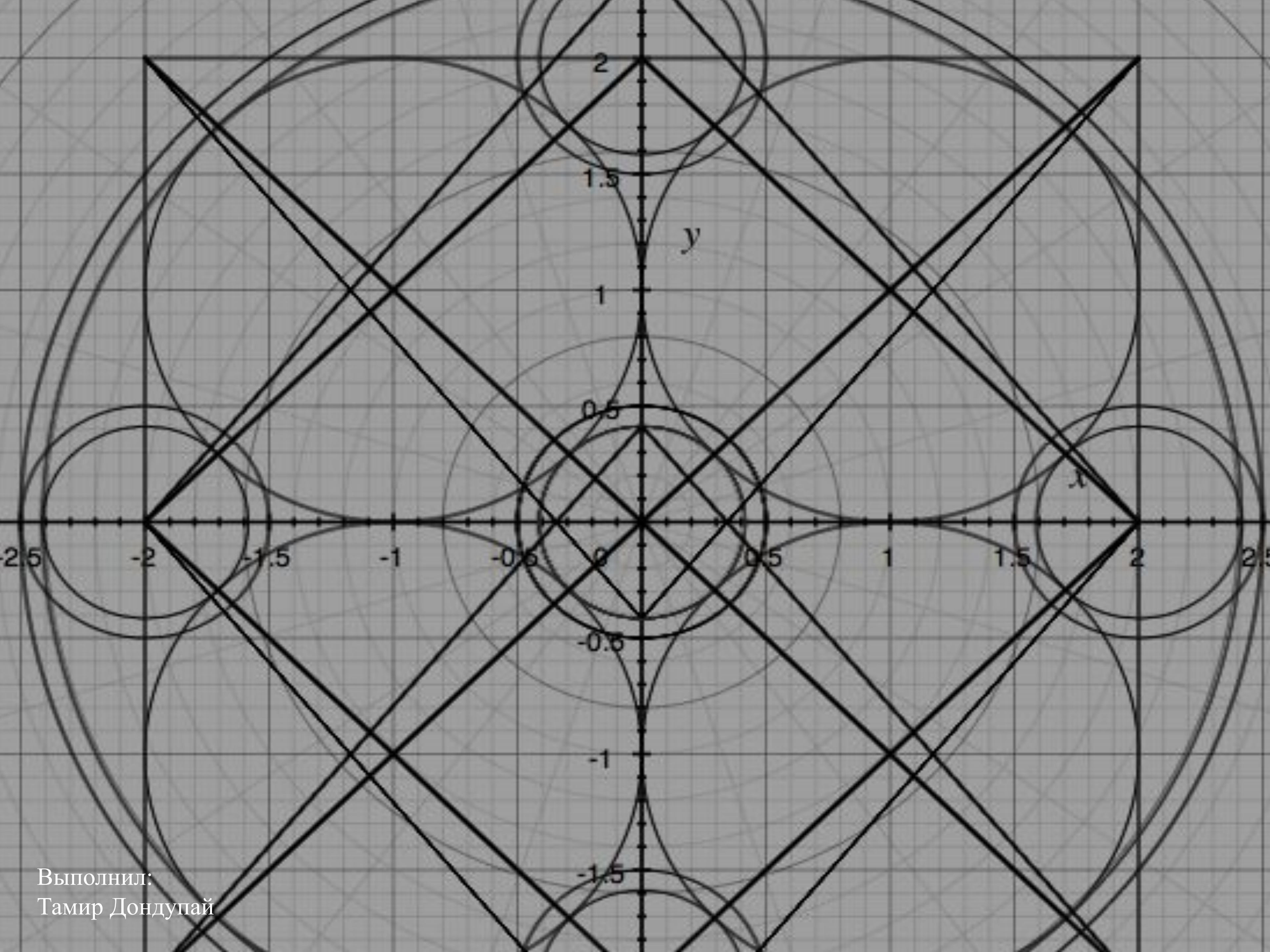
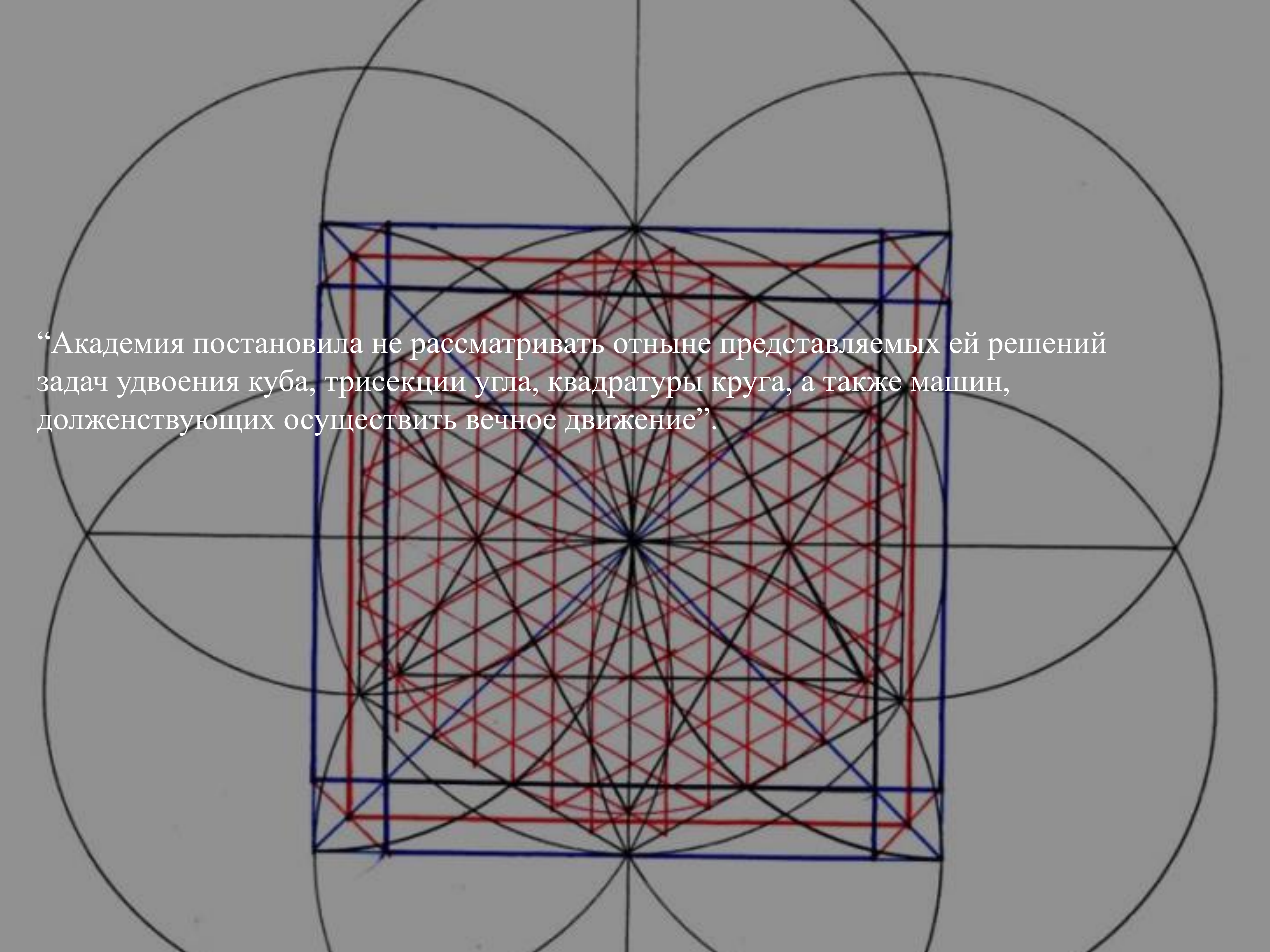
