

Қатты дене механикасы


Инерция моменті

Жүйенің берілген оське қатысты инерция моменті деп жүйенің n материалдық нүктелерінің массаларын оське дейінгі қашықтықтардың квадраттарына көбейтінділерінің қосындысына тең физикалық шаманы айтады.

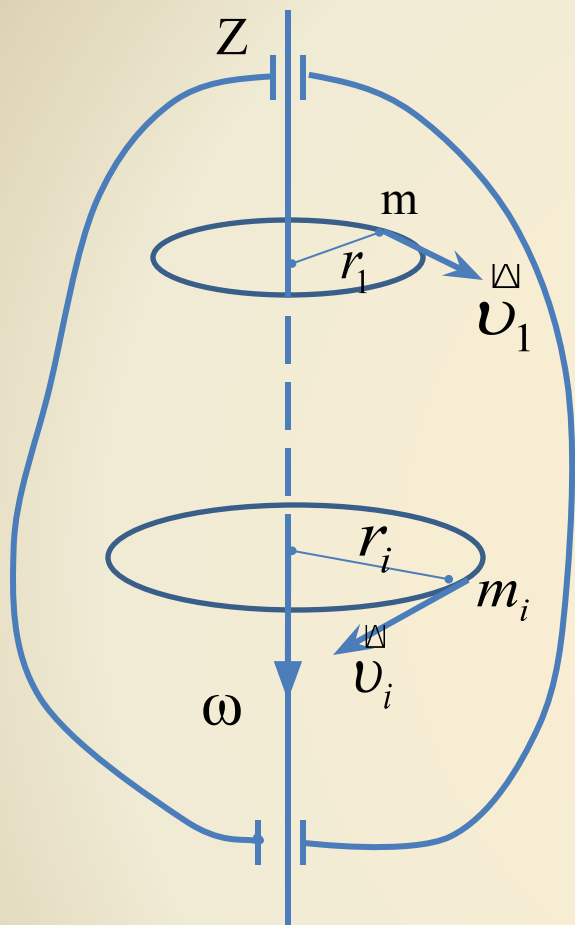
$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

$$J = \int r^2 dm$$

$$J = J_c + ma^2 \quad \text{– Штейнер теоремасы}$$

<u>дене</u>	<u>Осьтің орны</u>	<u>Инерция моменти</u>
Радиусы R қуыс жұқа қабырғалы цилиндр	Симметрия осі	mR^2
Радиусы R тұтас цилиндр немесе диск	Симметрия осі	$\frac{1}{2}mR^2$
Ұзындығы  жұқа стержень	Ось перпендикуляр, арқылы өтеді стерженьге ортасы	$\frac{1}{12}ml^2$
	Ось перпендикуляр, оның бір ұшы арқылы өтеді стерженьге	$\frac{1}{3}ml^2$
Радиусы R шар	Шардың центрі арқылы өтеді	$\frac{2}{5}mR^2$

Айналмалы қозғалыстың кинетикалық энергиясы



$$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = \dots = \frac{v_n}{r_n}$$

$$T_{\text{айн}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2}$$

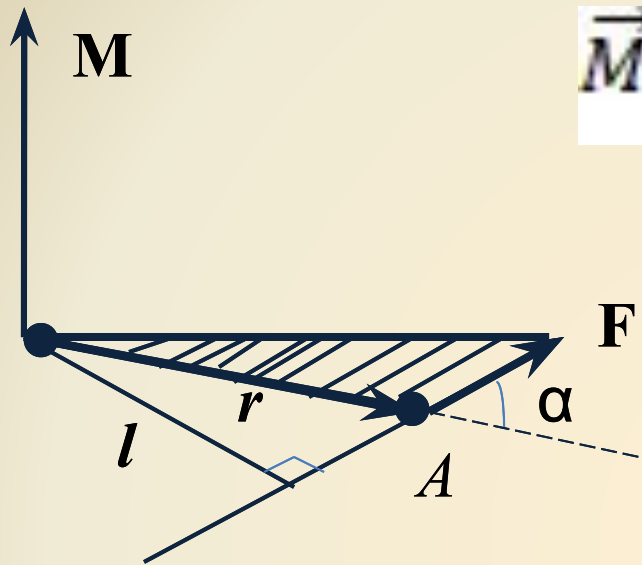
$$T_{\text{айн}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}$$

$$T_{\text{айн}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J_z \omega^2}{2}$$

