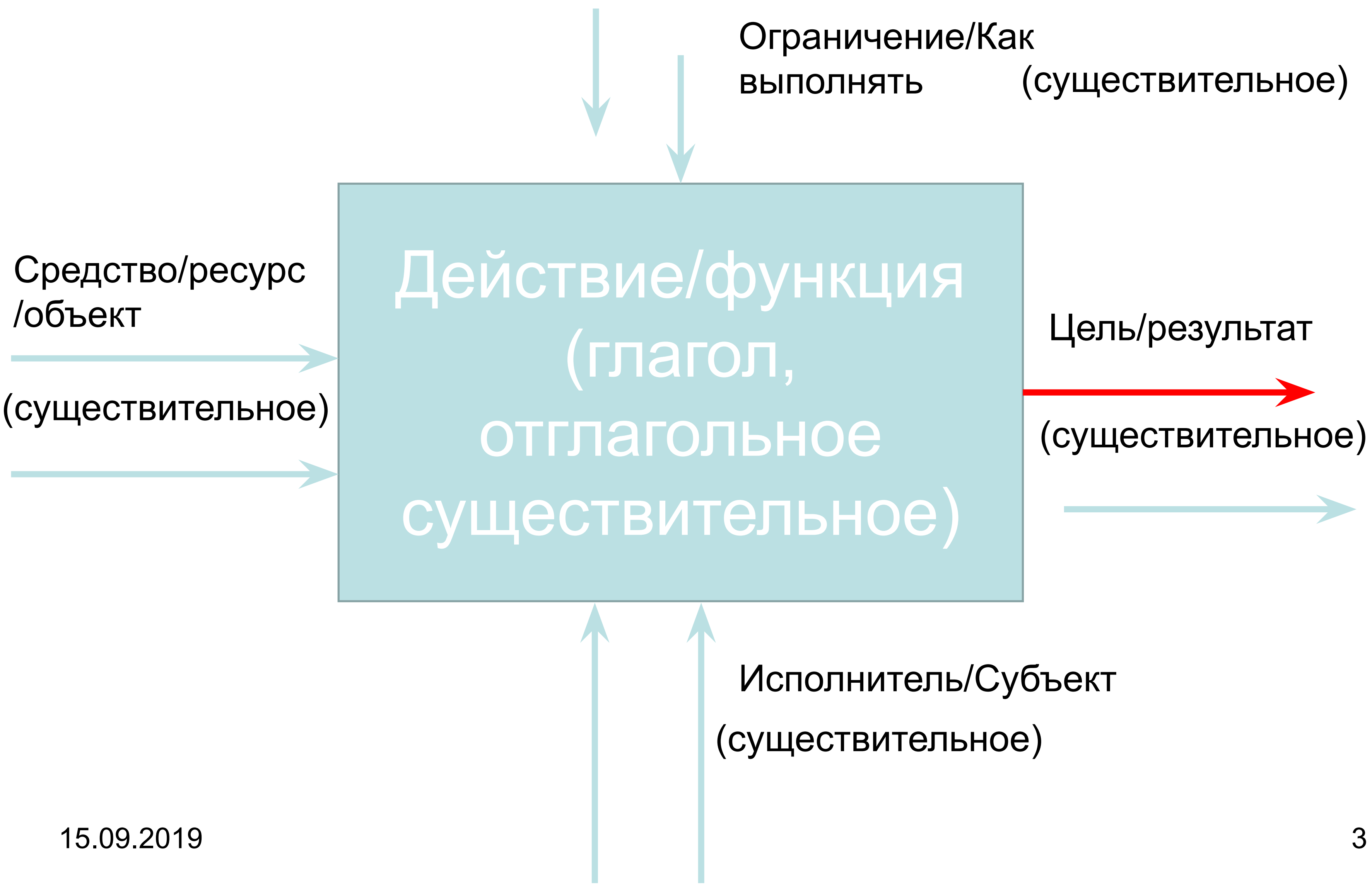
Лекция 2

Еще немного об IDEF0

- Вернёмся к последним двум слайдам предыдущей лекции.

IDEF0



Ограничение/Как выполнять (существительное)
Средство/ресурс /объект
(существительное)
Действие/функция (глагол, отглагольное существительное)
Цель/результат
(существительное)
Исполнитель/Субъект
(существительное)

Методика создания диаграммы IDEF0

Уровень 0: (*)

- Нарисовать и подписать прямоугольник (назвать функцию системы)
- Указать цель
- Ресурсы, исполнители
- Ограничения

Уровень 1 – рассматривать все функции отдельно:

- Нарисовать прямоугольники
- Скопировать все стрелки с Уровня 0
- Указать цели подфункций
- …
- * при необходимости скорректировать Уровень 0

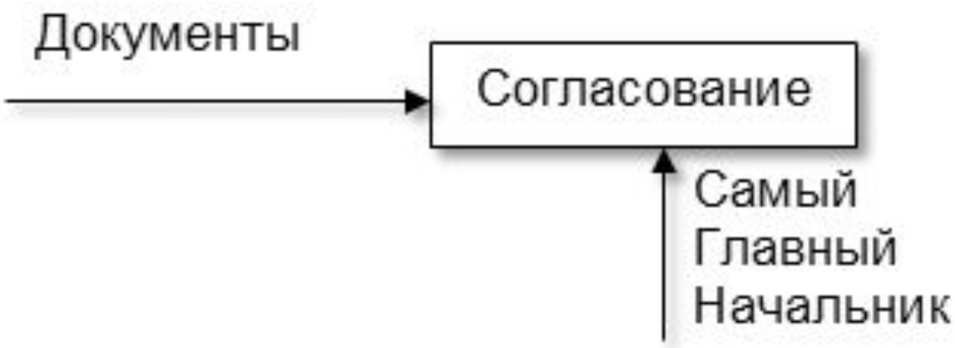
НЕ ДОПУСКАЕТСЯ (НЕЛЬЗЯ!!!):

1. Отсутствие у функции одновременно стрелок управления и входа не допускается. Это означает, что запуск данной функции не контролируется и может произойти в любой произвольный момент времени либо вообще никогда.

