

Лекции по гидравлике

Введение



Введение

- **Гидравлика – наука, изучающая законы равновесия и движения жидкостей. Гидравлика разрабатывает методы применения этих законов для решения различных прикладных задач.**
- **Главнейшие области применения гидравлики – гидротехника, мелиорация и водное хозяйство, гидроэнергетика, водоснабжение и канализация, водный транспорт, машиностроение, авиация и т.д.**
- **Первым научным трудом в области гидравлики считают трактат Архимеда (287-212 гг. до н.э.) «О плавающих телах».**
- **Формирование гидравлики как науки на прочной теоретической основе стало возможным только после работ академиков Петербургской Академии наук: Д. Бернулли, Л.Эйлера, М.В.Ломоносова.**



Физические свойства ЖИДКОСТИ

- Жидкости занимают промежуточное положение между газами и твердыми телами. Общее свойство жидкостей и твердых тел - малосжимаемость, общее свойство жидкостей и газов – текучесть.
- В гидравлике жидкость рассматривают как сплошную среду, непрерывно заполняющую пространство.
- **Плотность жидкости**
- Плотность характеризует распределение массы жидкости по объему. Плотность равна отношению массы жидкости к ее объему.
$$\rho = M/V, \quad \text{кг/м}^3$$
- Удельный вес жидкости определяют как отношение веса жидкости к ее объему:
$$\gamma = G/V, \quad \text{Н/м}^3$$
$$\gamma = \rho g$$
-
-



Физические свойства жидкости

- Плотность жидкостей и газов зависит от температуры и давления.
- **Сжимаемость**
- Сжимаемость – это свойство жидкостей изменять объем при изменении давления; характеризуется **коэффициентом объемного сжатия** β_V .
- Коэффициент объемного сжатия показывает относительное изменение объема жидкости при изменении давления на единицу (на 1 Па):
$$\beta_V = - dV/Vdp \text{ , Pa}^{-1}$$
-
- Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, - **модуль упругости жидкости:**
$$E_0 = 1/\beta_V \text{ , Pa}$$
-



Физические свойства ЖИДКОСТИ

■ **Температурное расширение**

- Температурное расширение – это свойство жидкостей изменять объем при изменении температуры, которое характеризуется *температурным коэффициентом объемного расширения*.
- Температурный коэффициент объемного расширения показывает относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на единицу (на 1°C):

- $$\beta_t = dV / V dt, \quad ^{\circ}\text{C}^{-1}$$
-

■ **Вязкость**

- Вязкость – это свойство жидкости оказывать сопротивление относительному сдвигу ее слоев. Вязкость проявляется в том, что при относительном перемещении слоев жидкости на поверхностях их соприкосновения возникают силы сопротивления сдвигу, называемые *силами внутреннего трения или силами вязкости*.



Физические свойства жидкостей

- Силы внутреннего трения в жидкости впервые были обнаружены Ньютоном. Он установил пропорциональность между силой внутреннего трения, площадью соприкосновения слоев и относительной скоростью перемещения слоев.
- Согласно закону внутреннего трения, открытому Ньютоном, касательное напряжение:
 - $$\tau = \pm \mu du/dn$$
 - μ - динамическая вязкость, в память французского ученого Пуазейля единица вязкости была названа «пуаз», $1\text{П} = 1\text{г}/(\text{см}\cdot\text{с})$. В системе СИ единицей динамической вязкости является Па·с. $1\text{Па}\cdot\text{с} = 10\text{П}$.
 - В гидравлических расчетах кроме динамической вязкости широко используют *кинематическую вязкость*, равную отношению динамической вязкости к плотности жидкости:
 - $$\nu = \mu/\rho$$
 - Единицей кинематической вязкости в системе СИ принята единица $\text{см}^2/\text{с}$, названная в честь английского ученого Стокса «стокс»; $1\text{м}^2/\text{с} = 10\text{Ст}$.



