

# Модуль 1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

## Лекция №1. Основные законы электродинамики

1. Введение. Основные понятия электродинамики.
2. Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах.
3. Метод комплексных амплитуд.

# 1 Введение. Основные понятия электродинамики

**Электродинамика** – наука, описывающая поведение *электромагнитного поля*, осуществляющего взаимодействие между зарядами.

**Электромагнитное поле** - вид материи,  
- оказывающий на заряженные частицы силовое воздействие, зависящее от скорости и заряда частиц,  
- определяемый во всех точках двумя векторными величинами, которые характеризуют две его стороны, называемые соответственно *электрическим* полем и *магнитным* полем.

Классическая электродинамика - *макроскопическая*.

Это определяется оперированием со значениями электромагнитных величин, усредненными по времени и пространству.

*Усреднение* производится для интервалов времени, значительно больших периодов обращения или колебания элементарных заряженных частиц в атомах или молекулах, а также для участков поля, объемы которых во много раз превышают объемы атомов и молекул.

# История развития электродинамики

Простейшие электрические и магнитные явления были известны еще в древние времена.

**1600г.** англичанин У.Гильберт разграничил данные явления.

**17 – первая половина 18 вв.** - многочисленные опыты с наэлектризованными телами.

**Вторая половина 18 века** - начало количественного изучения электрических явлений:

- появление измерительных приборов (электроскопы различных конструкций);
- экспериментальное установление основного закона **электростатики** (взаимодействие неподвижных точечных электрических зарядов; англичанин Г. Кавендиш и француз Ш. Кулон).

**19 век** - экспериментальное и теоретическое исследование:

- **1820г.** - выявление связи между электрическими и магнитными явлениями (датчанин Ч.Эрстед);
- **1826г.** – выявление количественной зависимости электрического тока от напряжения (немец Г.Ом);
- **1830г.** – основная теорема электростатики (теорема Гаусса);
- **1830-1840гг.** – развитие ЭД англичанином М. Фарадеем (электрические и магнитные явления рассматриваются с единой точки зрения);
- **1861-1873гг.** – теоретические исследования и обобщения Дж. Максвеллом (Англия) - формулировка фундаментальных уравнений электродинамики;
- **1886-1889гг.** – экспериментальное подтверждение теории Максвелла – работы Г.Герца;
- **1896г.** – создание радио А.С. Поповым.

## Основные понятия электродинамики

Одно из проявлений существования ЭМП – взаимодействие поля с силой Лоренца  $\vec{F}$  на движущийся со скоростью  $\vec{v}$  электрический заряд  $Q$ :

$$\vec{F}(p, t) = Q(\vec{E}(p, t) + [\vec{v}, \vec{B}(p, t)]) \quad (1.1)$$

где  $\vec{E}(p, t)$  - вектор напряженности электрического поля;

$\vec{B}(p, t)$  - вектор магнитной индукции;

$t$  – время.

# Основные понятия электродинамики

Векторы	Электрическое поле	Магнитное поле
напряженности	$\vec{E}$ [В/м]	$\vec{H}$ [А/м]
индукции	$\vec{D}$ [Кл/м]	$\vec{B}$ [Тл]
<b>Материальные уравнения:</b>	$\vec{D} = \varepsilon_a \vec{E}$	$\vec{B} = \mu_a \vec{H}$

$\varepsilon_a = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon$     $\mu_a = \mu_0 \cdot \mu$    - абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды соответственно;

$\varepsilon_0 = 10^{-9} / (36 \cdot \pi)$  [Ф/м] – электрическая постоянная;

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  [Гн/м] – магнитная постоянная;

$\varepsilon, \mu$    - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости.

**Объемная плотность электрического заряда:**

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

## Основные понятия электродинамики

**Объемная плотность электрического заряда:**  $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$

**Векторное поле объемной плотности тока проводимости:**

$$\vec{j} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \vec{i}_0 \frac{\Delta I}{\Delta S}$$

где  $\Delta q$  - заряд, содержащийся в объеме  $\Delta V$ ;

$\Delta S$  - площадка, ориентированная перпендикулярно движению зарядов;

$\vec{i}_0$  - орт нормали, указывающий направление движения;

$\Delta I$  - ток, проходящий через  $\Delta S$ .