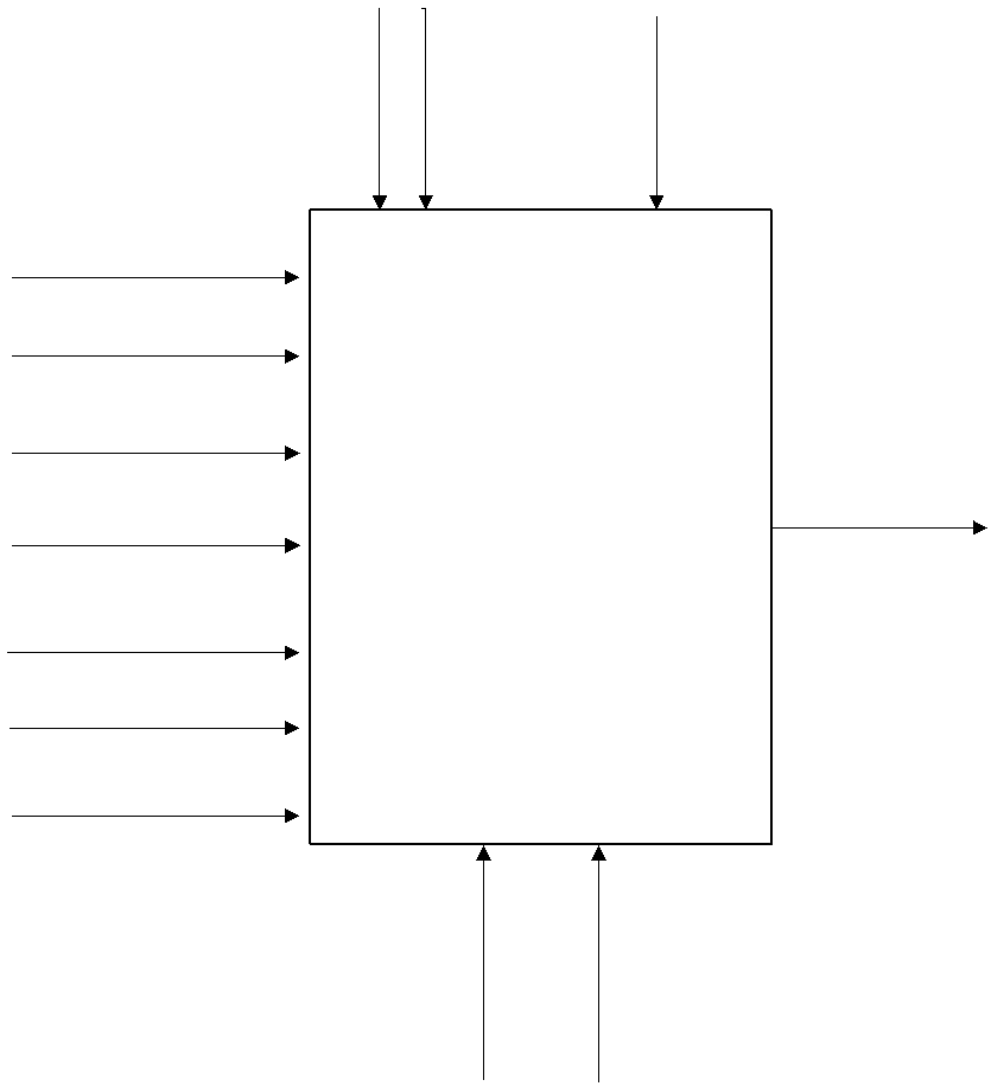
Пример: Функция без управления и входа

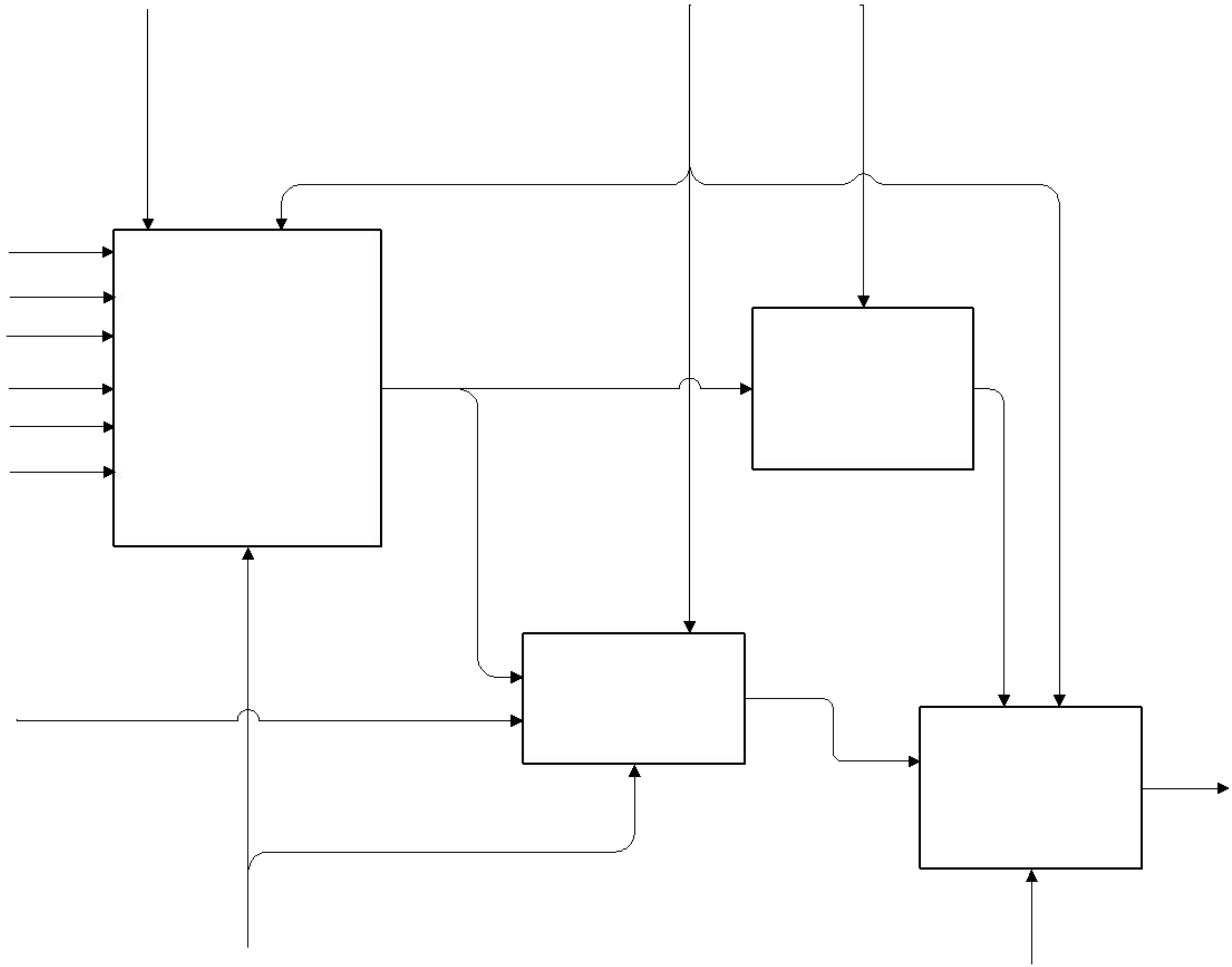
2 (НЕЛЬЗЯ!!). У каждого блока должен быть как минимум один выход.

Пример: Функция без выхода



Рассмотрим пример.





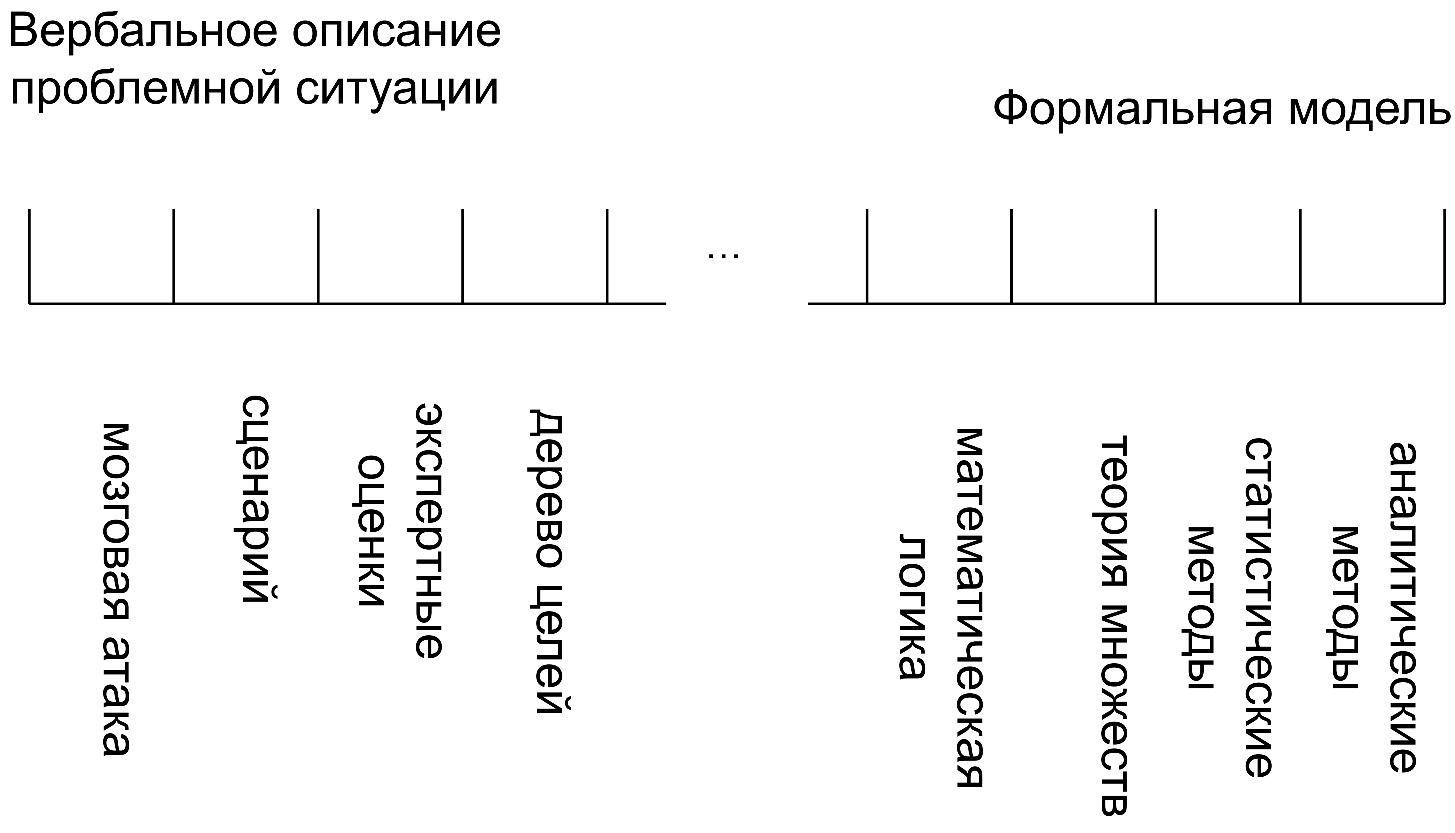
Укажем некоторые недостатки этих диаграмм

