<u>ПРОЕКЦИИ ПЛОСКОСТИ</u>

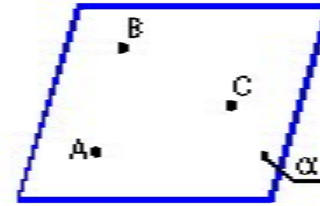
Лекция № 3

§ 11. Способы задания плоскости

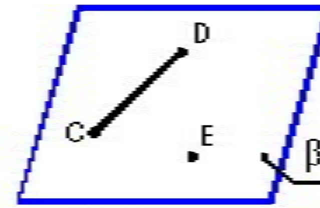
Положение плоскости в пространстве определяется:

- тремя точками, не лежащими на одной прямой, α (A, B, C), (рисунок 11.1);
- прямой и точкой, не принадлежащей данной прямой, β (CD, (•) E), (•)E $\notin$ CD, (рисунок 11.2);
- двумя пересекающимися прямыми, δ ($c \cap d$), (рисунок 11.3);
- двумя параллельными прямыми, γ ($m \parallel n$), (рисунок 11.4);
- плоской геометрической фигурой, τ (Δ FRT), (рисунок 11.5).

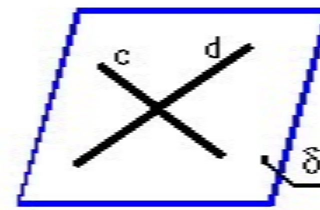
А на чертеже (эпюре) плоскость задают проекциями этих элементов.