Предельные переходы здесь следует понимать как условные (должны содержать достаточно большое число элементарных частиц).

**Закон Ома в дифференциальной форме:**  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

$\sigma$  - удельная проводимость вещества.



## 2 Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах

*Уравнения Максвелла* – теоретическая основа электродинамики. Система введена аксиоматически, является постулатами, подтверждена результатами современных исследований.

Две записи системы уравнений – интегральная и дифференциальная.

*Интегральная форма записи* основана на экспериментальных данных (обобщение по времени). Удобная для физической трактовки результатов.

*Дифференциальная форма записи* используется для вывода теоретических положений электродинамики.

В дальнейшем будем использовать дифференциальную форму.

# Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

Номер	Запись уравнения	Физическая трактовка
1	$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}^{\text{э}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	Закон полного тока (обобщенный закон Ампера): Электрический ток любого вида (проводимости, переноса, смещения) сопровождается существованием связанного с ним магнитного поля
2	$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	Закон электромагнитной индукции: изменяющееся во времени магнитное поле сопровождается существованием связанного с ним электрического поля
3	$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$	Источник электрического поля – электрический заряд
4	$\operatorname{div} \vec{B} = 0$	Источников магнитного поля не существует

## ***Вклад Максвелла:***

-введение тока смещения:  $\vec{j}_c = d\vec{D} / dt$

-введение произвольного, в том числе и фиктивного, контура, по которому может распространяться ток (второе уравнение);

-применение к переменным полям (3 и 4 уравнения).

## ***Свойство полей системы уравнений Максвелла***

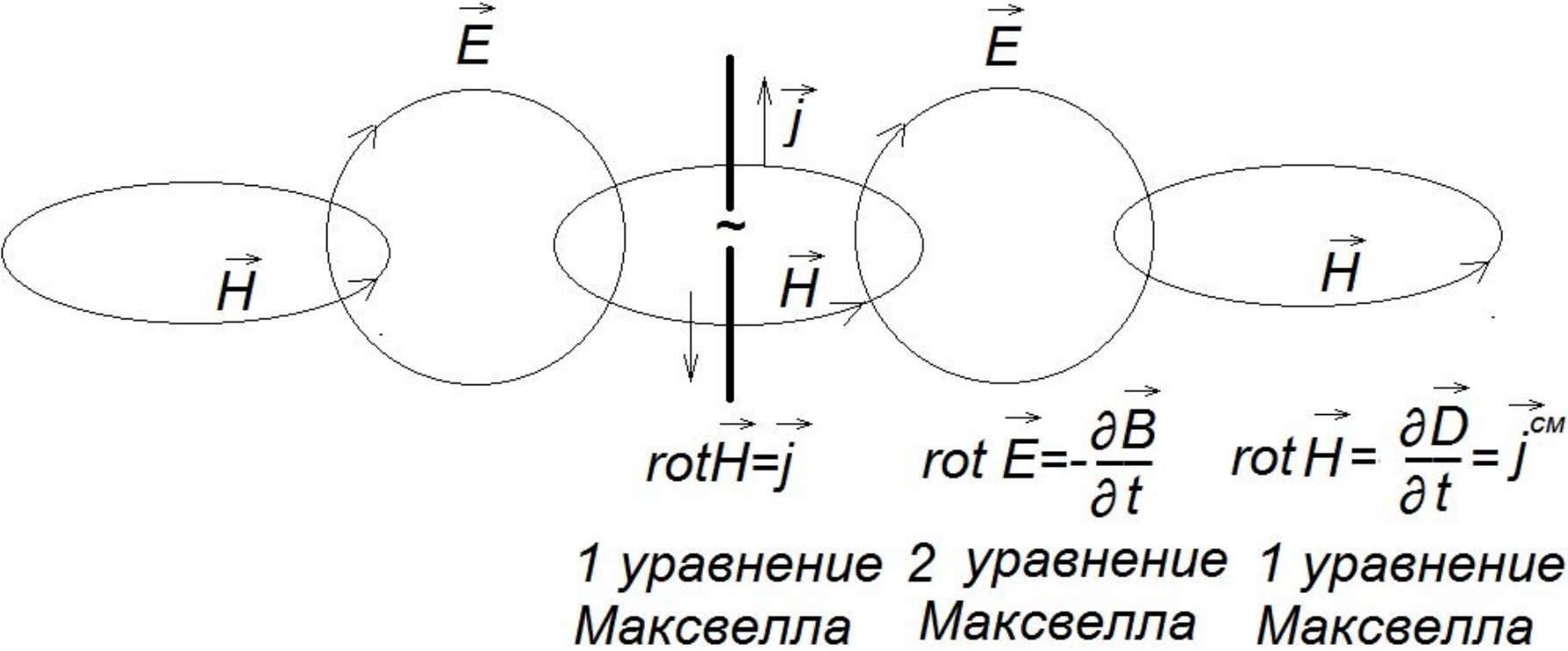
***Уравнения Максвелла линейны, следовательно,*** можно