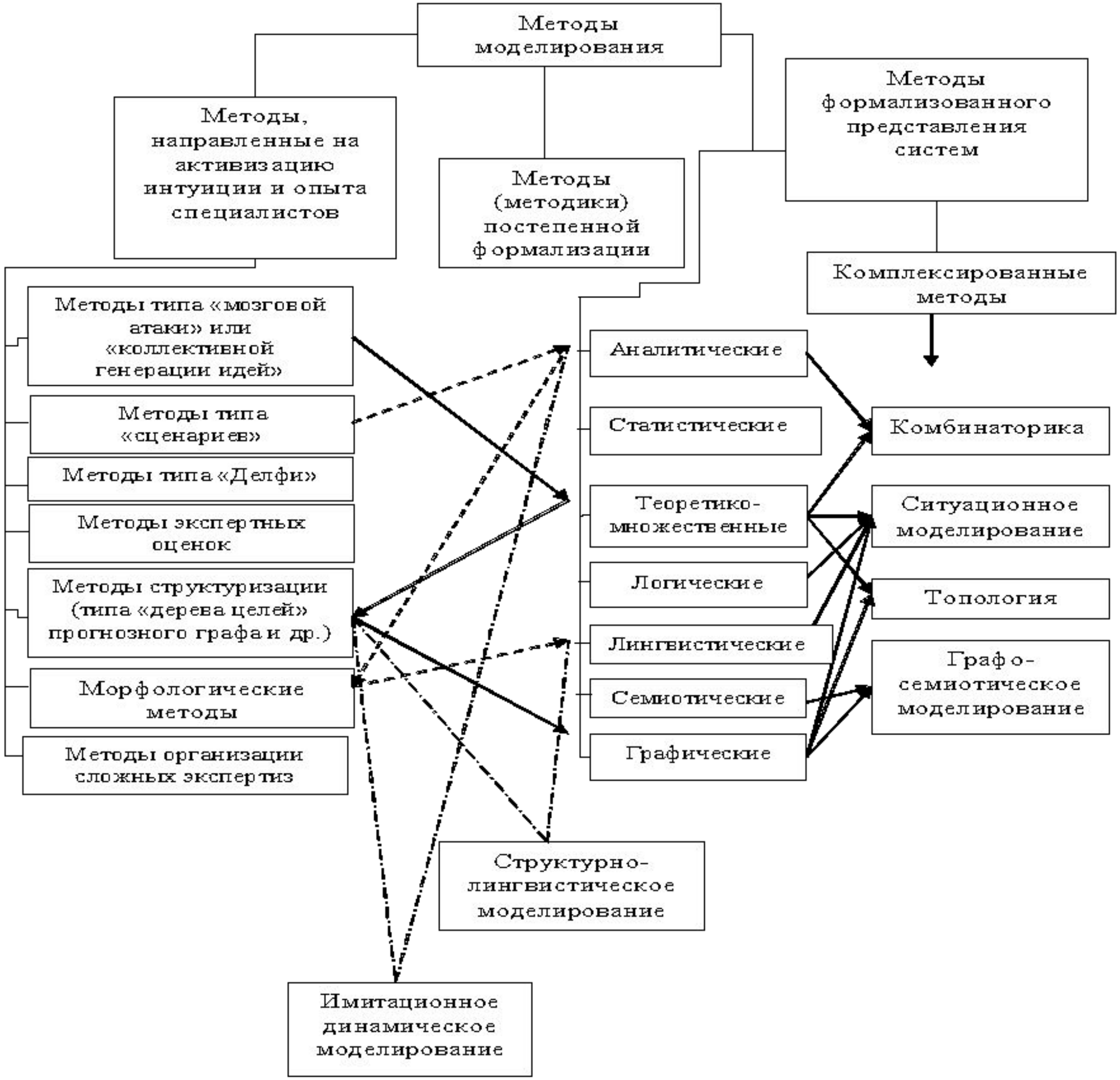
(несбалансированность контекстной диаграммы,

Недочёты в дочерней («Должностные инструкции» и определения угроз и т.д.)

Тема 2. МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

2.1 Классификация методов моделирования сложных систем





Методы моделирования
Методы, направленные на активизацию интуиции и опыта специалистов
Методы (методики) постепенной формализации
Методы формализованного представления систем
Комплексированные методы
Методы типа «мозговой атаки» или «коллективной генерации идей»
Методы типа «сценариев»
Методы типа «Делфи»
Методы экспертных оценок
Методы структуризации (типа «дерева целей» прогнозного графа и др.)
Морфологические методы
Методы организации сложных экспертиз
Аналитические
Статистические
Теоретико-множественные
Логические
Лингвистические
Семиотические
Графические
Комбинаторика
Ситуационное моделирование
Топология
Графо-семиотическое моделирование
Структурно-лингвистическое моделирование
Имитационное динамическое моделирование

2.2 Методы направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов

Методы типа «мозговой атаки» или коллективной генерации идей. Концепция *мозгового штурма* и *мозговой атаки* получила широкое распространение с начала 50-х годов. Мозговая атака основана на гипотезе, что среди большого числа идей имеется по меньшей мере несколько хороших и полезных для решения проблемы, которые нужно выявить. Методы этого типа известны также под *названием коллективной генерации идей, конференций идей, метода обмена мнениями*.

В зависимости от принятых правил и жесткости их выполнения различают *прямую мозговую атаку*, метод обмена мнениями, *метод типа комиссий*, судов.

- **Методы типа «сценариев».**

Методы подготовки и согласования представлений о проблеме или анализируемом объекте, изложенных в письменном виде, получили название *сценариев.*

Это любой документ, содержащий анализ рассматриваемой проблемы и предложения по ее решению или по развитию системы, независимо от того, в какой форме он представлен.

Сценарий предусматривает не только содержательные суждения, помогающие не упустить детали, которые невозможно учесть в формальной модели (в этом собственно и заключается основная роль сценариев), но и содержит, как правило, результаты количественного технико-экономического или статистического анализа с предварительными выводами.

Сценарий позволяет создать предварительное представление о проблеме (системе) в ситуациях, которые не удается сразу отобразить формальной моделью. Однако сценарий – это все тот же текст, да еще с последствиями (синонимия, парадоксы, отношения) неоднозначного толкования. Поэтому это всего лишь основа для дальнейшей формализации.

Методы типа «Дельфи».

Основные средства повышения объективности результатов при применении метода «Дельфи» – *использование обратной связи,* ознакомление экспертов с результатами предшествующего тура опроса и учет этих результатов при оценке значимости мнений экспертов. В конкретных методиках, реализующих процедуру «Дельфи», эта идея используется в разной степени. Например, достаточно следующих четырех этапов:

- раздача анкет, сбор оценок, их обобщенное представление с указанием разбора мнений;
- сообщение итогов и запрос объяснений причин индивидуального отклонения от средней или медианной оценки первой итерации;
- сообщение всех объяснений и запрос контраргументов на них;
- сообщение возражений и запрос новых оценок альтернатив, если эксперт пожелает их изменить; нахождение окончательного итога.

Методы экспертных оценок. Основные этапы методов экспертных оценок заключаются в следующем:

- формирование экспертных групп, включая требования к экспертам, размеры группы, вопросы тренировки экспертов, оценки их компетентности;
- выбор формы экспертного опроса (разного рода анкетирования, интервью, смешанные формы опроса) и методики организации опроса (в т.ч. методики анкетирования, мозговая атака, деловые игры и т.д.);
- выбор подхода к оцениванию (ранжирование, нормирование, различные виды упорядочения в т.ч. методы предпочтений, попарных сравнений и т.д.);
- выбор метода обработки экспертных оценок;
- оценка согласованности мнений экспертов, достоверности экспертных оценок.