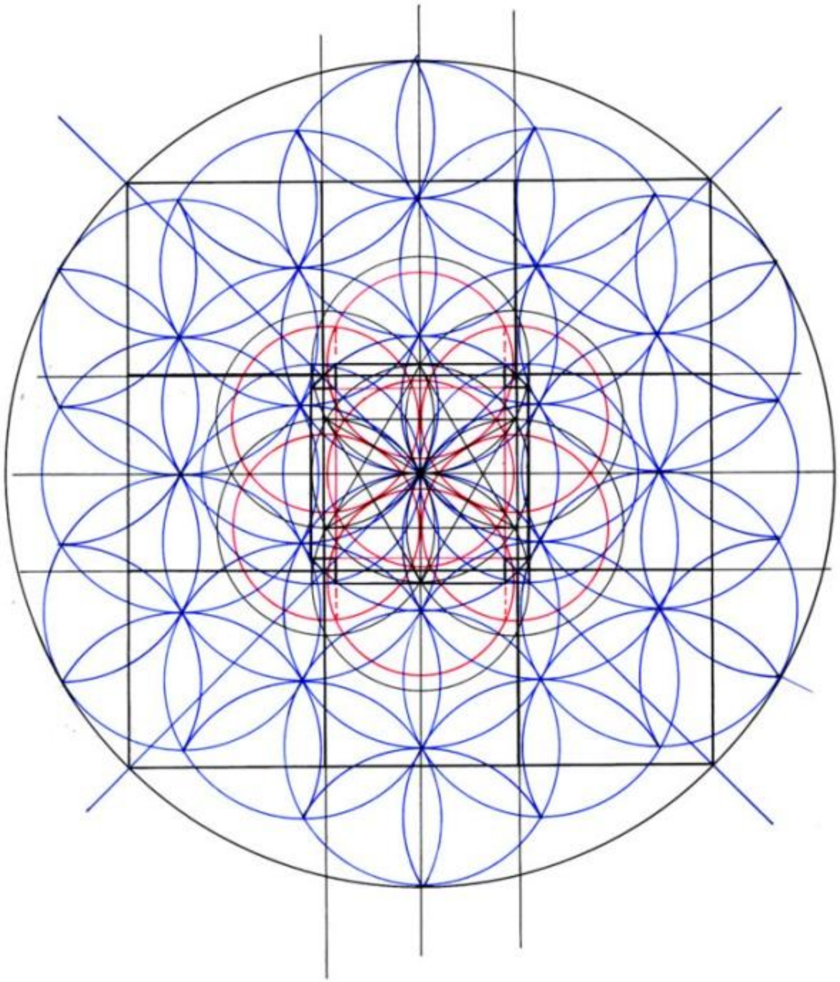
КВАДРАТУРА КРУГА



