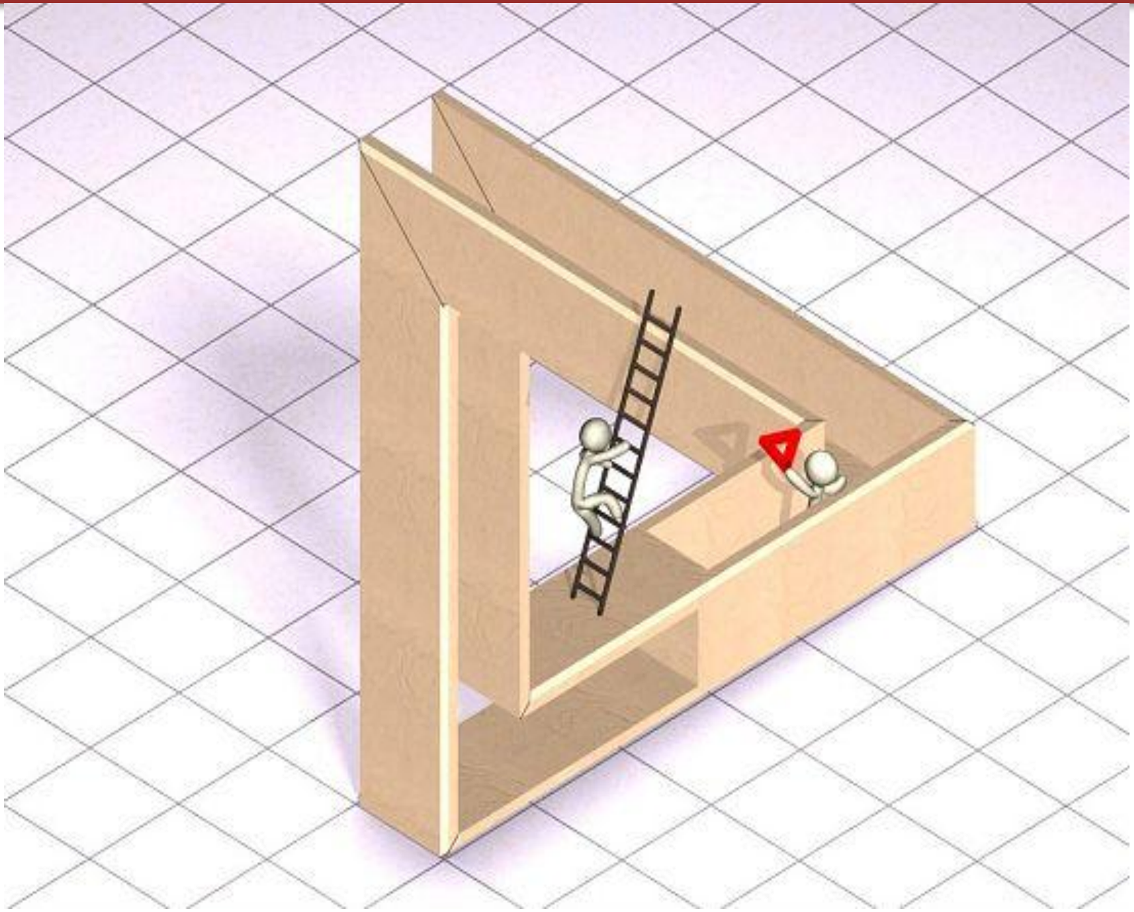
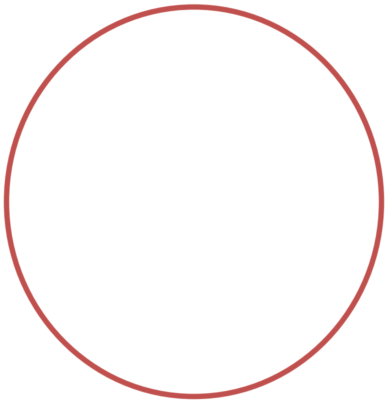
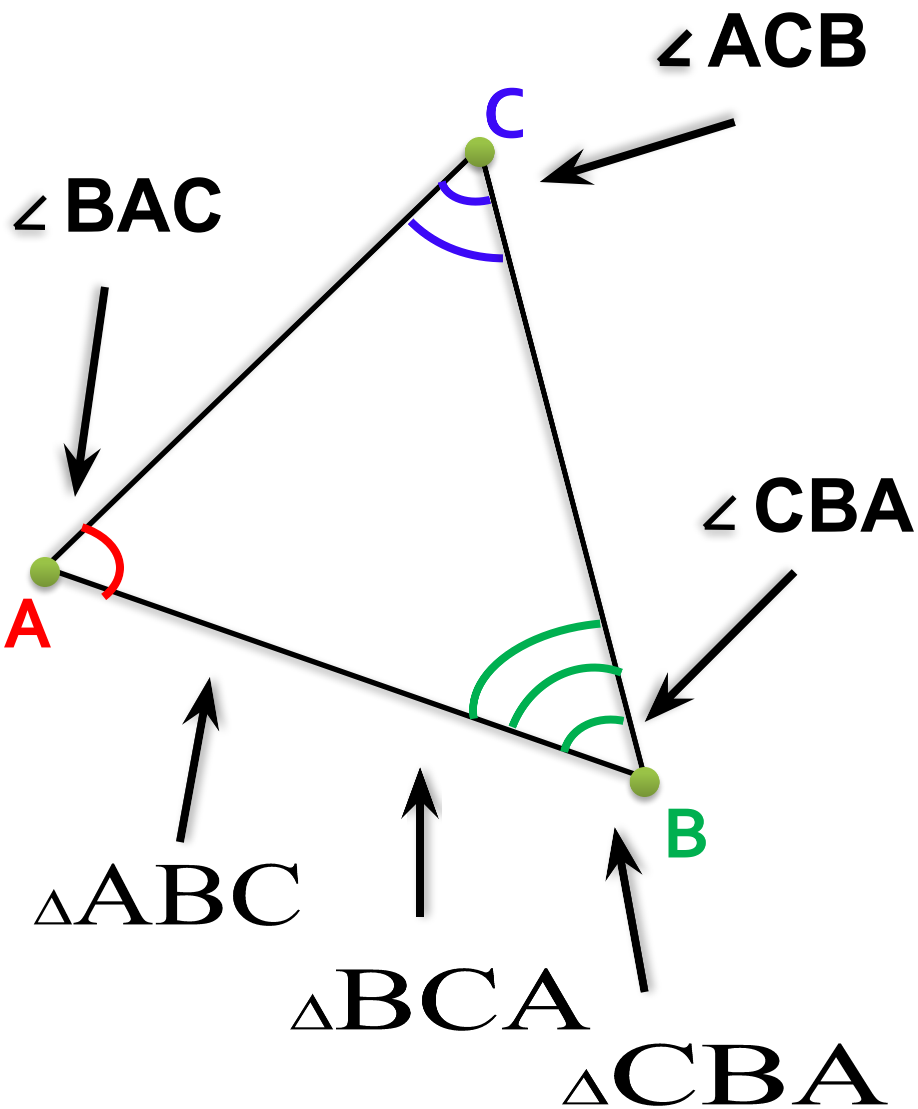
“Треугольники”