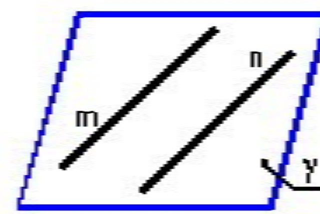
Ðèñóíîê 11.1



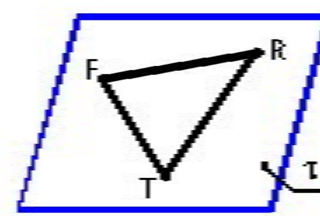
Ðèñóíîê 11.2



Ðèñóíîê 11.3

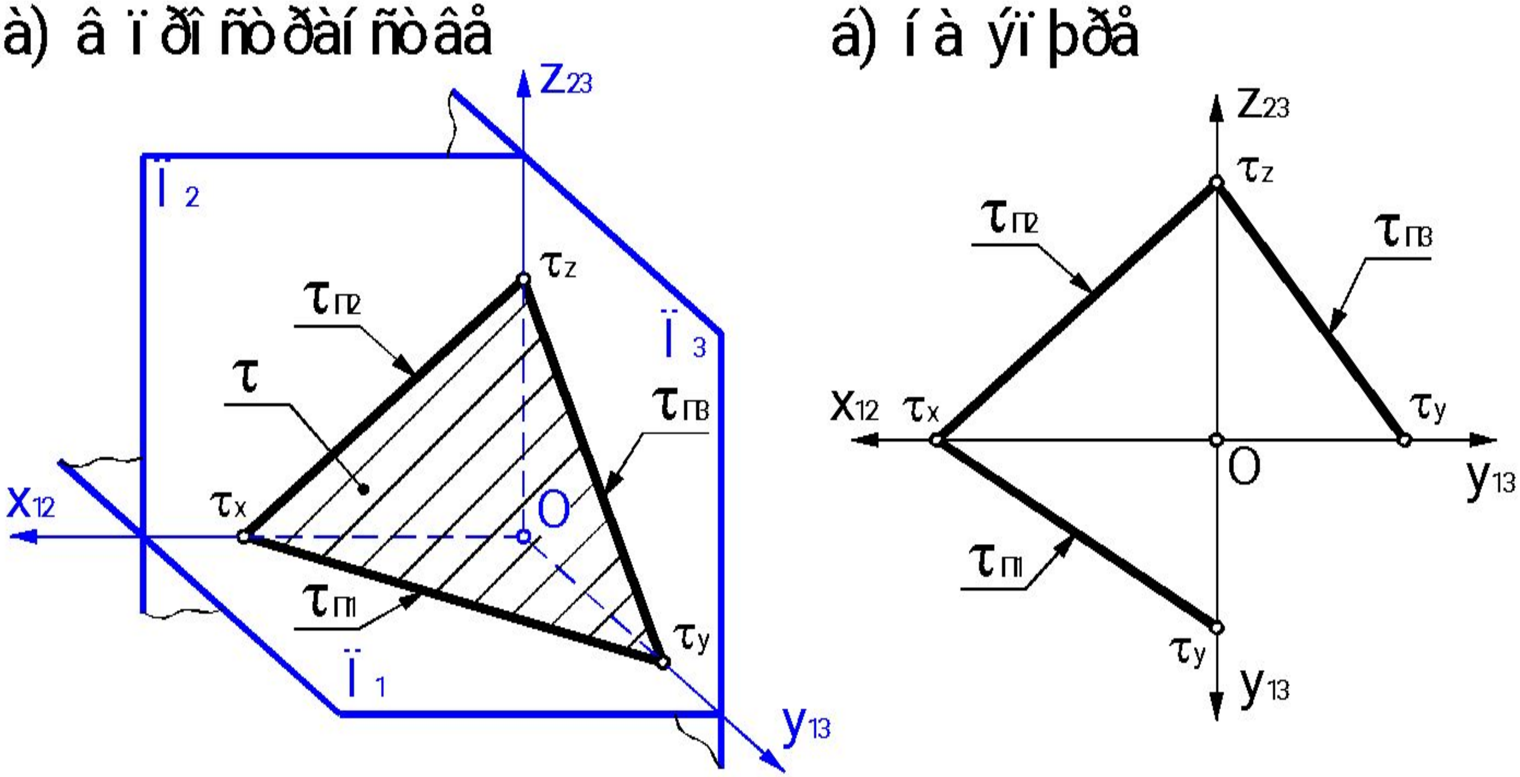


Ðèñóíîê 11.4



Ðèñóíîê 11.5

Cлед плоскости



Cлед плоскости *это прямая линия, по которой данная плоскость пересекает плоскость проекций.*

τ_{Π_1} – горизонтальный след плоскости ($\tau \cap \Pi_1$);

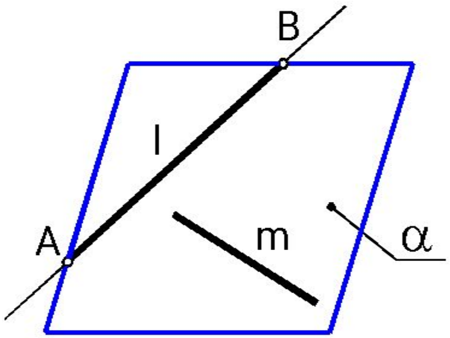
τ_{Π_2} – фронтальный след плоскости ($\tau \cap \Pi_2$);

τ_{Π_3} – профильный след плоскости ($\tau \cap \Pi_3$);

τ_x, τ_y, τ_z – точки схода следов на осях x, y, z.

§ 12. Принадлежность точки и прямой плоскости

Â ï ðî ñòðàí ñòâå

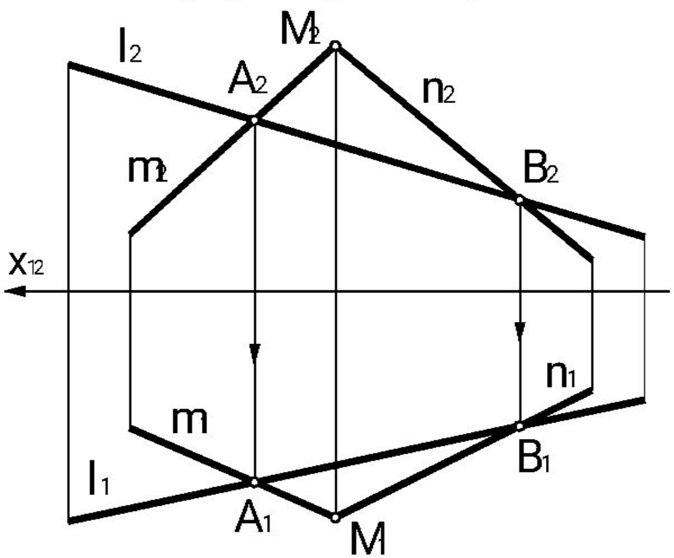


<u>*Признак принадлежности прямой и плоскости*</u>

$$l \subset \alpha \Rightarrow \begin{cases} (:) A, B \in l \\ (:) A, B \in \alpha \end{cases}$$

$$?\ m \subset \alpha$$

Í à ýïþðå (ï ðèì åð)