Пример

- Предположим, например, что эксперты оценивают альтернативы в числовых шкалах. Пусть $q_j(x_i)$ – оценка *i*-й альтернативы *j*-м экспертом ($i = 1, 2, ..., m$, $j = 1, 2, ..., n$). Оценки $q_1(x_i), q_2(x_i), ..., q_n(x_i)$ можно рассматривать как «измерения» искомой «истинной характеристики» $q(x_i)$, считая отклонения $q_j(x_i) - q(x_i)$ случайными величинами.
- В качестве приближения можно использовать некоторую статистику $q(x_i) = q(q_1(x_i), q_2(x_i), ..., q_n(x_i))$; обычно это выборочное среднее

$$q(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} q_j(x_i)$$

хотя можно использовать и другие статистики.

- Если альтернативы нельзя оценить сразу одним числом и экспертам предлагается дать оценки отдельно по каждому показателю. Например, оценка товара по признакам экономическим, функциональным и т.д. В этом случае имеем набор чисел $q_{jk}(x_i)$, где k ($k = 1, 2, ..., p$) − номер признака. Кроме этих чисел, экспертов просят оценить степень важности λ_{jk} каждого показателя.

  Тогда

$$q(x_i) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{p}\sum_{j=1}^{n}\lambda_{jk}q_{jk}(x_i), \quad j = 1, ..., m$$

- Определение коэффициента α_j компетентности *j*-го эксперта можно поручить самим экспертам. Пусть каждый из них (*l*-й) оценивает компетентность других числами $0 \le \alpha_{lj} \le 1$ (при этом и свою − числом α_{ll}). Усреднение дает

$$\alpha_j = \sum_{l=1}^{n} \left(\frac{\alpha_{lj}}{\sum_{s=1}^{n} \alpha_{ls}} \right)$$

В результате получают итоговую оценку

$$q(x_i) = \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \lambda_{jk} q_{jk}(x_i)$$

При обработке материалов коллективной экспертной оценки используются методы теории ранговой корреляции. Для оценки степени согласованности мнений экспертов применяется коэффициент конкордации:

$$W = \frac{12d}{n^2(m^3 - m)},$$

где $$d = \sum_{i=1}^{m} d_i^2 = \sum_{i=1}^{m} [\sum_{j=1}^{n} r_{ij} - \frac{n(m+1)}{2}]^2$$

n - количество экспертов ($j = \overline{1,n}$)

m - количество рассматриваемых свойств; $i = \overline{1, m}$

r_{ij} - место, которое заняло i-е свойство в ранжировке *j*-м экспертом;

d_i - отклонение суммы рангов по i-му свойству от среднего арифметического сумм рангов по m свойствам.

Коэффициент конкордации W позволяет оценить, насколько согласованы между собой ряды предпочтительности, построенные каждым экспертом. Его значение находится в пределах $0 \leq W \leq 1$; $W = 0$ означает полную противоположность, а $W = 1$ — полное совпадение ранжировок. На практике достоверность считается хорошей, если $W = 0,7 \dots 0,8$

Пример на доске – 3 эксперта, 4 цвета, матрица предпочтений 3x4

Сильная несогласованность

3 1 2

1 2 4

2 3 3

4 4 1

d= 7

W= 12*7/(9*(64-4))=84/540 ≈ 0.16

Если

Сильная согласованность

3 3 3

1 1 1

2 2 2

4 4 4

То

d=45 и W= 12*45/(9*(64-4))= 1 !!

- **Методы структуризации.**

- Структурные представления разного рода позволяют разделить сложную проблему с большой неопределенностью на более мелкие, лучше поддающиеся исследованию, что само по себе можно рассматривать как некоторый метод исследования, именуемый иногда структурно-системным. Виды структур, получаемые путем расчленения системы во времени называются сетевые структуры, а получаемые путем расчленения системы в пространстве называются иерархические структуры разного рода или матричные структуры

- **Методы типа «дерева целей».** Термин «дерево» подразумевает использование иерархической структуры, получаемой путем расчленения общей цели на подцели, а их, в свою очередь, на более детальные составляющие, т.е. на подцели нижележащих уровней, направления, проблемы, а с некоторого уровня − функции.
- При использовании метода «дерево целей» в качестве средства принятия решений часто применяют термин «дерево решений». При применении метода для выявления и уточнения функций системы управления говорят о «дереве целей и функций». При структуризации тематики научно-исследовательских организаций пользуются термином «дерево проблемы», а при разработке прогнозов – «дерево направлений развития (прогнозирования развития)» или «прогнозный граф».

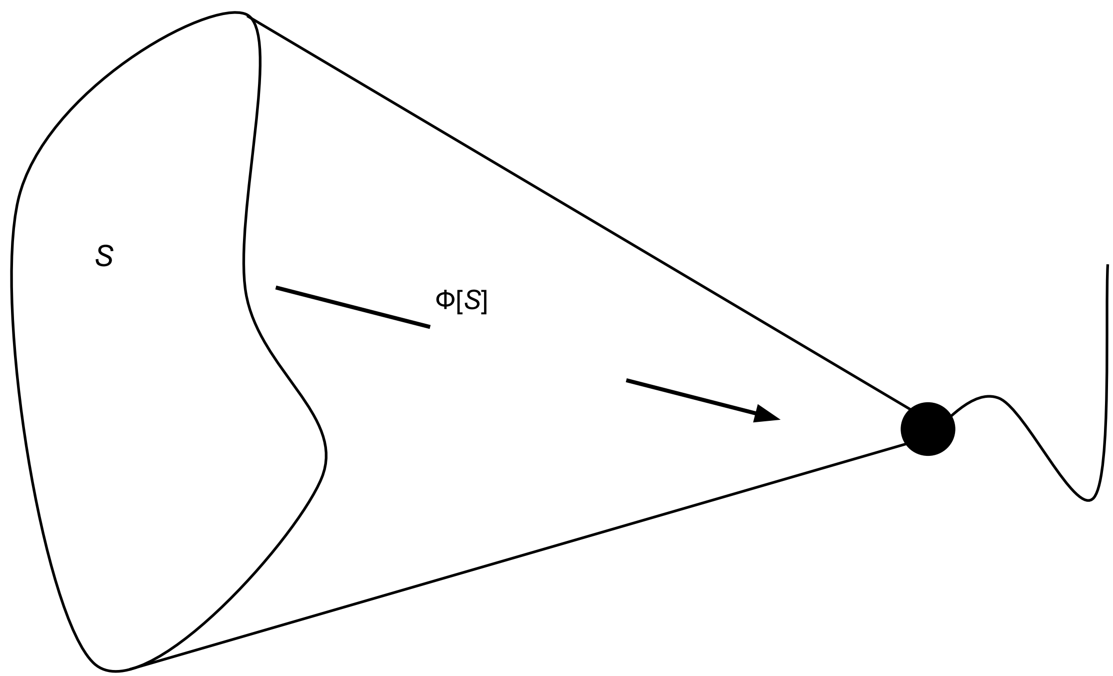
- **Морфологические методы.** Основная идея морфологического подхода − систематически находить все возможные варианты решения поставленной проблемы или реализации системы путем комбинирования основных (выделенных исследователем) структурных элементов системы и их признаков. При этом система или проблема может разбиваться на части разными способами и рассматриваться в различных аспектах.
- Отправными точками системного исследования Ф. Цвикки считает:
- 1) равный интерес ко всем объектам морфологического исследования;
- 2) ликвидацию всех оценок и ограничений до тех пор, пока не будет получена полная структура исследуемой области;
- 3) максимально точную формулировку поставленной проблемы.