Оглавление



Треугольники



Треугольник **– это фигура, которая состоит из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, попарно соединяющих эти точки. Точки треугольника называются *вершинами*, а отрезки - его *сторонами*.**

Периметр треугольника – это сумма всех длин его сторон

Формула периметра:

AB+BC+AC = **P**

отрезок - сторона - AB

отрезок - сторона - BC

отрезок - сторона - AC

Три угла треугольника:

∠ BAC

∠ CBA

∠ ACB

Домой

Задача

Дано:

△ ABC
AB = 17см.
AC в 2 раза больше AB
BC меньше AC на 10см.

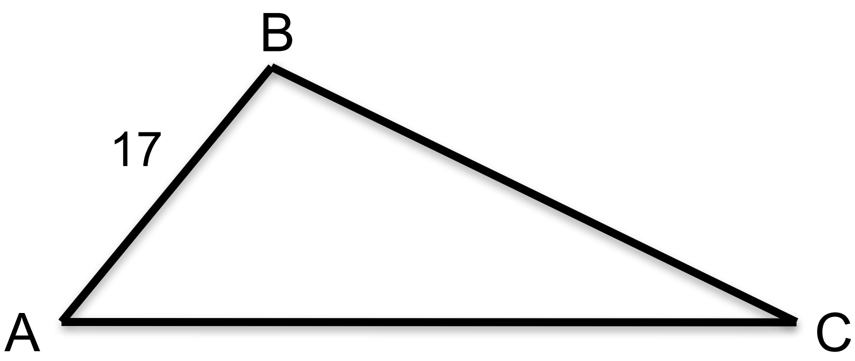
Найти:

P_{ABC} - ?

Условие:
Сторона AB треугольника ABC равна 17 см, сторона AC вдвое больше стороны AB, а сторона BC на 10 см меньше стороны AC. Найдите периметр треугольника ABC

Решение:
1) AC = 2*AB = 2*17 = 34см.
2) BC = AC – 10= 34 - 10 = 24см.
3) P = AB + BC + AC = 17 + 34 + 24 = 75 см

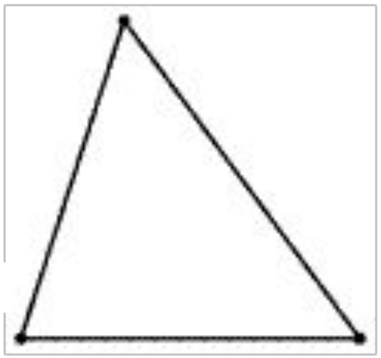
Ответ: P_{ABC} = 75см.

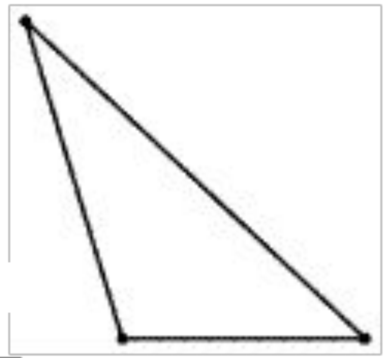


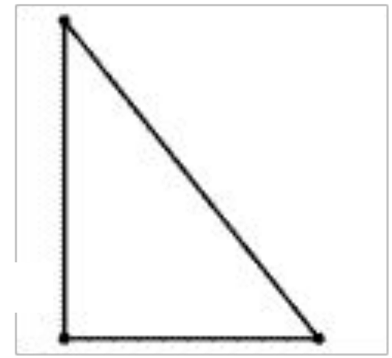
Домой

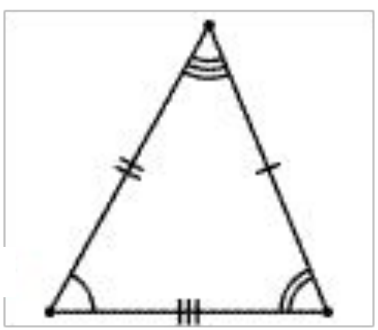
Треугольники

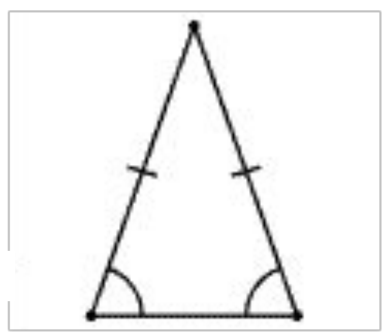
Виды треугольников

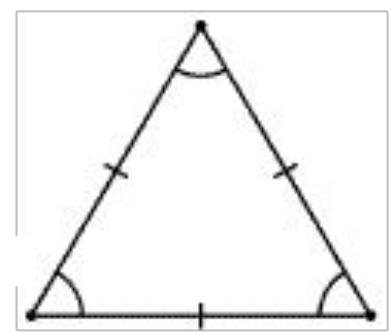

Остроугольный


Тупоугольный


Прямоугольный


Разносторонний


Равнобедренный


Равносторонний

Домой

Треугольники

Остроугольный треугольник – это такой треугольник, у которого все углы острые **(<90°)**.

Равносторонний треугольник – это такой треугольник, у которого все стороны равны по величине между собой.

Тупоугольный треугольный – это такой треугольник, у которого хотя бы один угол тупой **(>90°)**.

Равнобедренный треугольник – это такой треугольник, у которого боковые стороны равны по величине.

Прямоугольный треугольник – это такой треугольник, у которого есть прямой угол **(90°).**

Разносторонний треугольник – это такой треугольник, у которого все стороны разные по величине.