Дано: $\alpha(m \cap n),\ l(l_2) \subset \alpha$. *Построить* l_1

В пространстве

$$\left.\begin{aligned} (\bullet)\ A = l \cap m \\ (\bullet)\ B = l \cap n \end{aligned}\right\} \Rightarrow l \subset \alpha\,(m \cap n)$$

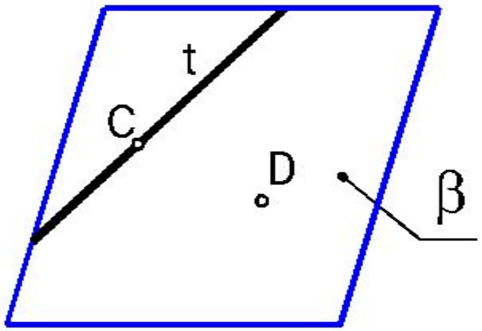
Эпюрный признак

$$l \subset \alpha \Rightarrow \begin{cases} l_1\ \text{э}\ (:) A_1, B_1 \\ l_2\ \text{э}\ (:) A_2, B_2 \\ (:)\ A,\ B \in \alpha \end{cases}$$

Прямая принадлежит плоскости, если эта прямая проходит через две точки данной плоскости.

Признак принадлежности точки и плоскости

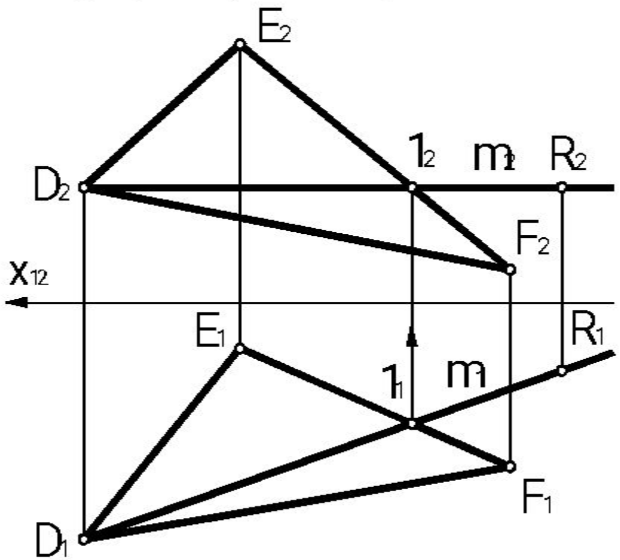
Â ï ðî ñòðàí ñòâå



$$(\bullet)C \in \beta \Rightarrow (\bullet)C \in t,\, t \subset \beta$$

$$?\,(\bullet)D \in \beta$$

Í à ýï þðå (ï ðèì åð)



$$\textit{Дано}: \beta\left(DEF\right), (\bullet)R\,(R_1) \in \beta.\ \textit{Построить}\ (\bullet)R_2$$

В пространстве

$$(\bullet)R \in \beta\,(DEF) \Leftarrow (\bullet)C \in m,\, m \subset \beta$$

Эпюрный признак

$$(\bullet)R \in \beta \Rightarrow \begin{cases} (\bullet)R_1 \in m_1 \\ (\bullet)R_2 \in m_2 \\ m \subset \beta \end{cases}$$

Точка принадлежит плоскости, если данная точка принадлежит прямой этой плоскости.