2.3 Методы формализованного представления систем

- **Классификация** . Выделяют следующие обобщенные группы (классы) методов:
- *аналитические* (методы классической математики, включая интегральное и дифференциальное исчисления, методы поиска экстремумов функций, вариационное исчисление и т. д.; методы математического программирования; методы теории игр);
- *статистические* (включающие теорию вероятностей, математическую статистику и направления прикладной математики, использующие стохастические представления - теорию массового обслуживания, методы статистических испытаний (основанные на методе Монте-Карло), методы выдвижения и проверки статистических гипотез А. Вальда и другие методы статистического имитационного моделирования);

- *теоретико-множественные, логические, лингвистические, семиотические представления (методы дискретной математики), составляющие теоретическую основу разработки языков моделирования, автоматизации проектирования, информационно-поисковых языков;*
- *графические (включающие теорию графов и разного рода графические представления информации типа диаграмм, гистограмм и других графиков).*

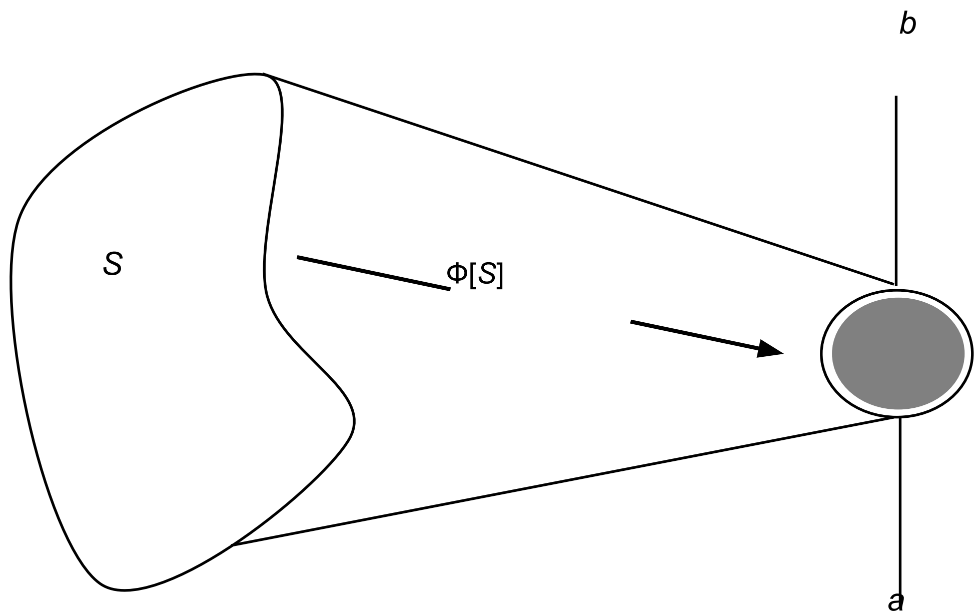
1. Аналитические методы. *Аналитическими* в рассматриваемой классификации названы методы, которые отображают свойства реальных объектов и процессов (системы *S*) в виде точки, совершающей какие-либо перемещения в многомерном пространстве. Эта возможность аналитических представлений иллюстрируется символьным образом, представленным на рисунке, как преобразование сложной системы *S* в точку, совершающую какое-то движение (или обладающую каким-то поведением), посредством оператора (функции, функционала $\Phi[S]$).



Аналитическое представление системы

Статистические методы. Статистическим представлением называют отображение системы с помощью случайных (стохастических) событий, процессов, которые описываются вероятностными характеристиками и статистическими закономерностями.

Статистическое представление системы *S* в общем случае можно представить в виде «размытой» точки (размытой области) в *n*-мерном пространстве, в которую переводит систему *S* оператор $\Phi[S]$.



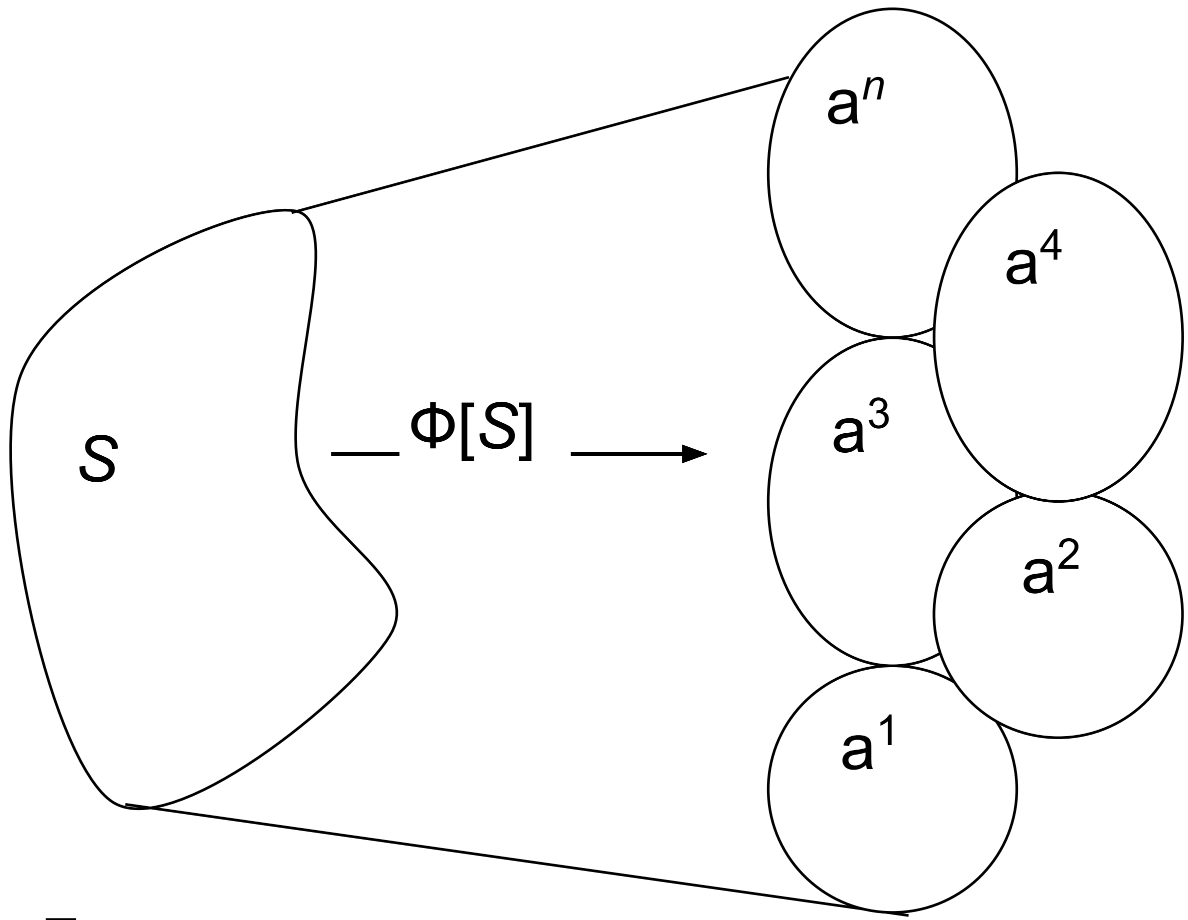
Статистическое представление системы

На базе статистических представлений развивается ряд математических теорий: *математическая статистика*, объединяющая различные методы статистического анализа (регрессионный, дисперсионный, корреляционный, факторный и т.д.); *теория статистических испытаний,* основой которой является метод Монте-Карло, а развитием – теория статистического имитационного моделирования; теория выдвижения и проверки статистических гипотез, возникшая для оценки процессов передачи сигналов на расстоянии.

Теоретико-множественные представления. Теоретико-множественные представления базируются на понятиях множество, элементы множества, отношения на множествах.

Сложную систему можно отобразить в виде совокупности разнородных множеств и отношений между ними .

Множества могут задаваться двумя способами: перечислением элементов $\left\{a^1, a^2, ..., a^n\right\}$ и названием характеристического свойства (именем, отражающим это свойство, например, множество А или множество планет солнечной системы, множество рабочих данного завода и т.д.). В основе большинства теоретико-множественных преобразований лежит переход от одного способа задания множества к другому. В множестве могут быть выделены подмножества.