Домой

Равные треугольники

Дано:

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

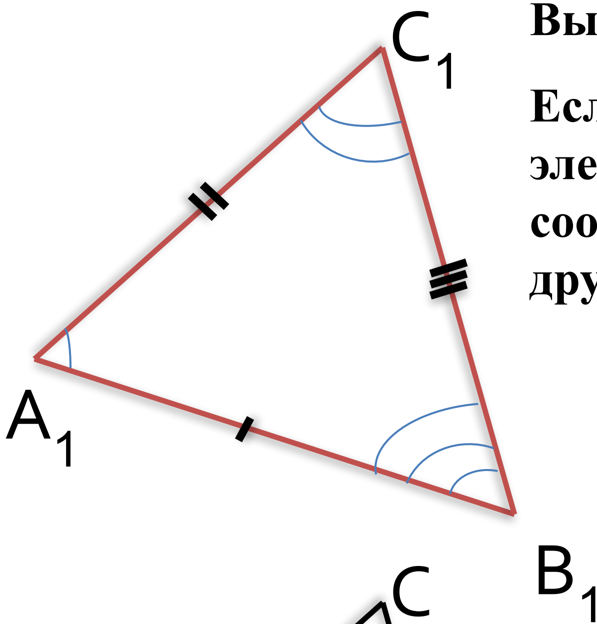
$AB = A_1B_1$

$BC = B_1C_1$

$AC = A_1C_1$

Доказать:

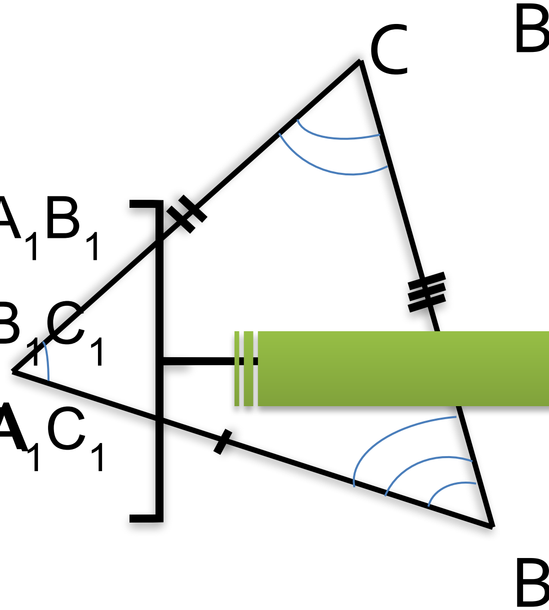
$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$



Высказывание:

Если два треугольника равны, то элементы одного треугольника соответственно равны элементам другого треугольника.

Чтобы доказать это высказывание - наложим один треугольник на другой.



Раз $AB=A_1B_1$

Раз $BC=B_1C_1$

Раз $AC=A_1C_1$

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Домой

Задача

Дано:

ÀÅ∩DC

AB = BE

DB = BC

Доказать:

△ ABC = △ EBD

Условие:

Отрезки AE и DC пересекаются в точке B, являющейся серединой каждого из них. Докажем, что треугольники ABC и EBD равны.

Доказательство:

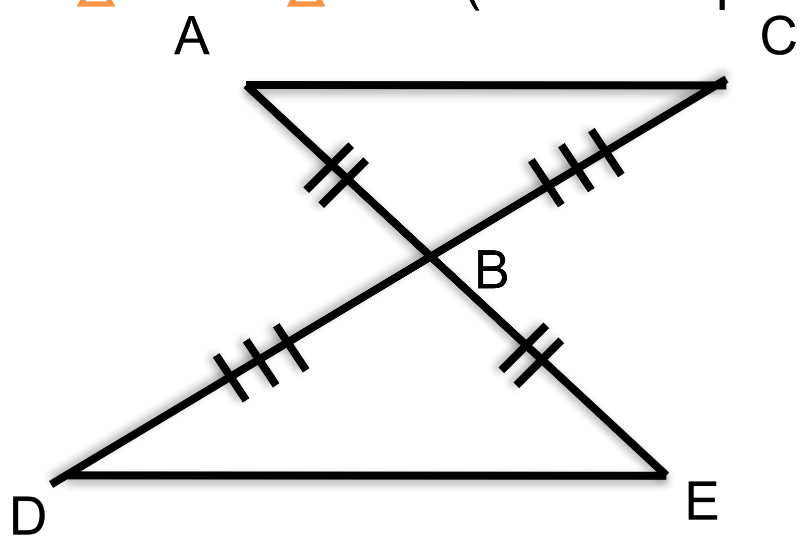
1)Рассмотрим △ABC и △EBD

AB = EB (по усл.)

CB = DB (по усл.)

∠ABC = ∠DBE (вертик.), □ □ □ □ □ □ □ □

△ABC = △ EBD (по 2 стор. и углу между ними)



Домой

Первый признак равенства треугольников

Теорема:

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны!

Дано:

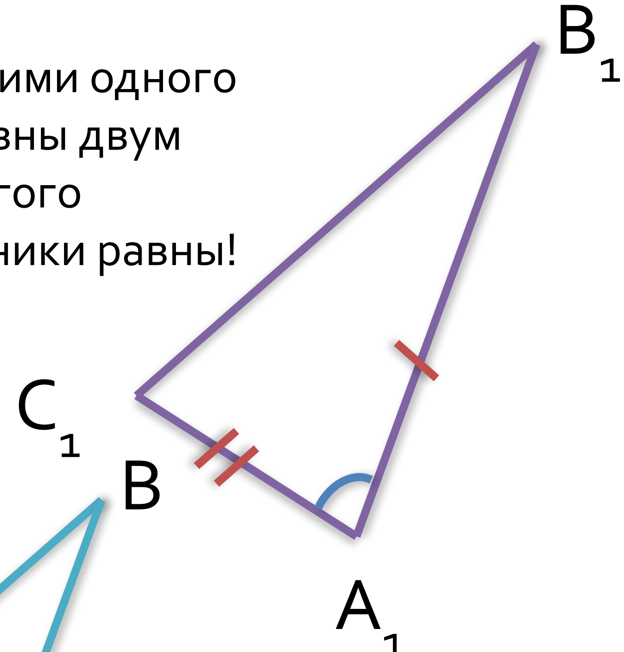
$AB = A_1B_1$

$\angle A = \angle A_1$

$AC = A_1C_1$

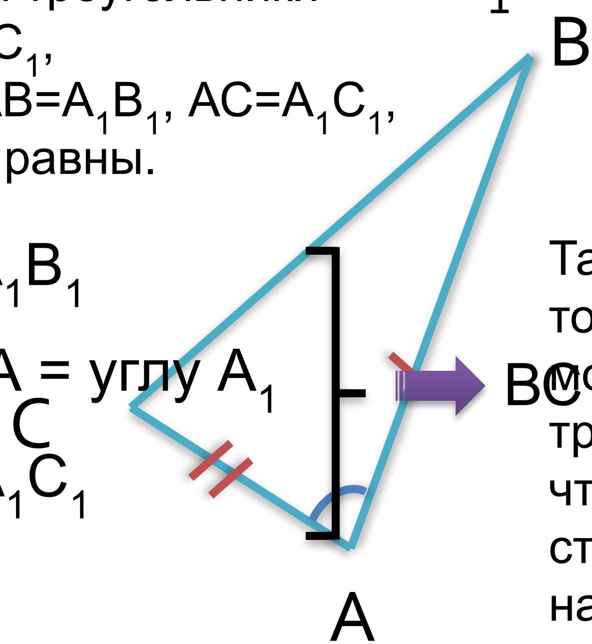
Доказать:

$\triangle$ **ABC =** $\triangle$ **$A_1B_1C_1$**



Доказательство:

Рассмотрим треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, у которых $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, углы A и A_1 равны.