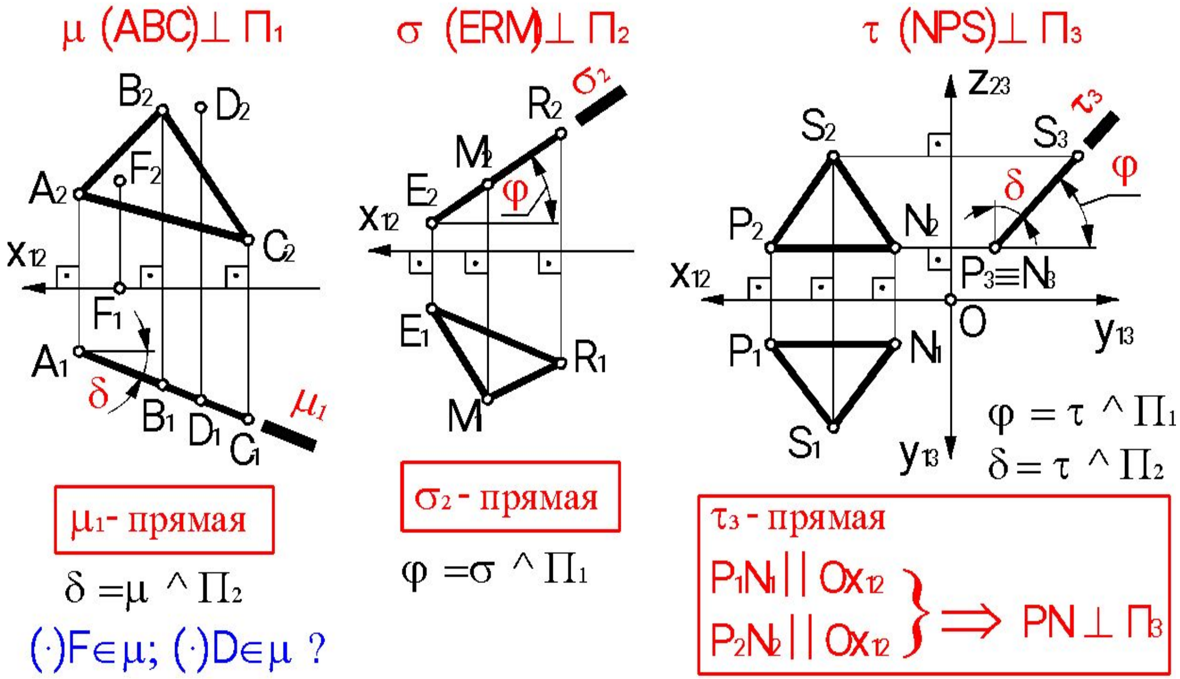
§ 13. Плоскости частного положения

В НГ различают два частных случая расположения плоскостей:

I. ***Проецирующие плоскости*** – плоскости, перпендикулярные одной из плоскостей проекций:

- $\mu \perp \Pi_1$ – горизонтально-проецирующая плоскость;
- $\sigma \perp \Pi_2$ – фронтально-проецирующая плоскость;
- $\tau \perp \Pi_3$ – профильно-проецирующая плоскость.

<u>Эпюрные признаки и свойства проецирующих плоскостей</u>

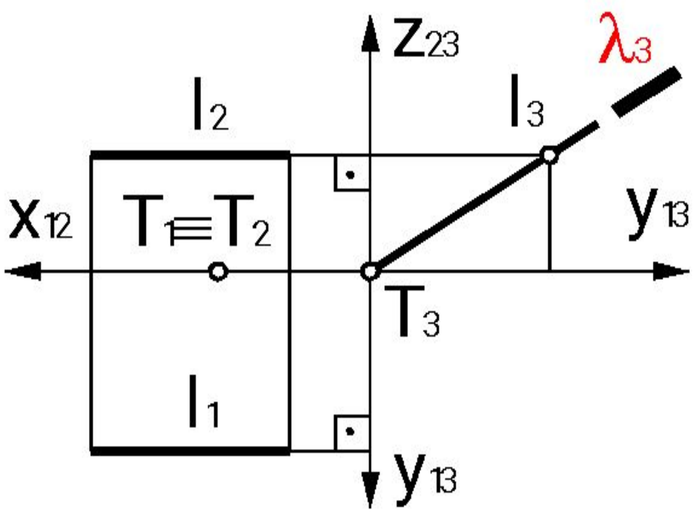


Осевая плоскость – это плоскость, проходящая через ось проекций.

Биссекторная плоскость – это осевая плоскость, которая делит угол между плоскостями проекций пополам.