утверждать, что электромагнитные поля удовлетворяют

***принципу суперпозиции:***

поле, созданное несколькими источниками, можно рассматривать как сумму полей, созданных каждым источником.

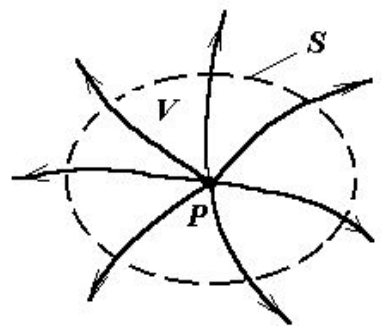
**Физическая трактовка 1 и 2 уравнений Максвелла с помощью теории колец:**



Любому пространственному изменению векторов (операция rot) электромагнитного поля соответствует изменение во времени (операция  $\partial / \partial t$ ).

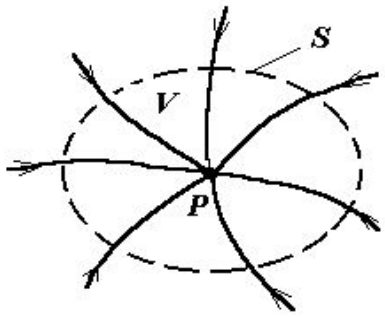
**Физическая трактовка 3 и 4 уравнений Максвелла с помощью**

уравнения непрерывности тока:  $\text{div } \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$



$\partial \rho / \partial t < 0 \quad \text{div } \vec{j} > 0$

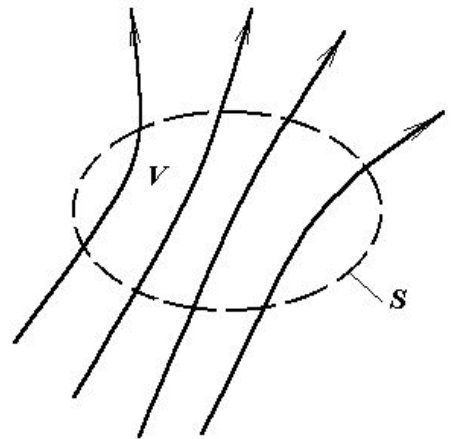
(заряд уменьшается, **исток**)



$\partial \rho / \partial t > 0 \quad \text{div } \vec{j} < 0$

(заряд увеличивается, **сток**)

**электрическое поле (3 уравнение)**



$\partial \rho / \partial t = 0 \quad \text{div } \vec{j} = 0$  (заряд не изменяется, соленоидальное поле)

**магнитное поле (4 уравнение)**

### 3 Метод комплексных амплитуд

Уравнения Максвелла составлены относительно векторных величин от четырехмерных функций (три пространственные координаты и время).

Упрощение вычислений для гармонических сигналов – *метод комплексных амплитуд* – выделение временной зависимости в отдельный множитель ( $\exp(i\omega t)$ ):

$$\vec{U}(p, t) = \vec{U}(p) \exp[i(\omega t + \psi(p))]$$

В уравнениях Максвелла появляются множители типа:

$$\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \exp(i\omega t)) = i\omega \vec{A} \exp(i\omega t)$$

Замена протекающих процессов на квазистационарные. Уравнения Максвелла приобретают вид:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + i\omega \vec{D}, \quad \text{rot } \vec{E} = -i\omega \vec{B}, \quad \text{div } \vec{D} = \rho, \quad \text{div } \vec{H} = 0.$$

*Временной множитель опускается, но описывается заранее.*