Раз $AB=A_1B_1$

Раз угол A = углу A_1

Раз $AC=A_1C_1$

$BC = B_1C_1$

Так как угол A = углу A_1, то треугольник ABC можно наложить на треугольник $A_1B_1C_1$ так, что их вершины и стороны наложились друг на друга.

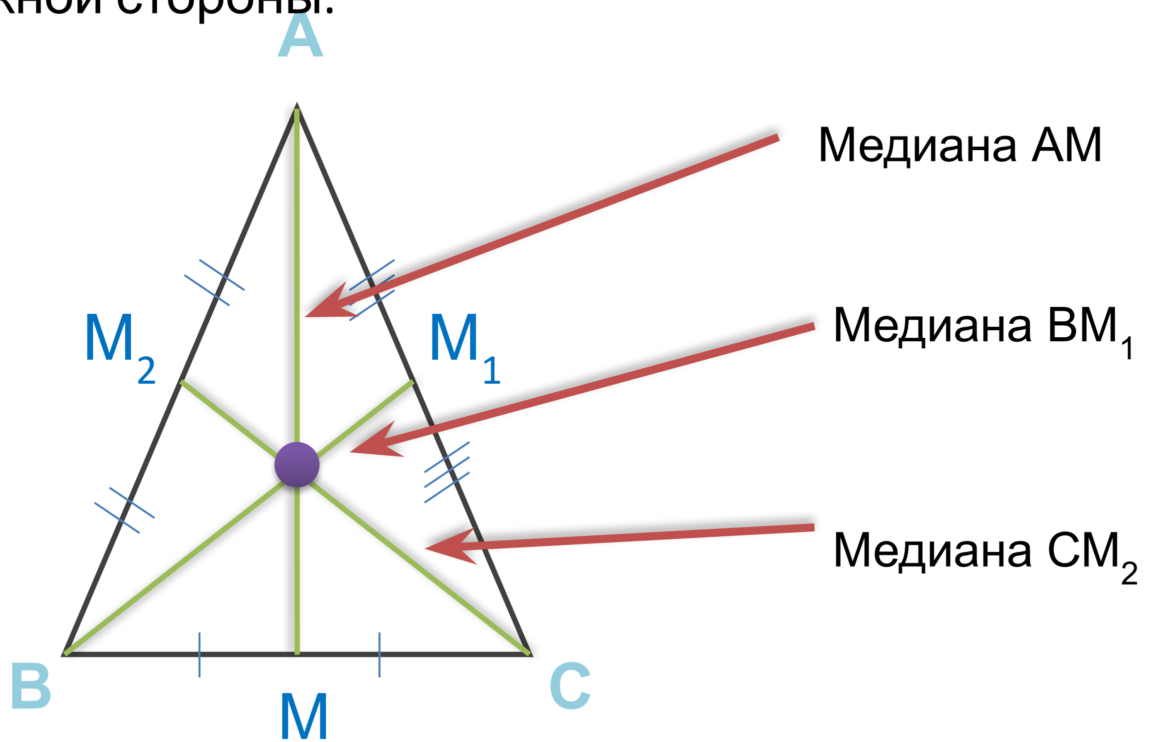
$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (ч.т.д.)

Домой

Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Медиана треугольника - это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

Любой треугольник имеет три медианы.

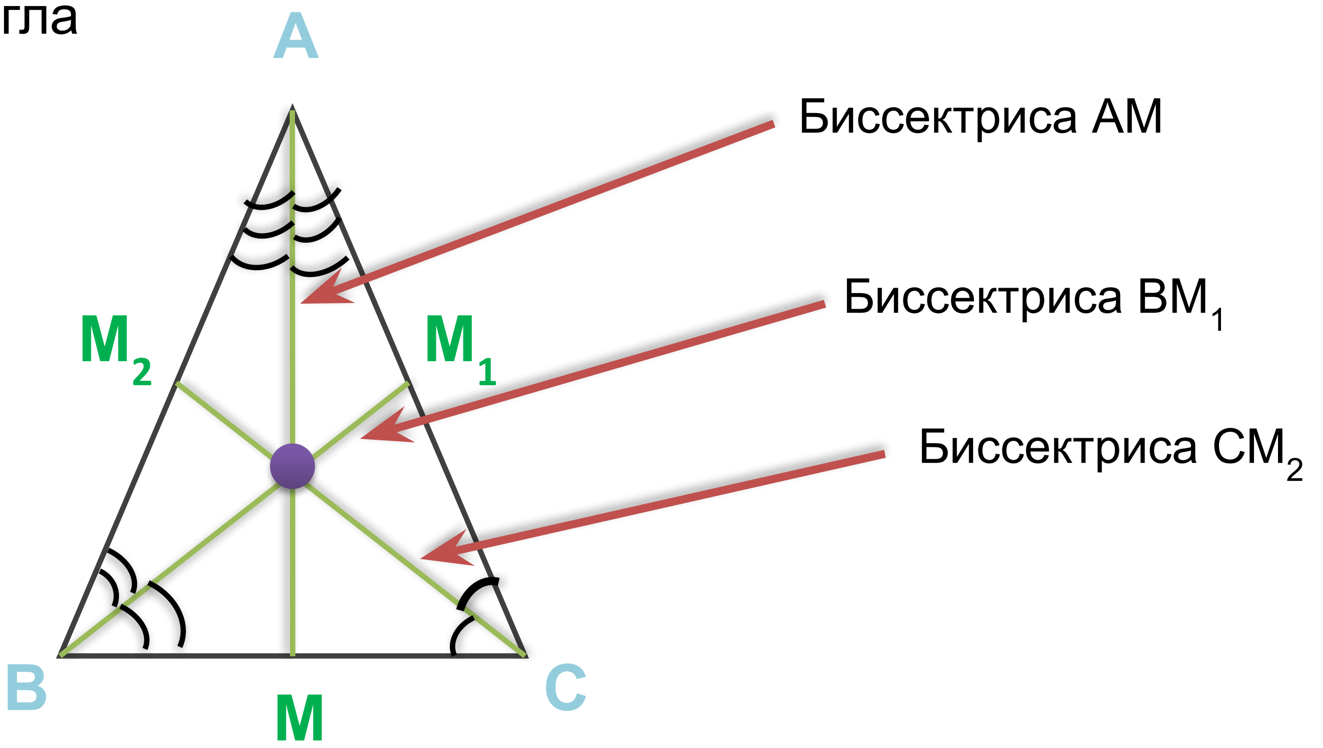


Домой

Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Биссектриса – это отрезок, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны и делящий угол на 2 равных друг другу по величине угла

Любой треугольник имеет три биссектрисы.