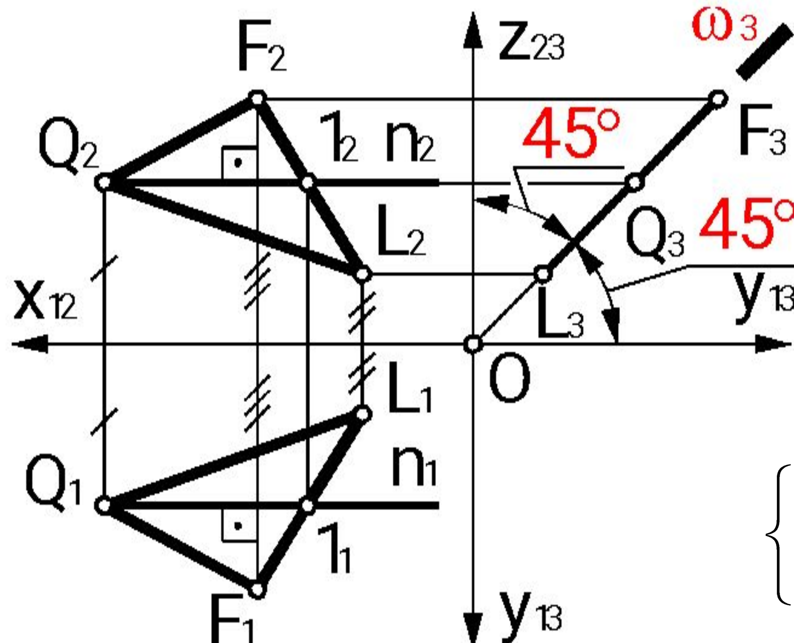
Пример 13.1. Осевая плоскость

$$\boxed{\lambda(l,(\bullet)T)\perp\Pi_3;\quad \lambda\supset x_{12}}$$



Пример 13.2. Биссекторная плоскость

$$\boxed{\omega(QFL)\perp\Pi_3;\quad \omega\supset x_{12}}$$



$z_Q = y_Q$

$z_F = y_F$

$z_L = y_L$

<u>*Обоснование:*</u>

$n \subset \omega;$

$n \perp \Pi_3$

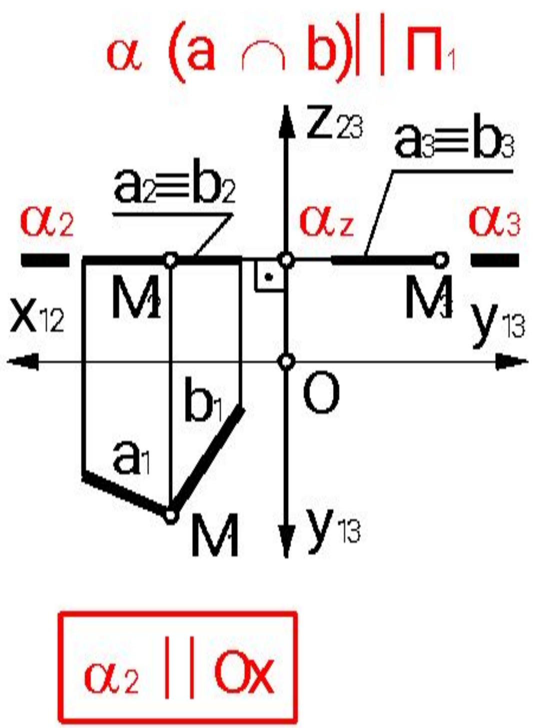
$$\begin{Bmatrix} n_1 \,||\, O_x \\ n_2 \,||\, O_x \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