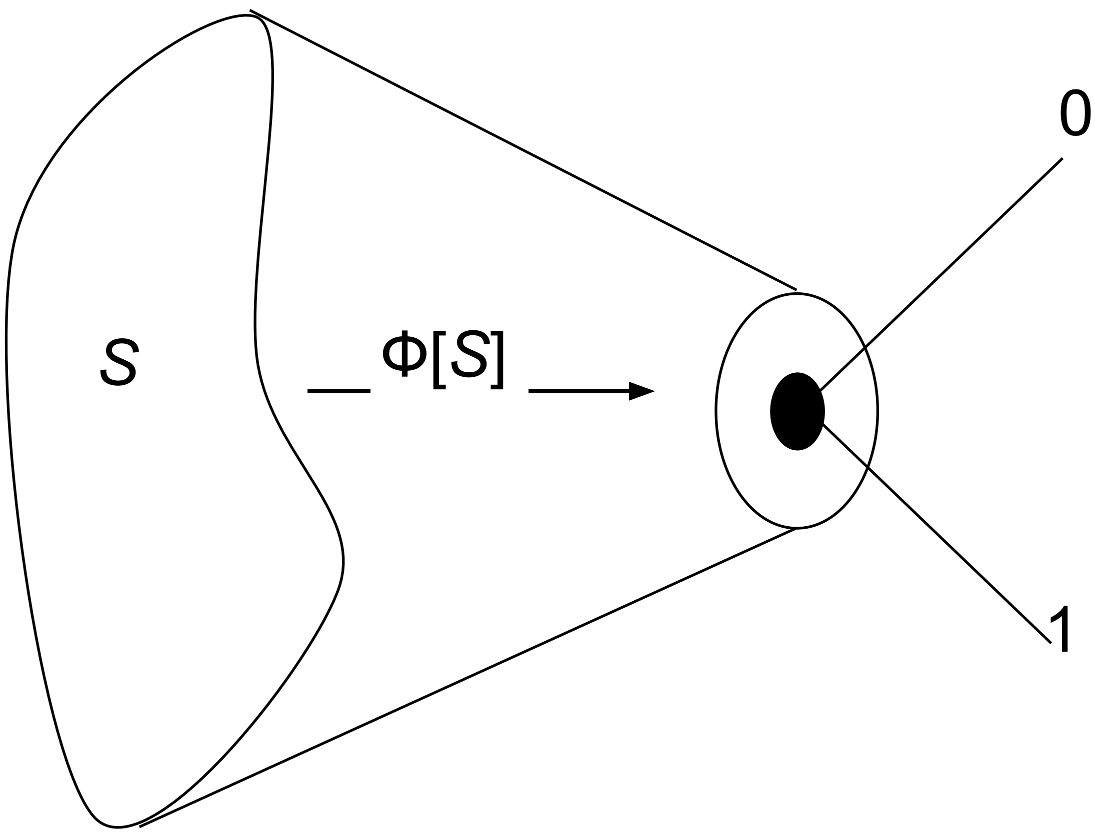


Теоретико-множественное представление системы

Благодаря тому что при теоретико-множественных представлениях систем и процессов в них можно вводить любые отношения, эти представления:

- а) служат хорошим языком, с помощью которого облегчается взаимопонимание между представителями различных областей знаний;
- б) могут являться основой для возникновения новых научных направлений для создания языков моделирования.

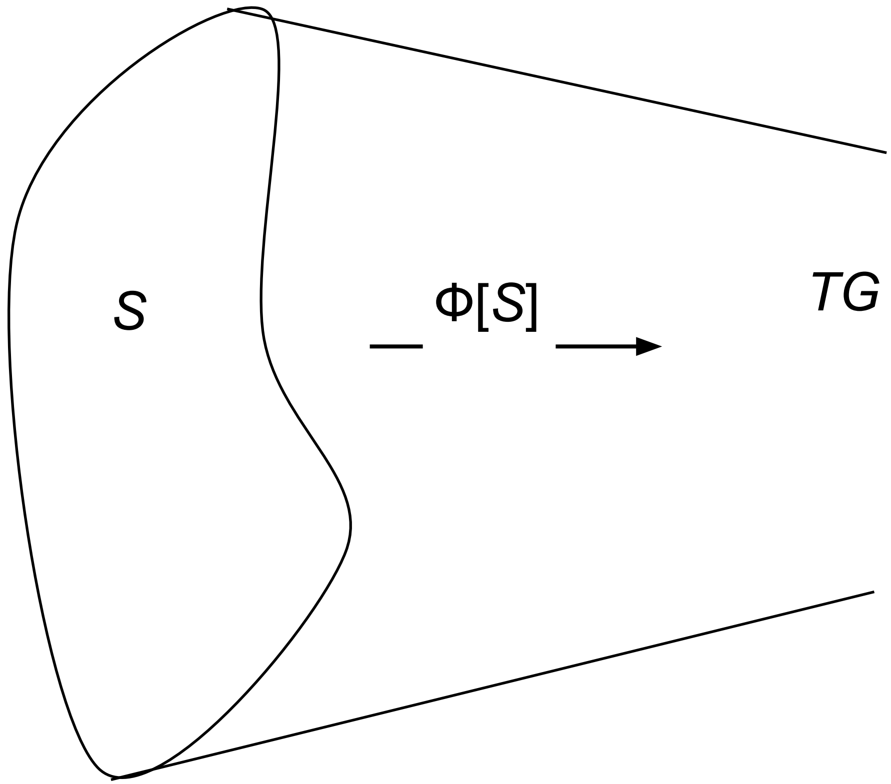
- **Математическая логика.** Логические представления переводят реальную систему и отношения в ней на язык одой из алгебр логики (двузначной, многозначной), основанных на применении алгебраических методов для выражения законов формальной логики
- Наибольшее распространение получила бинарная алгебра логики Буля (булева алгебра).
- Алгебра логики оперируется понятиями: высказывание, предикат, логические операции (логические функции, кванторы).



Логическое представление системы

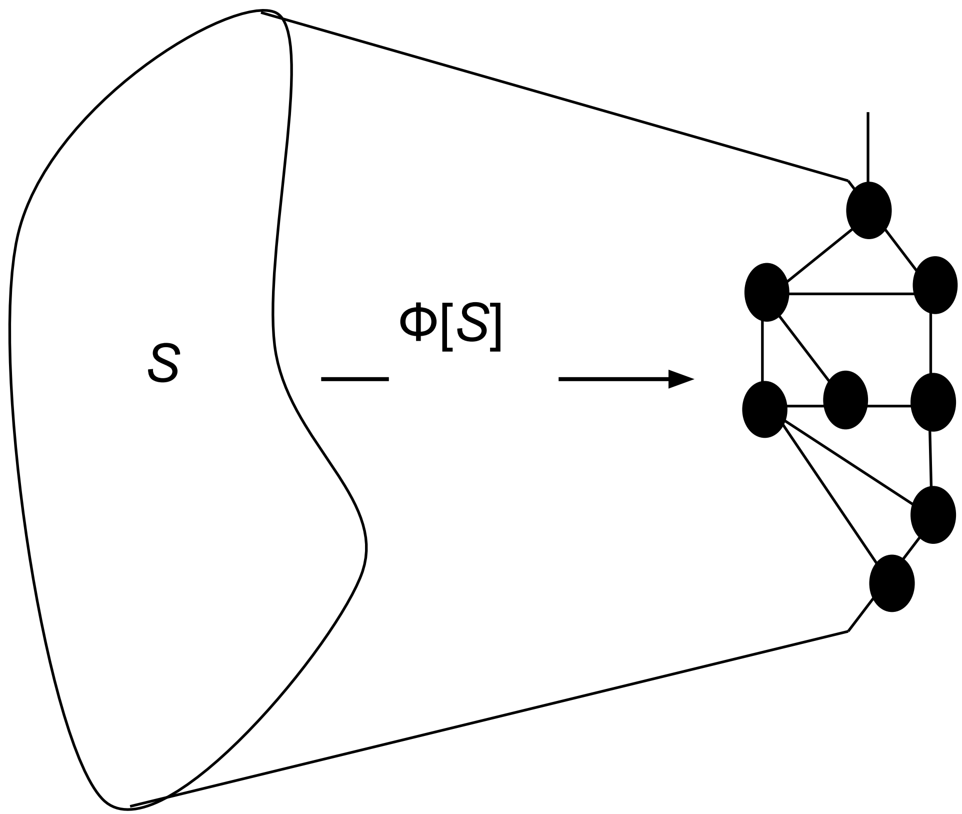
- **Лингвистические, семиотические представления.** *Лингвистические* представления (рис. 2.10) базируются на понятиях *тезауруса* **T** (множество смысловыражающих элементов языка с заданными смысловыми отношениями; тезаурус характеризует структуру языка), *грамматики* **G** (правил образования смысловыражающих элементов разных уровней тезауруса), *семантики* (смыслового содержания формируемых фраз, предложений и других смысловыражающих элементов) и *прагматики* (смысла для данной задачи, цели).

- *Семиотические* представления базируются на понятиях: *знак, знаковая система, знаковая ситуация.* Семиотика возникла как наука о знаках в широком смысле. Однако наиболее широкое практическое применение нашло направление лингвистической семиотики, которое, наряду с основными понятиями семиотики (знак, знаковая система, треугольник Фреге и т.д.) широко пользуется некоторыми понятиями математической лингвистики (тезаурус, грамматика и т.д.).