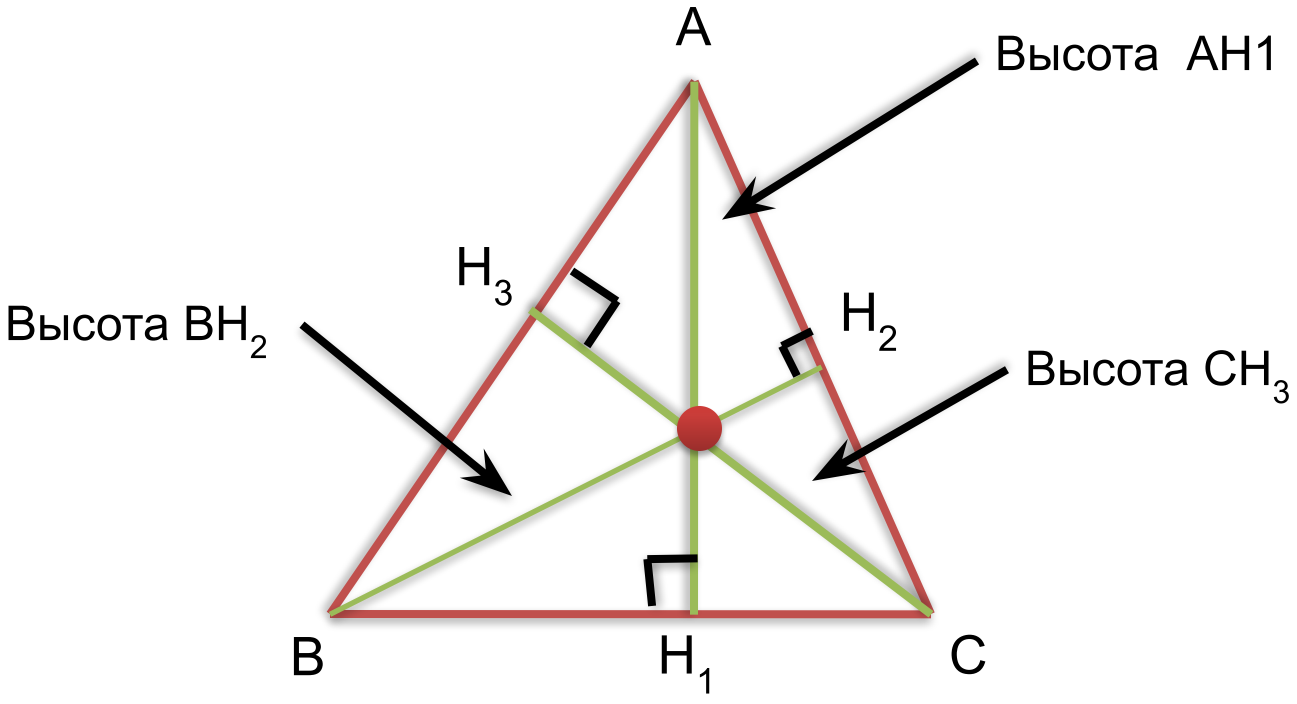


Домой

Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Высота – это перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, находящейся напротив этой вершины.

Любой треугольник имеет три высоты.



Домой

Задача

Дано:

ΔABC

ΔÀ$_1$Â$_1$Ñ$_1$

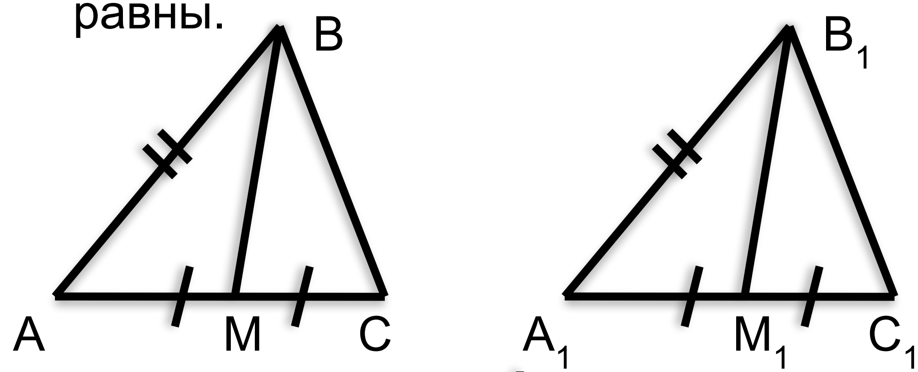
BM, B_1M_1 - медианы

Доказать:

$BM = B_1M_1$

Условие:

Докажем, что в равных треугольниках медианы, проведённые к равным сторонам, равны.



Доказательство:

1) Рассмотрим ΔAMB и $\Delta A_1B_1M_1$

$AB = A_1B_1$ (т.к. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$)

$\angle A = \angle A_1$ (т.к. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$)

$AM = A_1M_1$ (т.к. $AM = 1\backslash 2\ AC$, $A_1M_1 = 1\backslash 2\ A_1C_1$)

$\Delta ABM = \Delta A_1B_1M_1$ (по 2 сторонам и углу между ними)

$BM = B_1M_1$
(по опр. равных треугольников)

ч.т.д.

Домой

Перпендикуляр к прямой

Теорема:

Из точки, не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и при том только один.

Рассмотрим прямую a и точку A, не лежащую на этой прямой.