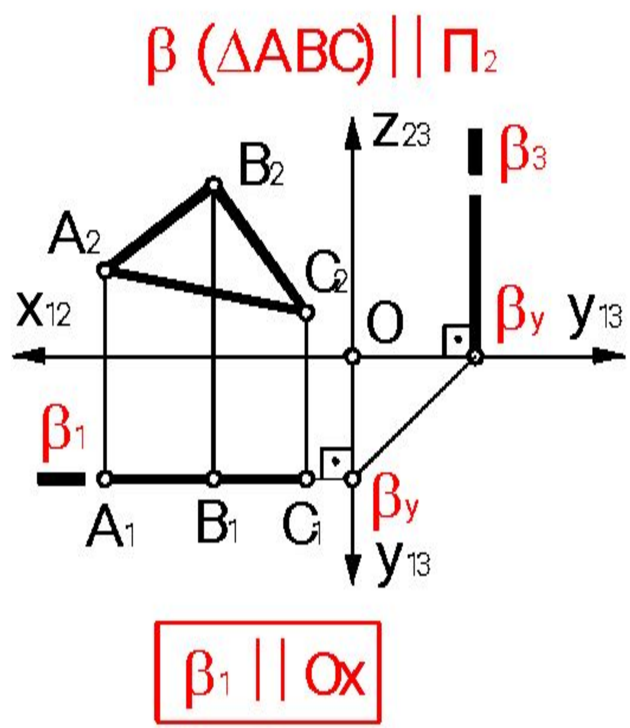
$$n \perp \Pi_3, \alpha \perp \Pi_3$$

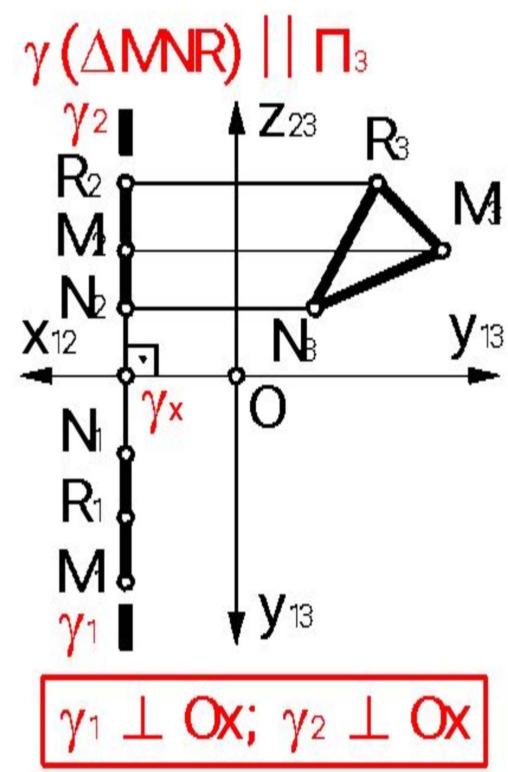
II. ***Плоскости уровня*** – плоскости, параллельные одной из плоскостей проекций:

- $\alpha \,||\, П_1$ – горизонтальная плоскость;
- $\beta \,||\, П_2$ – фронтальная плоскость;
- $\gamma \,||\, П_3$ – профильная плоскость.