Лингвистическое представление системы

- **Графические представления.** К графическим представлениям (рис. 2.11) отнесены любые графики (графики Ганта, диаграммы, гистограммы и т.д.) и графы, возникшие на основе графических отображений теории графов, теории сетевого планирования и управления и т.д., т.е. все то, что позволяет наглядно представить процессы, происходящие в системах, и облегчить таким образом их анализ для человека (лица, принимающего решения).
- Графические представления являются удобным средством исследования структур и процессов в сложных системах и решения различного рода организационных вопросов в информационно-управляющих комплексах, в которых необходимо организовать взаимодействие человека и технических устройств. Широкое применение на практике получила теория сетевого планирования и управления.



Графическое (графовое) представление системы

2.4 Измерительные шкалы

- В современной теории измерений определено, что *измерение – это алгоритмическая операция, которая данному наблюдаемому состоянию системы (объекта, процесса, явления) ставит в соответствие определенное обозначение: число, номер или символ*. Такое соответствие обеспечивает то, что результаты измерений содержат информацию о наблюдавшейся системе, количество же информации зависит от степени полноты этого соответствия и разнообразия вариантов. Нужная нам информация получается из результатов измерения с помощью их преобразований, или, как еще говорят, с помощью обработки экспериментальных данных.

Рассматриваются только такие системы, про любые два состояния которых можно сказать, различимы они или нет, и только такие алгоритмы измерения, которые различным состояниям ставят в соответствие разные обозначения, а неразличимым состояниям – одинаковые обозначения. Это означает, что как состояния объекта, так и их обозначения удовлетворяют следующим *аксиомам эквивалентности*:

- $A = A$ (рефлексивность) (2.1)
- *Если* $A = B$, *то* $B = A$ (симметричность) (2.2)
- *Если* $A = B$ *и* $B=C$, *то* $A = C$ (транзитивность)(2.3)

Здесь символ = обозначает отношение эквивалентности; в том случае, когда A и B – числа, он означает их равенство.

- **Шкалы наименований**. Предположим, что число различимых состояний (или, как говорят математики, – число классов эквивалентности) конечно. Каждому классу эквивалентности поставим в соответствие обозначение, отличное от обозначений других классов. Теперь измерение будет состоять в том, чтобы, проведя эксперимент над объектом, определить принадлежность результата к тому или иному классу эквивалентности и записать это с помощью символа, обозначающего данный класс. Такое измерение называется измерением *в шкале наименований* (иногда эту шкалу называют также *номинальной* или *классификационной*); указанное множество символов и образует шкалу наименований. Это самая слабая качественная шкала.

- Перейдем теперь к вопросу о допустимых операциях над данными, выраженными в номинальной шкале. Подчеркнем еще раз, что обозначения классов – это только символы, даже если для этого использованы номера. Номера лишь внешне выглядят как числа, но на самом деле числами не являются. Если у одного спортсмена на спине номер 4, а другого 8, то никаких других выводов, кроме того, что это разные участники соревнований, делать нельзя: так, нельзя сказать, что второй «в два раза лучше» или что у одного из них форма новее. С номерами нельзя обращаться как с числами, за исключением определения их равенства или неравенства: только эти отношения определены между элементами номинальной шкалы

Пример номинальной шкалы – номер спортсмена на майке

- При обработке экспериментальных данных, зафиксированных в номинальной шкале, непосредственно с самими данными можно выполнять только операцию проверки их совпадения или несовпадения. Изобразим эту операцию с помощью символа Кронекера:

$$\delta_{ij} = \{1 : x_i = x_j ; 0 : x_i \neq x_j\}$$

где x_i и x_j – записи разных измерений.

С результатами этой операции можно выполнять более сложные преобразования: считать количества совпадений (например, число наблюдений *k*-го класса равно $\sum_{j=1}^{n} \delta_{kj}$,

где *n* – общее число наблюдений), вычислять относительные частоты классов (например, частота *k*-го класса есть

$$p_k = n_k / n$$

Можно: сравнивать эти частоты между собой (находя, например, моду – номер наиболее часто встречающегося класса

$$k_{max} = \arg\max_{\mathrm{k}} p_k$$

выполнять различные статистические процедуры, строго следя, однако, чтобы в этих процедурах с исходными данными не выполнялось ничего, кроме операции проверки их на совпадение (например, можно использовать χ2-тест, другие тесты на относительных частотах, коэффициент согласия и т.д.).

Порядковые шкалы. Следующей по силе за номинальной шкалой является *порядковая шкала* (используется также название *ранговая шкала).* Этот класс шкал появляется, если, кроме аксиом тождества (4.1)–(4.3), классы удовлетворяют следующим *аксиомам упорядо ченности*:

Если $A \neq B$,то либо $A > B$, либо $B > A$. (2.4)

Если $A > B$ и $B > C$, то $A > C$. (2.5)

Обозначив такие классы символами и установив между этими символами те же отношения порядка, мы получим *шкалу совершенного порядка.* Примерами применения такой шкалы являются нумерация очередности, воинские звания, призовые места в конкурсе.

- Иногда оказывается, что не каждую пару классов можно упорядочить по предпочтению: некоторые пары считаются равными. В таком случае аксиомы упорядоченности 4 и 5 видоизменяются.

Либо $A \leq B$, либо $A \geq B$. (2.4’)

Если $A \geq B$ и $B \geq C$,то $A \geq C$. (2.5’)

- Иная ситуация возникает, когда имеются пары классов, не сравнимые между собой, т.е. ни $A \leq B$, ни $B \leq A$ (это отличается от условия квазипорядка, когда одновременно $A \geq B$ и $B \geq A$, т.е. $A = B$) . В таком случае говорят о *шкале частичного порядка.*

- Операция проверки отношения предпочтения может быть формализована. Введем индикаторную функцию *C*(*t*) положительных чисел: $C(t)=\{1: t \geq 0; 0: t<0\}$. Тогда если, $x_i \geq x_j$ то $C(x_i - x_j) = 1$, а $C(x_i - x_j) = 0$ что позволяет установить предпочтительность *xi* перед *xj*. В результате по значению бинарной функции *C*(*t*), мы можем однозначно судить о порядке предъявленных объектов.

  Итак, непосредственно над порядковыми данными можно производить только операции по определению величин δ_{ij} и C_{ij}. Результаты этих операций являются двоичными числами; над ними уже можно производить арифметические и логические операции.

  Число $R_i = \sum_{i=1}^{n} C(x_i - x_j)$, где *n* – число сравниваемых объектов , называется рангом *i*-го объекта. Отсюда происходит специальное название для данного типа порядковых шкал – *ранговые.*

- **Модифицированные порядковые шкалы.** По-видимому, опыт работы с сильными числовыми шкалами и желание уменьшить относительность порядковых шкал, придать им хотя бы внешнюю независимость от измеряемых величин побуждают исследователей к различным модификациям, придающим порядковым шкалам некоторое (чаще всего кажущееся) усиление. Другая важная причина попыток усиления шкалы состоит в том, что многие измеряемые в порядковых (принципиально дискретных) шкалах величины имеют действительный или мыслимый непрерывный характер: сила ветра или землетрясения, твердость вещества, глубина и прочность знаний, овладение навыками и т.п. Сама возможность введения между любыми двумя шкальными значениями третьего способствует тому, чтобы попытаться усилить шкалу.

- **Шкала твердости по Моосу.** Из двух минералов тверже тот, который оставляет на другом царапины или вмятины при достаточно сильном соприкосновении. Отношение *«А* тверже *В»* – типичное отношение порядка. В 1811 г. немецкий минералог Ф. Моос предложил установить стандартную шкалу твердости, постулируя только десять ее градаций. За эталоны приняты следующие минералы с возрастающей твердостью: 1 – тальк, 2 – гипс, 3 – кальций, 4 – флюорит, 5 – апатит, 6 – ортоклаз, 7 – кварц, 8 – топаз, 9 – корунд, 10 – алмаз.
- **Шкала силы ветра по Бофорту.** В 1806 г. английский гидрограф и картограф адмирал Ф. Бофорт предложил балльную шкалу силы ветра, определяя ее по характеру волнения моря: 0 – штиль (безветрие), 4 – умеренный ветер, 6 – сильный ветер, 10 – шторм (буря), 12 – ураган. Кроме штиля, градации силы ветра имеют условный, качественный характер.
- **Шкала магнитуд землетрясений по Рихтеру.** В 1935 г. американский сейсмолог Ч. Рихтер предложил 12-балльную шкалу для оценки энергии сейсмических волн в зависимости от последствий прохождения их по данной территории. Затем он развил метод оценки силы землетрясения в эпицентре по его магнитуде на поверхности земли и глубине очага.