Физические свойства жидкости

- По поверхности жидкости распределены силы, препятствующие растяжению поверхности и действующие по касательным к поверхности направлениям. Это силы поверхностного натяжения. Поверхность жидкости стремится принять форму, соответствующую наименьшей площади.
 - Поверхностное натяжение характеризуется **коэффициентом поверхностного натяжения - σ** , Н/м.
 - Поверхностное натяжение представляет собой удельную, отнесенную к единице площади, свободную поверхностную энергию, которой обладают молекулы поверхностного слоя, или силу поверхностного натяжения, отнесенную к единице длины на свободной поверхности и действующую тангенциально по этой поверхности.
-

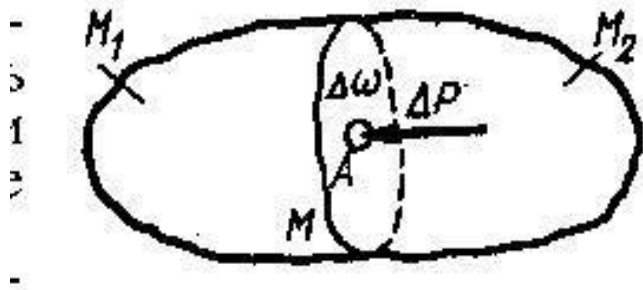


Силы в жидкости

- Силы, действующие в жидкости можно разделить на две группы: массовые (объемные) и поверхностные.
- **2.1. Массовые силы** – силы, действующие на каждую частицу жидкости. К ним относятся: сила тяжести, силы инерции (кориолисова сила инерции, переносная сила инерции), электромагнитные силы.
- **2.2. Поверхностные силы** – силы, действующие на каждый элемент поверхностей, ограничивающих жидкость, и на каждый элемент поверхностей, проведенных произвольно внутри жидкости. К ним относятся нормальные к поверхности силы давления и касательные к поверхности силы трения.



Гидростатическое давление



- Рассмотрим массу M жидкости, находящейся в состоянии покоя. Рассечем объем, занимаемый жидкостью, произвольной плоскостью на две части, содержащие соответственно массы M_1 и M_2 , и отбросим одну из частей объема, например правую. Чтобы сохранить равновесие оставшейся в левой части массы жидкости M_1 , необходимо приложить к ней силу, эквивалентную действию отброшенной массы M_2 .
- Эта сила должна быть распределенной по площади сечения ω . Напряжение этой силы в произвольной точке A площади ω определяется соотношением:

- $$p_A = \lim \Delta p / \Delta \omega$$



Гидростатическое давление

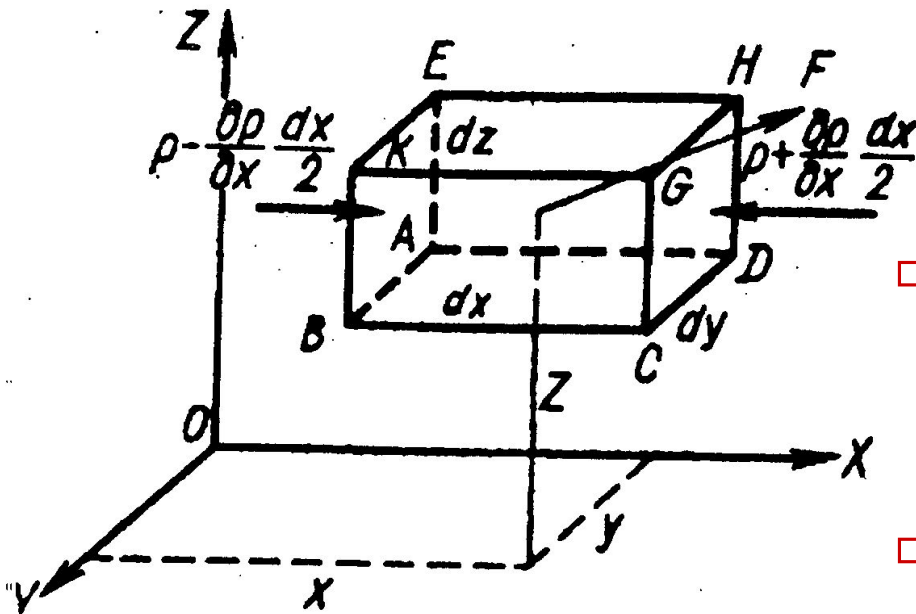
- Эта величина p называется гидростатическим давлением, характеризует напряженное состояние покоящейся жидкости в каждой точке и является скалярной величиной, представляющей нормальное напряжение в этой точке.
- Гидростатическое давление имеет три основных свойства:
- - номинальное напряжение поверхностных сил в покоящейся жидкости направлено всегда по внутренней нормали к площадке действия;
- - нормальное напряжение (давление) в любой точке покоящейся жидкости не зависит от направления действия.
- - давление зависит от координат точки и плотности жидкости-