<u>Эпюрные признаки и свойства плоскостей уровня</u>



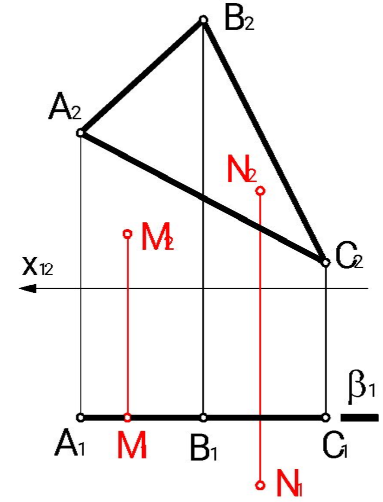




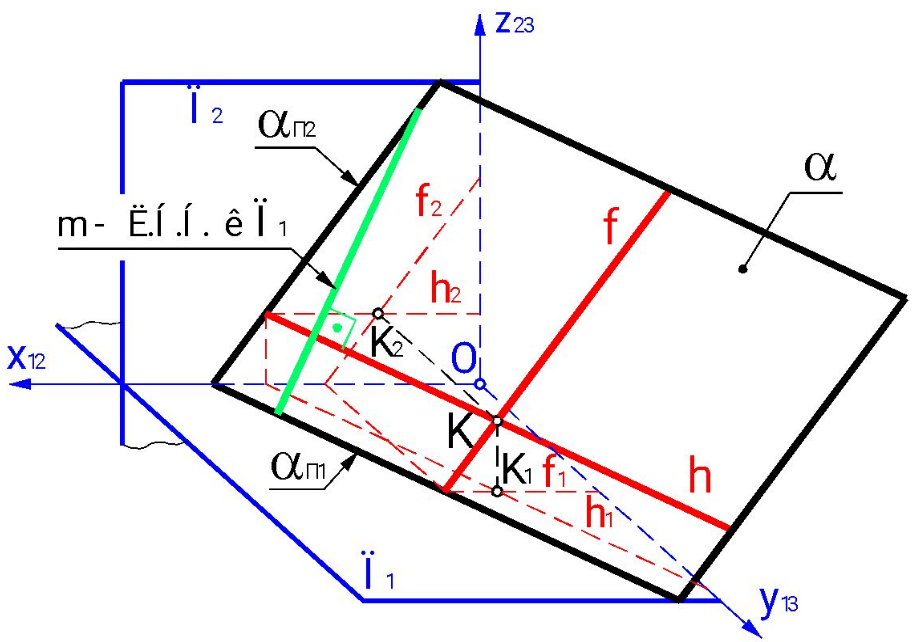
Пример. β (ABC) $\parallel \Pi_2$.

(•) $M \in \beta$?

(•) $N \in \beta$?



§ 14. Главные линии плоскости



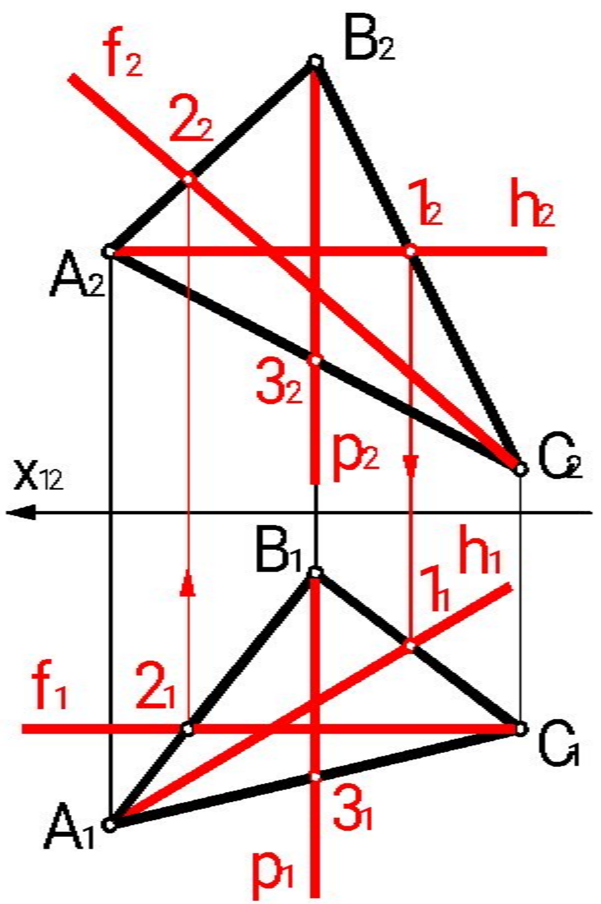
$h \subset \alpha,\ h \parallel \Pi_1,\ h_2 \parallel Ox$

$f \subset \alpha,\ f \parallel \Pi_2,\ f_1 \parallel Ox$

$p \subset \alpha,\ p \parallel \Pi_3,\ p_1 \perp Ox,\ p_2 \perp Ox$

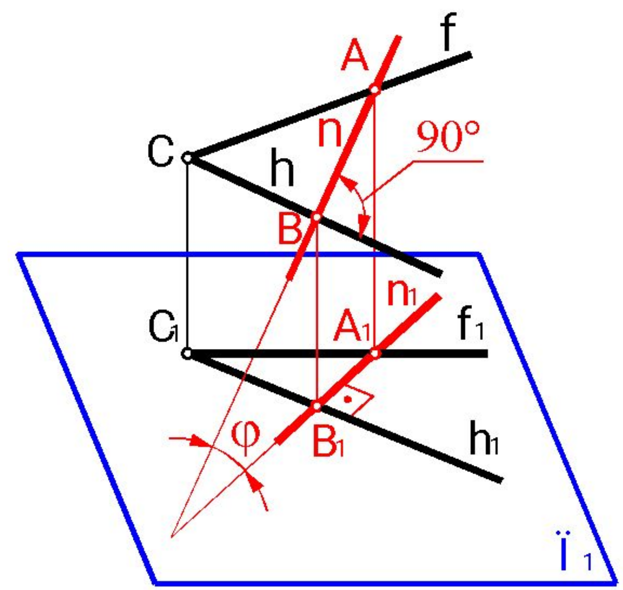
Главные линии плоскости это линии уровня плоскости (h, f и p) и линии наибольшего наклона плоскости к плоскостям проекций (линии наибольшего наклона – ЛНН). ***ЛНН*** – это прямые плоскости, перпендикулярные прямым уровня плоскости.