$$T_{\text{айн}} = \frac{J_z \omega^2}{2}$$

$$T = \frac{m v_c^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2}$$

Күш моменті



$$\vec{M} = [\vec{r} \vec{F}]$$

$$M = Fr \sin \alpha = Fl$$

$$dA = F \sin \alpha r d\varphi$$

$$dA = M_z d\varphi \quad dA = dE_k$$

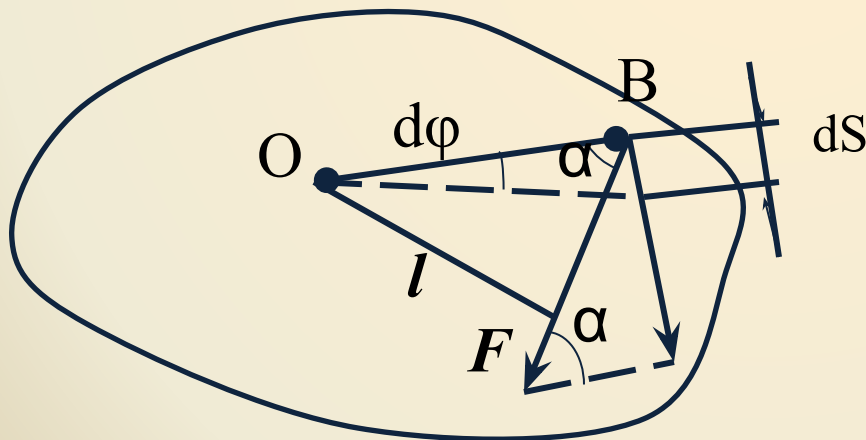
$$dE_k = d\left(\frac{J_x \omega^2}{2}\right) = J_x \omega d\omega,$$

$$M_z d\varphi = J_x \omega d\omega$$

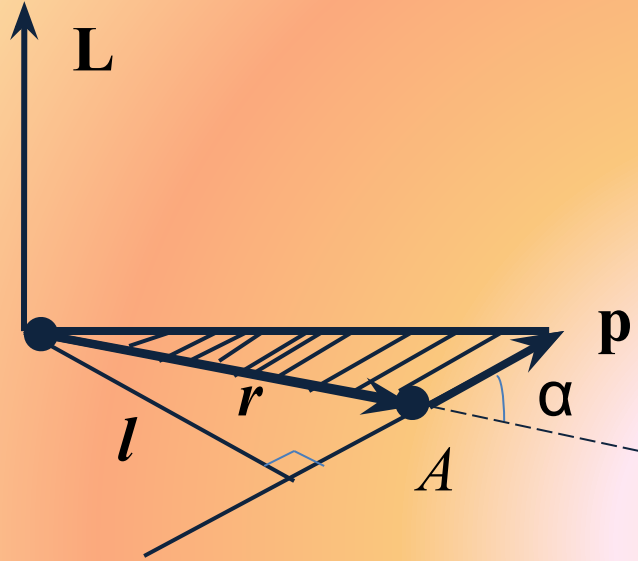
$$M_z \frac{d\varphi}{dt} = J_x \omega \frac{d\omega}{dt}$$

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_x \varepsilon$$

$$\vec{M} = J \vec{\varepsilon}$$



Импульс моменті және оның сақталу заңы



$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}]$$

$$L = rp \sin \alpha = mvr \sin \alpha = pl$$

$$L_i = m_i v_i r_i$$

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i$$

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_z \omega$$

$$L_z = J_z \omega$$

$$\frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon = M_z$$

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

$$\vec{L} = const$$

– импульс
моментінің
сақталу заңы

<u>Ілгерілемелі қозғалыс</u>	<u>Айналмалы қозғалыс</u>
<i>Масса</i>	<i>Инерция моменті</i>
<i>Жылдамдық</i>	<i>Бұрыштық жылдамдық</i>
<i>Үдеу</i>	<i>Бұрыштық үдеу</i>
<i>Күш</i>	<i>Күш моменті</i>
<i>Импульс</i>	<i>Импульс моменті</i>
<i>Динамиканың негізгі теңдеуі</i>	<i>Динамиканың негізгі теңдеуі</i>
<i>Жұмыс</i>	<i>Жұмыс</i>
<i>Кинетикалық энергия</i>	<i>Кинетикалық энергия</i>

$$m$$

$$v = \frac{dr}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$F$$

$$P = mv$$

$$F = ma$$

$$F = \frac{dp}{dt}$$

$$dA = FdS$$

$$mv^2 / 2$$

$$J$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

$$M$$

$$L_z = J_z \omega$$

$$M_x = J_x \varepsilon$$

$$M = \frac{dL}{dt}$$

$$dA = M_z d\varphi$$

$$J_x \omega^2 / 2$$