- $$p = f(x, y, z, \rho)$$



Дифференциальные уравнения

равновесия жидкости

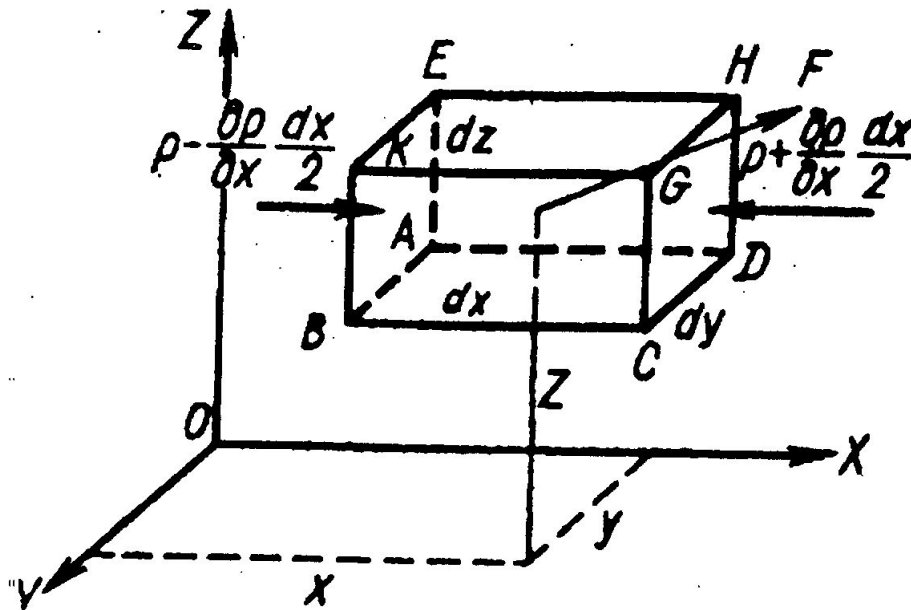


- Рассмотрим жидкость, находящуюся в покое относительно системы координат x, y, z . Выделим в этой жидкости элементарный параллелепипед с ребрами dx, dy, dz . Масса жидкости в параллелепипеде равна $\rho dx dy dz$.
- Отбросим жидкость, окружающую параллелепипед, и заменим действие отброшенной жидкости силами. Это будут **поверхностные силы давления**.
- Кроме поверхностных сил на жидкость действуют **массовые силы**.
- Ускорение массовых сил F , его проекции на координатные оси F_x, F_y, F_z .



Дифференциальные уравнения

равновесия жидкостей



- Пусть давление в центре выделенного объема равно p . Давления в центрах боковых граней ABKE и DCGH соответственно:

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2} ;$$

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2}$$

Аналогично можно получить выражения для давления в центрах других граней.

Составим уравнения равновесия жидкости, заключенной в параллелепипеде.

В направлении OX получим

$$F_x p dx dy dz + (p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2}) dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2}) dy dz = 0,$$



Дифференциальные уравнения

равновесия жидкостей

- После сокращений

$$\rho F_x = \partial p / \partial x.$$

- Составив аналогичные уравнения в направлении OY и OZ, получим окончательно

- $\partial p / \partial x = \rho F_x$
- $\partial p / \partial y = \rho F_y$
- $\partial p / \partial z = \rho F_z$

- Уравнения представляют собой систему уравнений равновесия Эйлера.
- Умножив уравнения соответственно на dx, dy, dz и сложив их, получим уравнение

- $$\partial p / \partial x \cdot dx + \partial p / \partial y \cdot dy + \partial p / \partial z \cdot dz = \rho(F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

- Левая часть этого уравнения представляет собой полный дифференциал dp функции $p = f(x, y, z)$.

- $$dp = \rho(F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

- Это дифференциальное уравнение равновесия жидкости.
- Поверхность, во всех точках которой давление одинаково, называется *поверхностью равного давления*.