Доказательство:

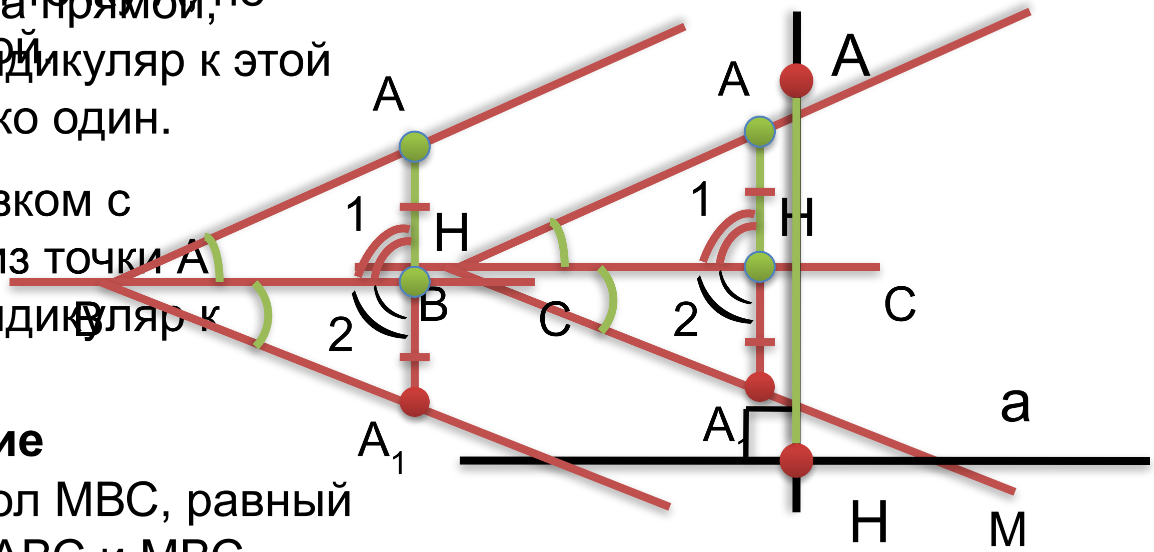
Докажем сначала, что из точки A можно провести перпендикуляр к прямой BC.

Соединим точку A отрезком с точкой H прямой a.

Точка H – **это основание перпендикуляра.**

Отрезок AH – **это перпендикуляр, проведённый из точки A к прямой a.**

Отложим от луча BC угол MBC, равный углу ABC. Так как углы ABC и MBC равны, то первый из них можно наложить на второй так, что стороны BA и BC первого угла совместятся со сторонами BM и BC второго угла.



ИТАК,

AH – ⊥ BC

При этом точка A наложится на некоторую точку A_1 луча BM.

Обозначим точку H пересечением прямой AA_1 и BC

Отрезок AH и есть искомый перпендикуляр к прямой BC.

При нашем наложении луч AH совмещается с лучом A_1H, поэтому угол 1 совмещается с углом 2.

$\angle 1 = \angle 2$

Но угол 1 и угол 2 смежные, значит каждый из них прямой.

Домой

Задача

Дано:

À, Ñ ∈ à

ÀÂ ⊥ à

$CD \perp a$

ÀÂ = CD

$\angle ADB = 44^\circ$

Найти:

∠ÀÂÑ - ?

Условие:

Точки A и C лежат по одну сторону от прямой a. Перпендикуляры AB и CD к прямой a равны. а) Докажем, что треугольник ABD = треугольнику CDB; б) Найдем угол ABC, если угол ADB = 44°

Доказательство:

1) △ABD и △CDB

BD – общая

AB = CD (усл.)

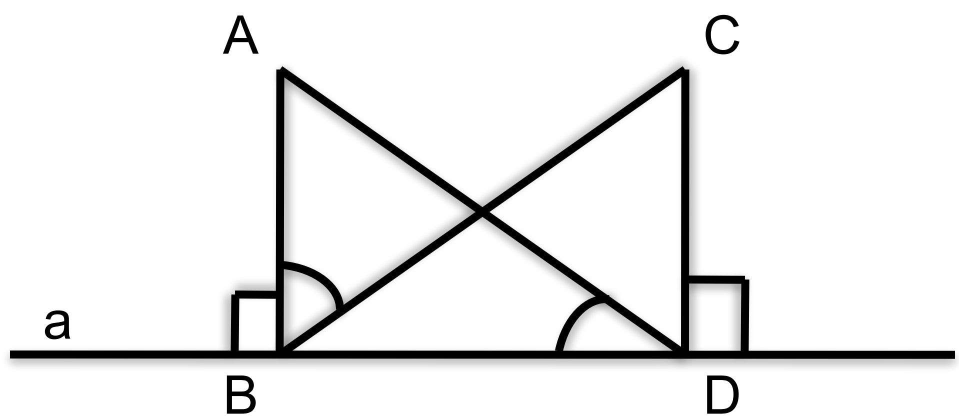
$\angle B = \angle D = 90^\circ$ (т.к. AB ⊥ à, $CD \perp a$)

△ABD = △CDB (по 2 сторонам и углу между ними)

2) Из 1 пункта следует, что

$\angle ABC = \angle CDA$, тогда

$$\angle ABC = \angle ABD - \angle ADB = 90^\circ - 44^\circ = 46^\circ$$



Îòâåò : ∠ÀÂÑ = 46°

Домой

Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

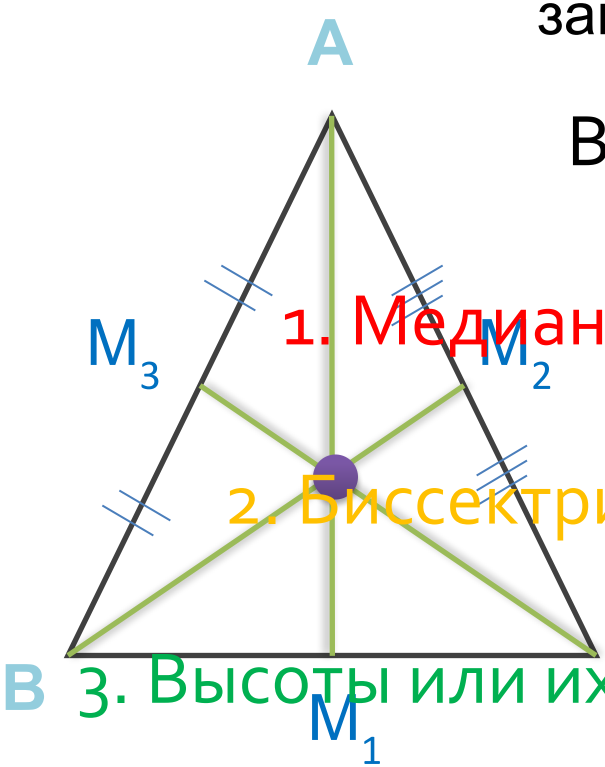
Медианы, биссектрисы и высоты треугольника обладают замечательными свойствами:

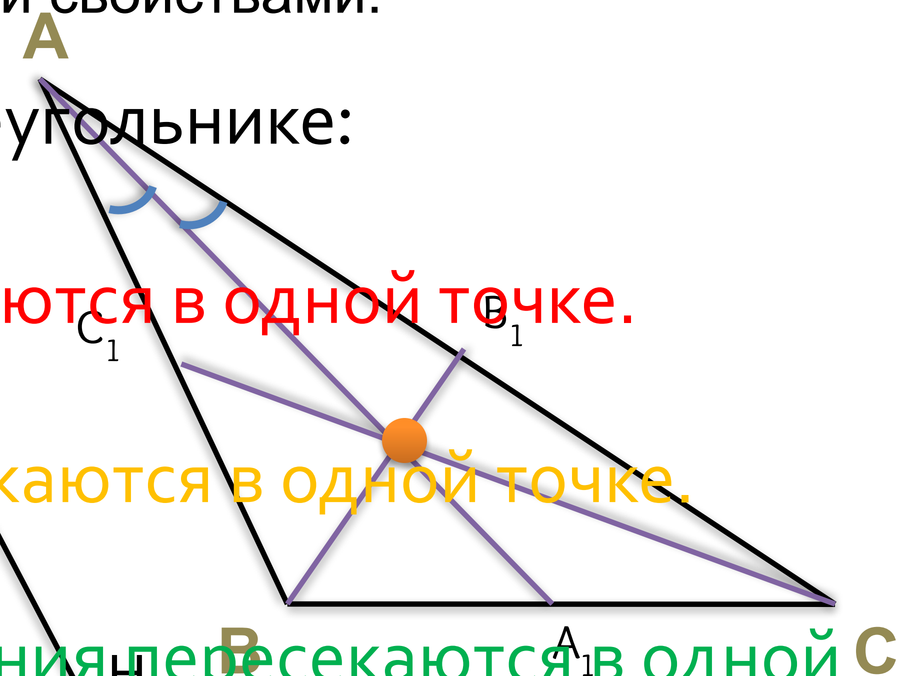
В любом треугольнике:

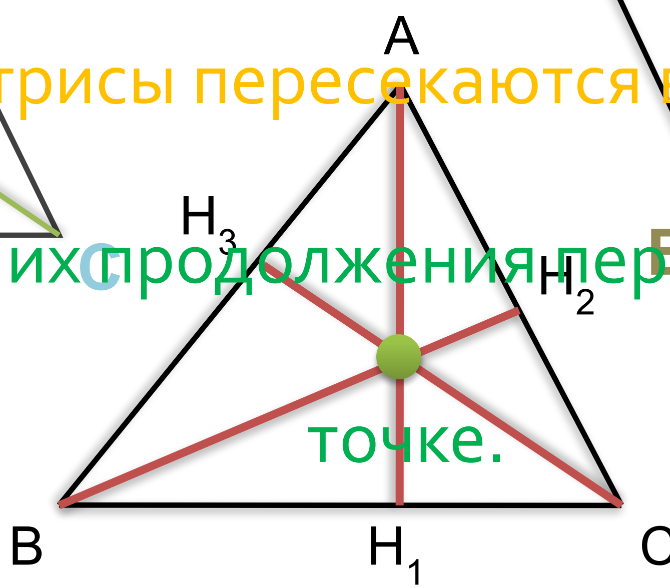
1. Медианы пересекаются в одной точке.

2. Биссектрисы пересекаются в одной точке.

3. Высоты или их продолжения пересекаются в одной точке.







Домой

Свойства равнобедренного треугольника

Дано:

△ ABC - р\б

AD - биссектриса

△ ABC = △ ACD

(по 1 призн. рав-ва треугольников)

AB=AC

AD – общая сторона

$\angle 1 = \angle 2$

Доказать:

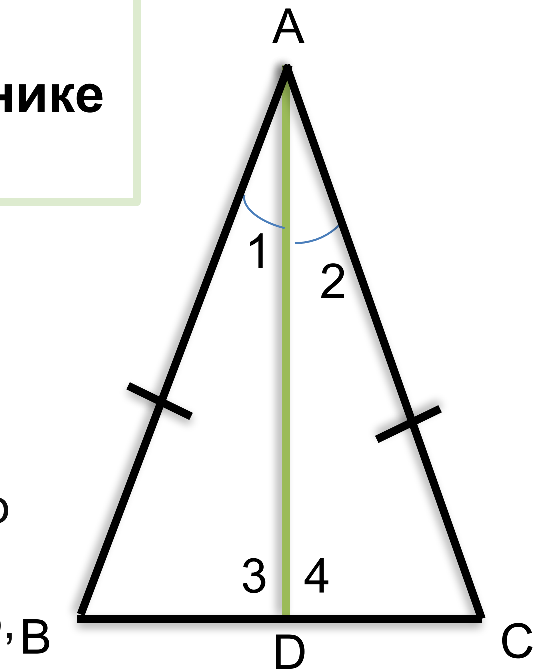
$\angle B = \angle C$

Теорема:
В равнобедренном треугольнике углы при основании равны

Доказательство:

Пусть AD – биссектриса треугольника ABC.

Треугольники ABD и ACD равны по первому признаку равенства треугольников (AB=AC по условию, AD – общая сторона, $\angle 1 = \angle 2$, т.к. AD – биссектриса)



!!!Теорема доказана!!!

В равных треугольниках против равных сторон, лежат равные углы, поэтому $\angle B = \angle C$

Домой

Свойства равнобедренного треугольника

Дано:

△ ABC - р\б

BC – основание.

AD – биссектриса

Доказать:

AD – медиана

AD – высота

Теорема:

В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведённая к основанию, является медианой и высотой.

Доказательство:

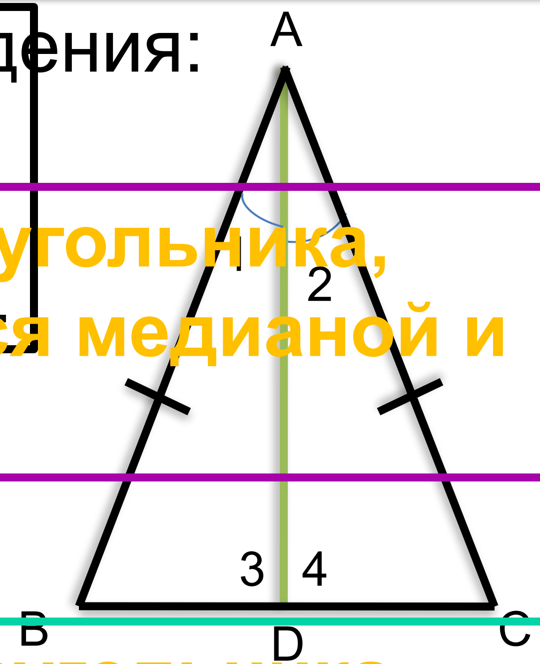
Из равенства треугольников ABD и ACD следует, что BD = DC и ∠ 3= ∠ 4

Равенство BD = DC означает, что точка D – середина стороны BC и поэтому AD – медиана треугольника ABC.