Ïðèìåð ¹ 1.

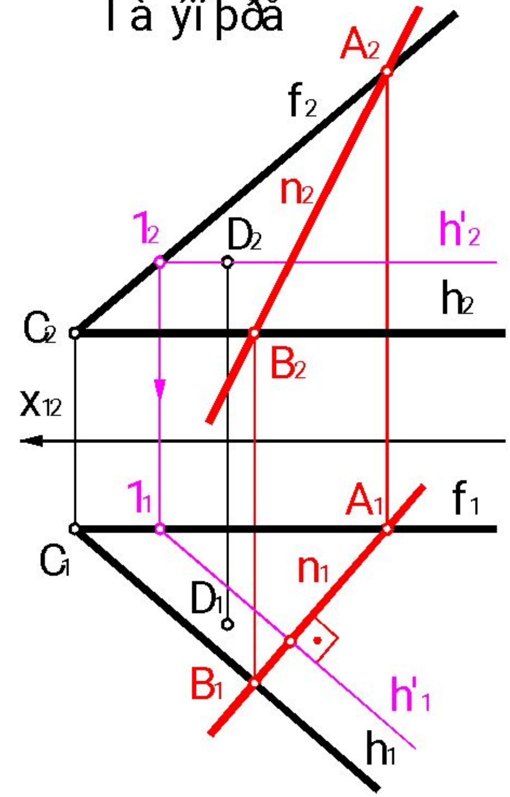


Ïðèìåð ¹ 2.

Â ïðîñòðàíñòâå



Íà ýïþðå



$\phi = \alpha\,(f \cap h) \hat{} \Pi_1$

$\Uparrow$

$$\begin{cases} ABB_1A_1 \perp \Pi_1 \\ ABB_1A_1 \perp ABC \end{cases}$$

Дано: $\alpha\,(f \cap h)$; $(\cdot)D\ (D_1, D_2)$.

$(\cdot)D \in \alpha$ – ?

Решение: строим $h`_2$, $(\cdot)D_2 \in h`_2$.

$(\cdot)D_1 \notin h`_1 \Rightarrow D \notin \alpha$

$h \subset \alpha\,(ABC)$, $h \,||\, \Pi_1$

$f \subset \alpha\,(ABC)$, $f \,||\, \Pi_2$

$p \subset \alpha\,(ABC)$, $p \,||\, \Pi_3$

ЛНН и их проекции на плоскости проекций образуют линейный угол, которым измеряется двугранный угол, составленный данной плоскостью и соответствующей плоскостью проекций.

§ 14. Главные линии плоскости (АРХИВ)

$h \in \alpha,\ h \parallel \Pi_1,\ h_2 \parallel Ox$

$f \in \alpha,\ f \parallel \Pi_2,\ f_1 \parallel Ox$

$p \in \alpha,\ p \parallel \Pi_3,$

$p_1 \perp Ox,\ p_2 \perp Ox$

$h \cap f = (\bullet)K,\ n \cap \alpha = (\bullet)K,$

$n \perp \alpha \Rightarrow n_1 \perp h_1,\ n_2 \perp f_2$

Главные линии плоскости это линии уровня плоскости (h, f и p) и линии наклона плоскости к плоскостям проекций (линии наибольшего ската – ЛНС). ***ЛНС*** – это прямые плоскости, перпендикулярные прямым уровня плоскости.

Если прямая (n) перпендикулярна плоскости (α), то горизонтальная проекция этой прямой (n_1) перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали плоскости (h_1), а фронтальная проекция прямой (n_2) перпендикулярна фронтальной проекции фронтали плоскости (f_2).