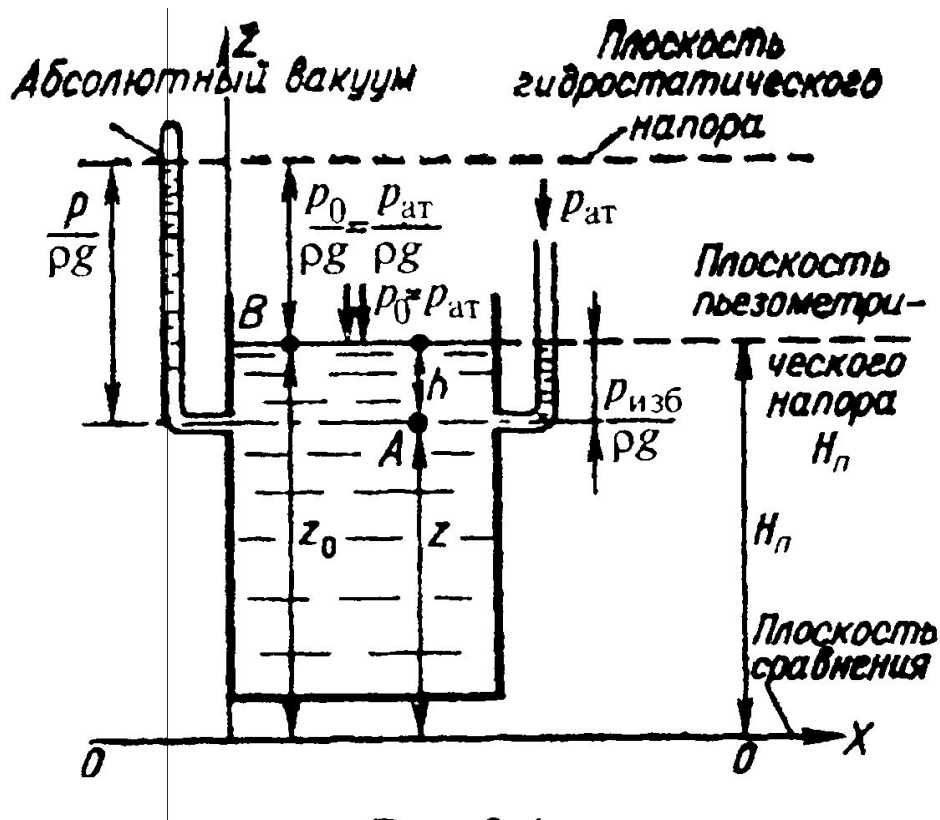
- $$F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0$$

- *Свободная поверхность* жидкости также является одной из поверхностей равного давления.

-



Основное уравнение гидростатики



- Рассмотрим жидкость, покоящуюся в сосуде, неподвижном относительно Земли. Для рассматриваемого случая действующей на жидкость массовой силой является только сила тяжести $G = Mg$. Тогда $F = g$.

$$F_x = 0, F_y = 0, F_z = -g$$

Подставив полученные величины в дифференциальное уравнение, получим

$$dp = -\rho g dz$$

Необходимо определить давление p в точке A на уровне z . Давление на свободной поверхности жидкости равно p_0 , расстояние от свободной поверхности до оси Ox равно z_0 . Интегрируя выражение и найдя константу интегрирования для свободной поверхности жидкости, получим

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z),$$

где $(z_0 - z) = h$ - глубина погружения точки под свободной поверхностью.