Так как углы 3 и 4 – смежные и равны друг другу, то они прямые.

Следовательно, отрезок AD является так же высотой треугольника ABC.

!!!Теорема доказана!!!



Справедливы так же утверждения:

1. Высота равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, является медианой и биссектрисой.

2. Медиана равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, является высотой и биссектрисой.

Домой

Второй признак равенства треугольника

Дано:

△ ABC

△ $A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$

$\angle A = \angle A_1$

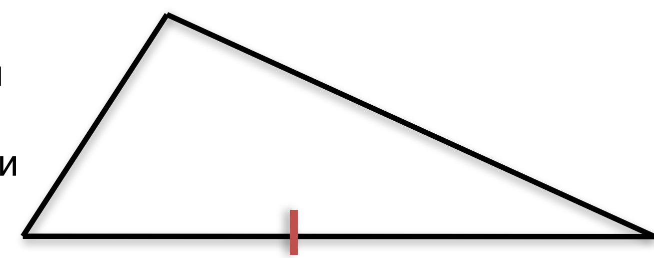
$\angle B = \angle B_1$

Доказать:

△ ABC = △ $A_1B_1C_1$

Теорема:

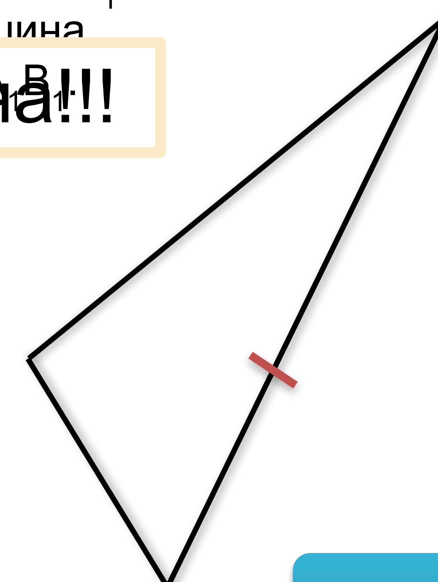
Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



Доказательство:

Наложим треугольник ABC на треугольник $A_1B_1C_1$ так, что бы вершина A совместилась с вершиной A_1, сторона AB с равной её стороной A_1B_1, а вершина C и C_1 оказались по одну сторону от прямой A_1B_1.

Так как $\angle A = \angle A_1$ и $\angle B = \angle B_1$, то сторона AC наложится на луч A_1C_1, а сторона BC – на луч B_1C_1. Поэтому вершина C – общая точка сторон AC и BC – окажется лежащей как на луче A_1C_1, так и на луче B_1C_1 и, следовательно, совместится с общей точкой этих лучей – вершиной C_1. Значит совместятся стороны AC и A_1C_1, BC и B_1C_1



Таким образом, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ полностью совместятся, поэтому они равны.

!!!Теорема доказана!!!

Домой

Третий признак равенства треугольника

Дано:

△ ABC

△ $A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$

$BC = B_1C_1$

$CA = C_1A_1$

Доказать:

△ ABC = △ $A_1B_1C_1$

Теорема:

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Доказательство:

Рассмотрим случай, когда луч CC_1 проходит внутри угла $A_1C_1B_1$.

Приложим треугольник ABC к треугольнику $A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина A совместилась с вершиной A_1, вершина B – с вершиной B_1, а вершины C и C_1 оказались по разные стороны от прямой A_1B_1.

Так как по условию теоремы стороны AC и A_1C_1, BC и B_1C_1 равны, то треугольники A_1C_1C и B_1C_1C – равнобедренный.

По теореме о свойстве углов равнобедренного треугольника $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, поэтому $\angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$. Итак, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$

Следовательно, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны по первому признаку равенства треугольников.

Теорема доказана!!!

Домой

Окружность

Окружность – это геометрическая фигура, состоящая из всех точек, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.

Центр окружности – точка, находящаяся в центре окружности.

O – центр окружности

Радиус окружности – это отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности.

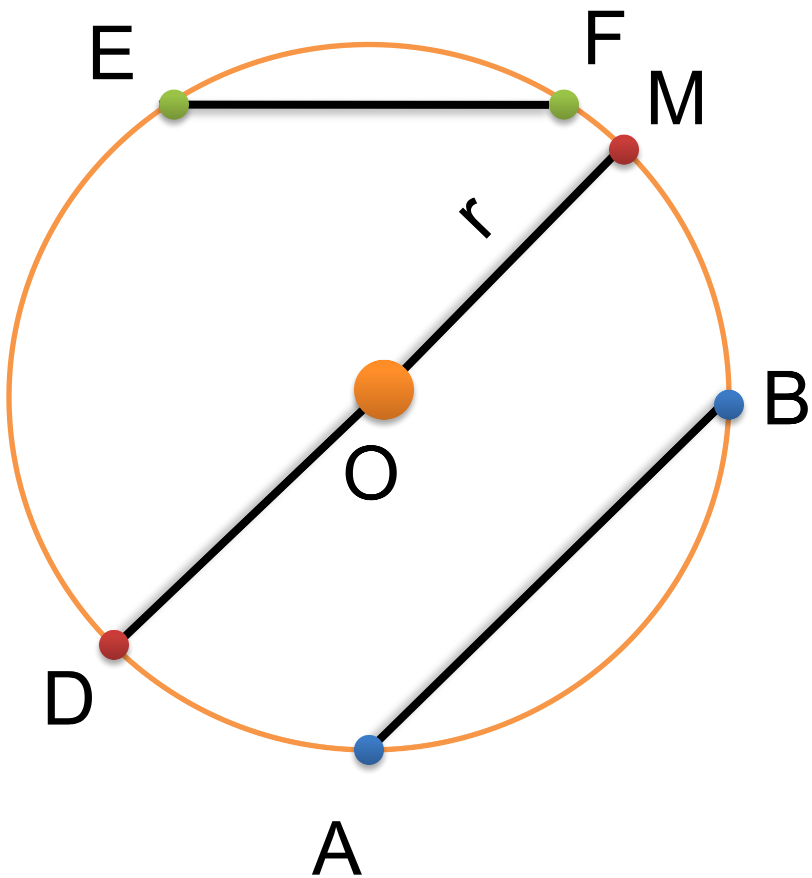
OM – радиус
OD – радиус

Хорда – это отрезок, соединяющий две точки окружности.

EF – хорда
AB – хорда

Диаметр – это хорда, проходящая через центр окружности.

DM - диаметр



Домой

Конец!

Спасибо за внимание!

Домой