- **Балльные шкалы оценки знаний учащихся – порядковая шкала!!.**

Слушая ответы учащихся или сравнивая их письменные работы, опытный преподаватель может обнаружить разницу между ними и установить, чьи ответы лучше; это типичное отношение порядка.

Методом сравнения можно определить, кто в классе лучше других знает данный предмет; сложнее, но иногда возможно (это зависит от состава класса) определить лучшего ученика в классе.

Сравнение старшеклассника с младшеклассником по степени овладения знаниями проблематично.

- **Шкалы интервалов**

  Пусть *M* – множество совершенно упорядоченных элементов, для каждой пары *c, d* которых задано вещественное число $\rho(c,\ d)$ *,* удовлетворяющее следующим условиям:
- если $c < d$ *,* то $\rho(c;\ d) > 0$
- если $c \in M$ и r – вещественное число, то найдутся такие $d,\ \mathring{a} \in M$, что $\rho(c,\ d) = r$ *;* $\rho(\tilde{n},\ e) = -r$
- для любых $(c, d,\ e) \in M$ верно равенство

$$\rho\left(c,\ d\right) + \rho(d,\ e) = \rho(c, e)$$

Множество *M* с таким бинарным отношением назовем *интервальной шкалой.*

В шкале интервалов можно ввести систему координат. Выберем для этого любую пару точек (репер) $c, d \in M$, точка *c* играет роль начала координат, а интервал *(c, d)* – роль единичного интервала. Каждой точке $e \in M$ поставим в соответствие координату

$$x_e = \rho(c, e) / \rho(c, d)$$

Тогда точка *c* будет иметь координату 0, а точка *d* – координату 1.

- Если ввести в *M* другую систему координат, построенную на репере c_1 *u* d_1, то координаты x_e и x_{e1} точки *e в* этих двух системах координат будут связаны линейным соотношением $x_e = ax_{e1} + b$, где *a* и *b* – очевидные обозначения. Несмотря на то, что координата x_e и разности ($x_e - x_f$) меняются при смене репера, для любых *e, f, g, h* Є *M* отношение интервалов

$$\frac{x_e - x_f}{x_g - x_h}$$

не зависит от выбора репера.

Шкалы отношений. Пусть наблюдаемые величины удовлетворяют не только аксиомам упорядоченности (2.4) и (2.5), но и *аксиомам аддитивности*:

Если A = P и B > 0, то A + B > P. (2.6)

A + B = B + A. (2.7)

Если A = P и B = Q, то A + B = P + Q. (2.8)

(A + B) + C = A + (B + C). (2.9)

Это существенное усиление шкалы: измерения в такой шкале являются «полноправными» числами, с ними можно выполнять любые арифметические действия, так как вычитание, умножение и деление – лишь частные случаи сложения. Введенная таким образом шкала называется *шкалой отношений.*

Шкалы разностей. К числу шкал, единственных с точностью до линейных преобразований, относятся шкала интервалов ($y = ax + b$, $a > 0$ и *b* произвольно) и шкала отношений ($y = ax$, $a > 0$ – преобразование растяжения).

Рассмотрим особенности шкал, инвариантных к сдвигу: *y = x + b.*

Повторно применяя сдвиг к *y*($z = y + b = x + 2b$), затем к *z* и т.д., обнаруживаем, что в такой шкале значение не изменяется при любом числе сдвигов: $y = x + nb$, $n = 0, 1, 2, ...$

Постоянная *b* является характерным параметром шкалы и называется ее *периодом.* Полученную шкалу будем называть *шкалой разностей* (иногда ее также называют *циклической* или *периодической).* В таких шкалах измеряется направление из одной точки (шкала компаса, роза ветров и т.д.), время суток (циферблат часов), фаза колебаний (в градусах или радианах).

Абсолютная шкала. Рассмотрим такую шкалу, которая имеет и абсолютный нуль, и абсолютную единицу. Эта шкала не единственна с точностью до какого-либо преобразования, а просто единственна, уникальна. Именно такими качествами обладает числовая ось, которую естественно назвать *абсолютной шкалой.* Важной особенностью абсолютной шкалы по сравнению со всеми остальны ми является отвлеченность (безразмерность) и абсолютность ее единицы.

Согласование шкалы с природой наблюдений.

Название шкалы	*Определяю-щие отношения*	*Эквивалентное преобразование шкал*	*Допустимые операции над данными (первичная обработка)*	*Вторичная обработка данных*
Номиналь-ная	Эквивалент-ность	Перестановки наименований	Вычисление символа Кронекера δ_{ij}	Вычисление относительных частот и операции над ними
Порядковая	Эквивалентнос ть; предпочтение	Не изменя-ющее порядка (монотонное)	Вычисление δ_{ij} и рангов R_i	Вычисление относительных частот и выборочных квантилей, операции над ними
Интерваль-ная	Эквивалентнос ть предпочтение; сохранение отношения интервалов	Линейное Преобразова-ние $y = ax + b$, $a > 0$, $b \in R$	Вычисление δ_{ij}, рангов R_i и интервалов (разностей между наблюдениями)	Арифметические действия над интервалами

Цикличес-кая	Эквивалент-ность; предпочтение; сохранение отношения интервалов; периодичность	Сдвиг $y = x + nb$, $b = \text{const}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$	То же, что и для интерваль-ной шкалы	То же, что и для интерваль-ной шкалы
Отношений	Эквивалент-ность; предпочтение; сохранение отношения интервалов; сохранение отношения двух значений	Растяжение $y = ax$, $a > 0$	Все арифмети-ческие операции	Любая подходящая обработка

Абсолютная	Эквивалентность; предпочтение; сохранение отношения интервалов; сохранение отношения двух значений; абсолютная и безразмерная единица; абсолютный нуль	Шкала уникальна	Все арифметические операции; использование в качестве показателя степени, основания и аргумента логарифма	Любая необходимая обработка

Метод решающих матриц (опционально)

Обозначим относительные веса направлений (подпроблем)

$$a_1, a_2, ..., a_{n_a}$$

составим план опытно-конструкторских работ и оценим их вклад

$$b_1, b_2, ..., b_{n_b}$$

Далее определим перечень прикладных научных исследований и их относительные веса

$$g_1, g_2, ..., g_{n_g}$$

оценку влияния фундаментальных НИР на прикладные

$$d_1, d_2, ..., d_{n_d}$$

Рис. 2.4. Уровни экспертизы

Подпроблемы	a_1	a_2	$\cdots$	a_j	$\cdots$	a_{n_a}
	P_{11}			P_{ij}		
ОКР	b_1	b_2		b_i		b_{n_b}
				P_{ki}		
Прикладные НИР	g_1	g_2		g_k		g_{n_g}
				P_{vk}		
Фундаментальные НИР	d_1	d_2		d_v		d_{n_d}

В методе решающих матриц относительные веса определяются в процентах и нормируются по отношению к 100: $\sum_{j=1}^{n_a} a_j = 100$

- Экспертами оцениваются только веса подпроблем (первый уровень), остальные веса вычисляются.
- Эксперты оценивают вклад каждой альтернативы в реализацию элементов более высокого (предшествующего) уровня. Таким образом, каждая строка решающей матрицы характеризует относительный вклад *i*-й ОКР в реализацию каждой *j*-й подпроблемы, на следующем уровне – вклад *k*-й прикладной НИР в реализацию *j*-й ОКР и т.д. Имея оценки вышележащего уровня (например b_j) и используя решающую матрицу $\left| P_{ij} \right|$, можно получить относительные веса нижележащего уровня:

$$g_i = \sum_{j=1}^{n_b} P_{ij} b_j$$

Потребители	a_1	a_2	$\cdots$	a_j	$\cdots$	a_{n_a}
	P_{11}			P_{ij}		
Заказчики	b_1	b_2		b_i		b_{n_b}
				P_{ki}		
Поставщики	g_1	g_2		g_k		g_{n_g}