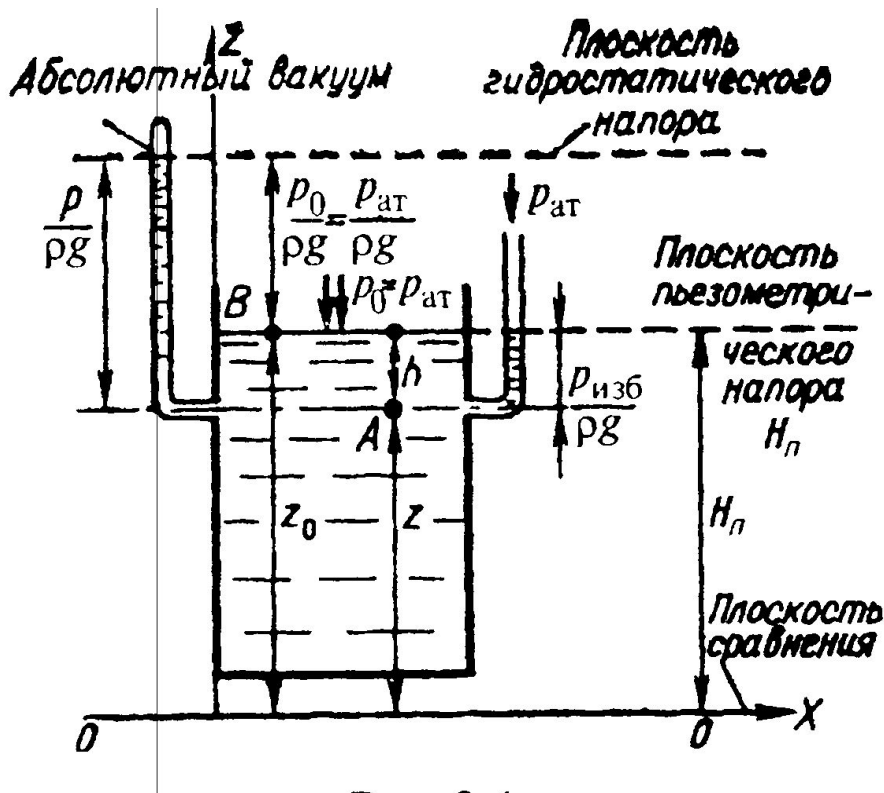
Основное уравнение гидростатики

- Основное уравнение гидростатики:

$$p = p_0 + \rho gh$$

Величину ρgh называют **весовым давлением**, так как она равна весу столба жидкости при единичной площади и высоте h

Формулировка **основного уравнения гидростатики**:
 давление в любой точке покоящейся жидкости, находящейся на глубине h под свободной поверхностью, равно сумме внешнего давления p_0 и весового давления ρgh .



Избыточное и вакуумметрическое давление

- **Избыточное давление** – это разность между давлением в точке и атмосферным давлением.
 - $p_{изб} = p - p_{ат} = p_0 + \rho gh - p_{ат}$
 - Если на свободной поверхности жидкости давление равно атмосферному ($p_0 = p_{ат}$)
 - $p_{изб} = \rho gh$
 -
 - Если давление в жидкости меньше атмосферного, то напряженное состояние жидкости характеризуется значением разряжения (вакуума).
- **Вакуумметрическое давление**
 - $p_{вак} = p_{ат} - p$
 - Давление измеряют пьезометрами, манометрами и вакуумметрами.
-



Закон Паскаля

- Применим основное уравнение гидростатики к двум точкам покоящейся жидкости

- $$z_1 + p_1/\rho g = z_2 + p_2/\rho g$$

- Изменим давление в первой точке на Δp_1 , не нарушая равновесия жидкости. Тогда во второй точке давление должно измениться на некоторое значение Δp_2 . Из основного уравнения гидростатики следует, что

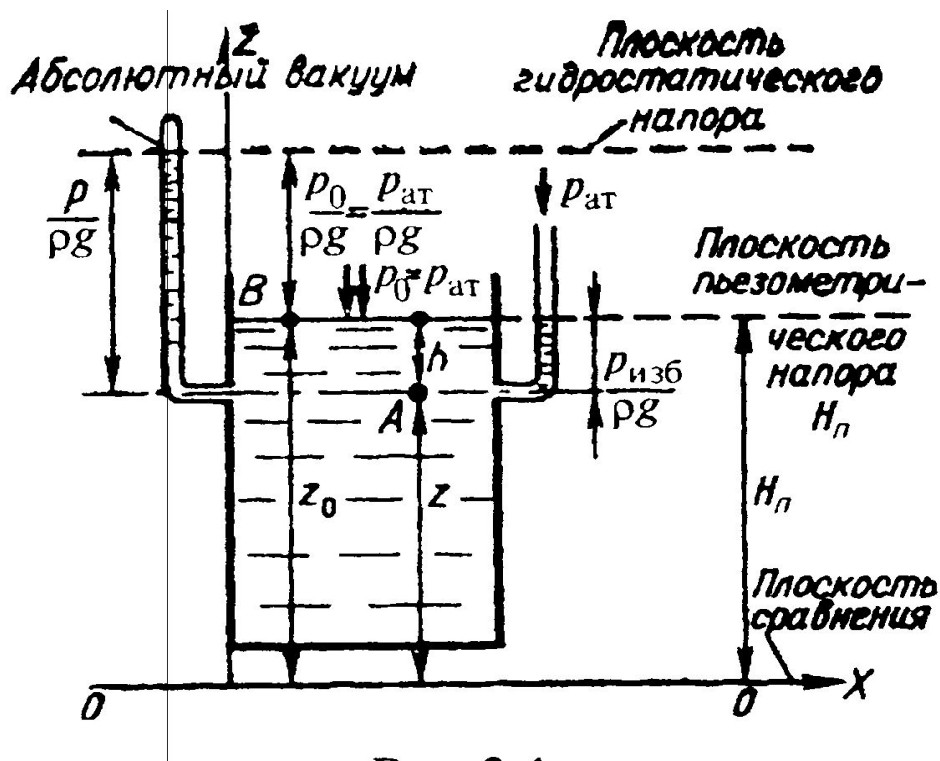
- $$z_1 + (p_1 + \Delta p_1)/\rho g = z_2 + (p_2 + \Delta p_2)/\rho g$$

- $$\Delta p_1 = \Delta p_2$$

- **Закон Паскаля** – изменение давления в любой точке покоящейся жидкости передается в остальные ее точки без изменений.



Геометрическая интерпретация основного уравнения гидростатики



В гидравлике *плоскостью сравнения* называют плоскость, относительно которой отсчитывают ординату рассматриваемой точки.

Ординату z точки называют *геометрической высотой точки* или *геометрическим напором* в данной точке жидкости.

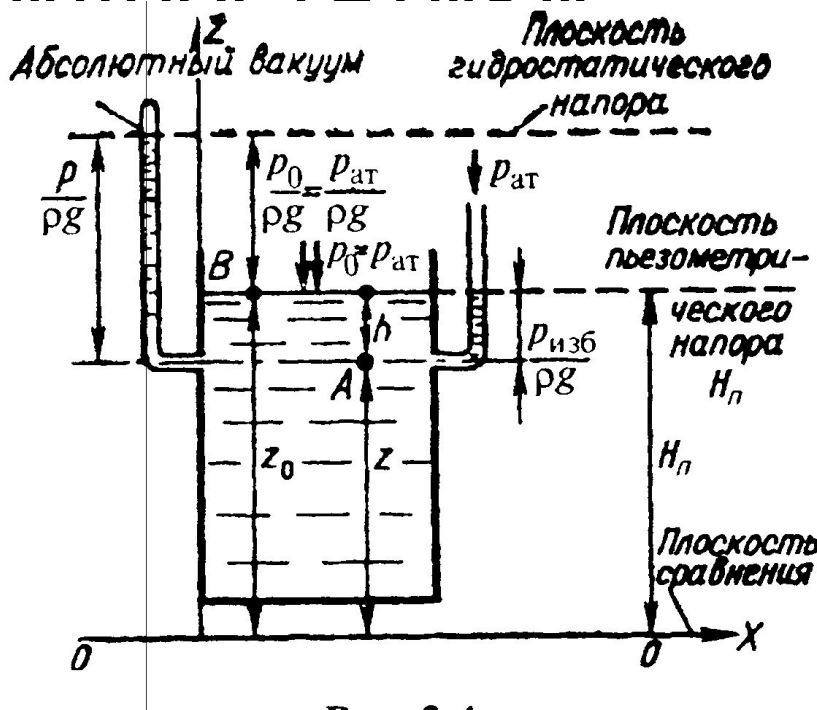
Величина $p/\rho g$ имеет линейную размерность и представляет собой геометрическую высоту, на которую поднимется жидкость под действием давления p . Указанную высоту можно измерить, если присоединить к сосуду трубку, из которой полностью удален воздух. Жидкость в трубке поднимется на высоту $p/\rho g$.

Если трубка открыта, и давление на свободной поверхности равно атмосферному, то жидкость в трубке поднимется на высоту $p_{изб}/\rho g$, соответствующую избыточному давлению.



Геометрическая интерпретация основного уравнения

ГИДРОСТАТИКА



□ Высоту $p_{изб}/\rho g$ называют **пьезометрической высотой**, а высоту, соответствующую давлению $p_{вак}$, - **вакуумметрической высотой**.

Сумму высот $z + p/\rho g$ называют **гидростатическим напором H** .

Пьезометрический напор H_p меньше гидростатического напора на высоту, соответствующую атмосферному давлению $p_{ат}/\rho g$.