Выполнил:
Тамир Дондупай



“Академия постановила не рассматривать отныне представляемых ей решений задач удвоения куба, трисекции угла, квадратуры круга, а также машин, долженствующих осуществить вечное движение”.



Квадратура круга — один из первых в истории математики случаев,
когда человеческий разум
долгое время буксовал перед
нехитрой на первый взгляд задачей.
Всего-то и требуется,
что построить квадрат с площадью,
равной площади данного круга,
Посредством циркуля и линейки.
Около трёх тысяч лет (!) бесплодных усилий,
испорченная репутация достойных учёных,
сошедшие с ума армии фриков,
драма, ненависть,
а в результате — лишь
доказательство невозможности
данного построения.
Является, наряду с
великой теоремой Ферма,
синонимом неразрешимой задачи.

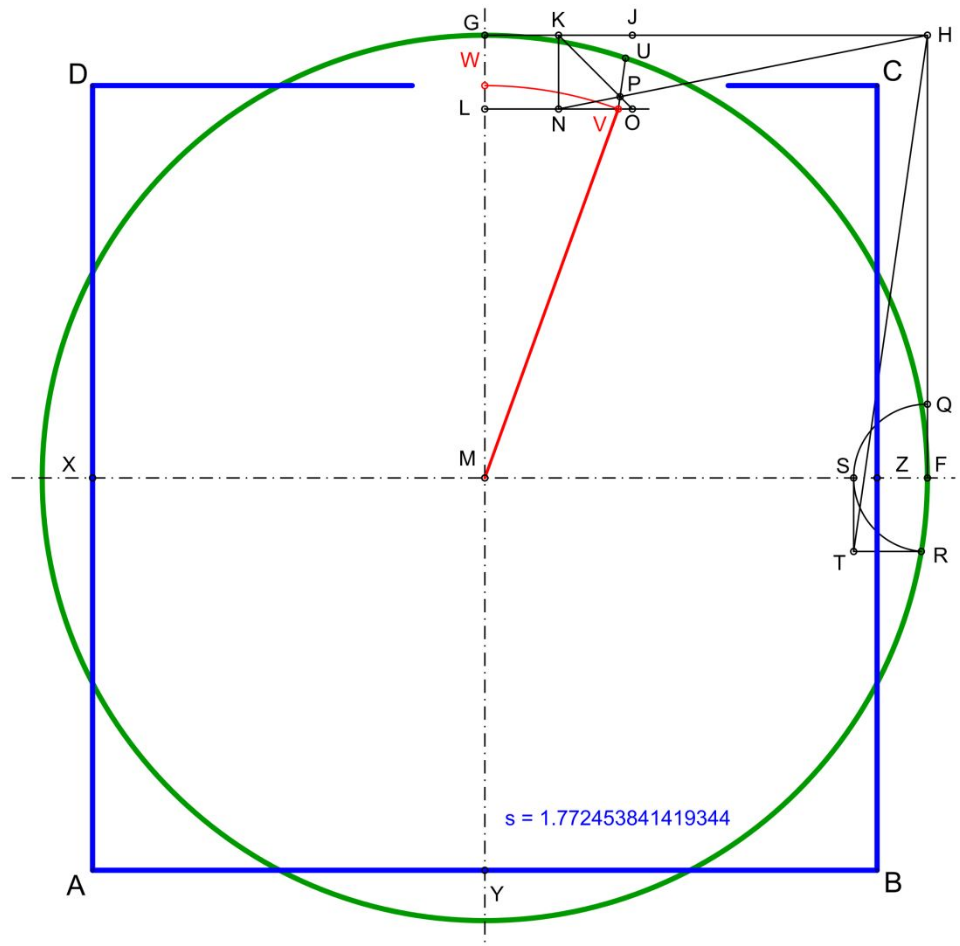
Если обозначить ***R*** радиус
заданного круга,
x — длину стороны
искомого квадрата, то, в современном понимании,
задача сводится
к решению уравнения:

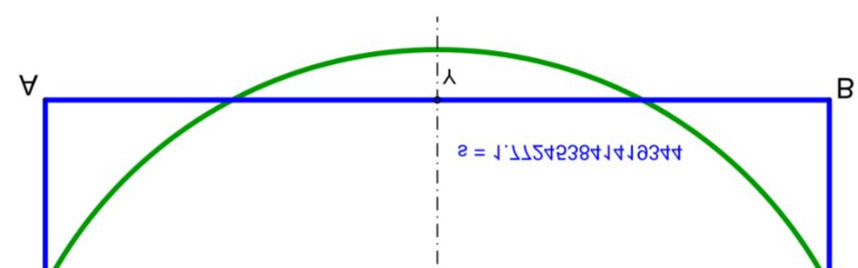
$$x^2 = \pi R^2$$

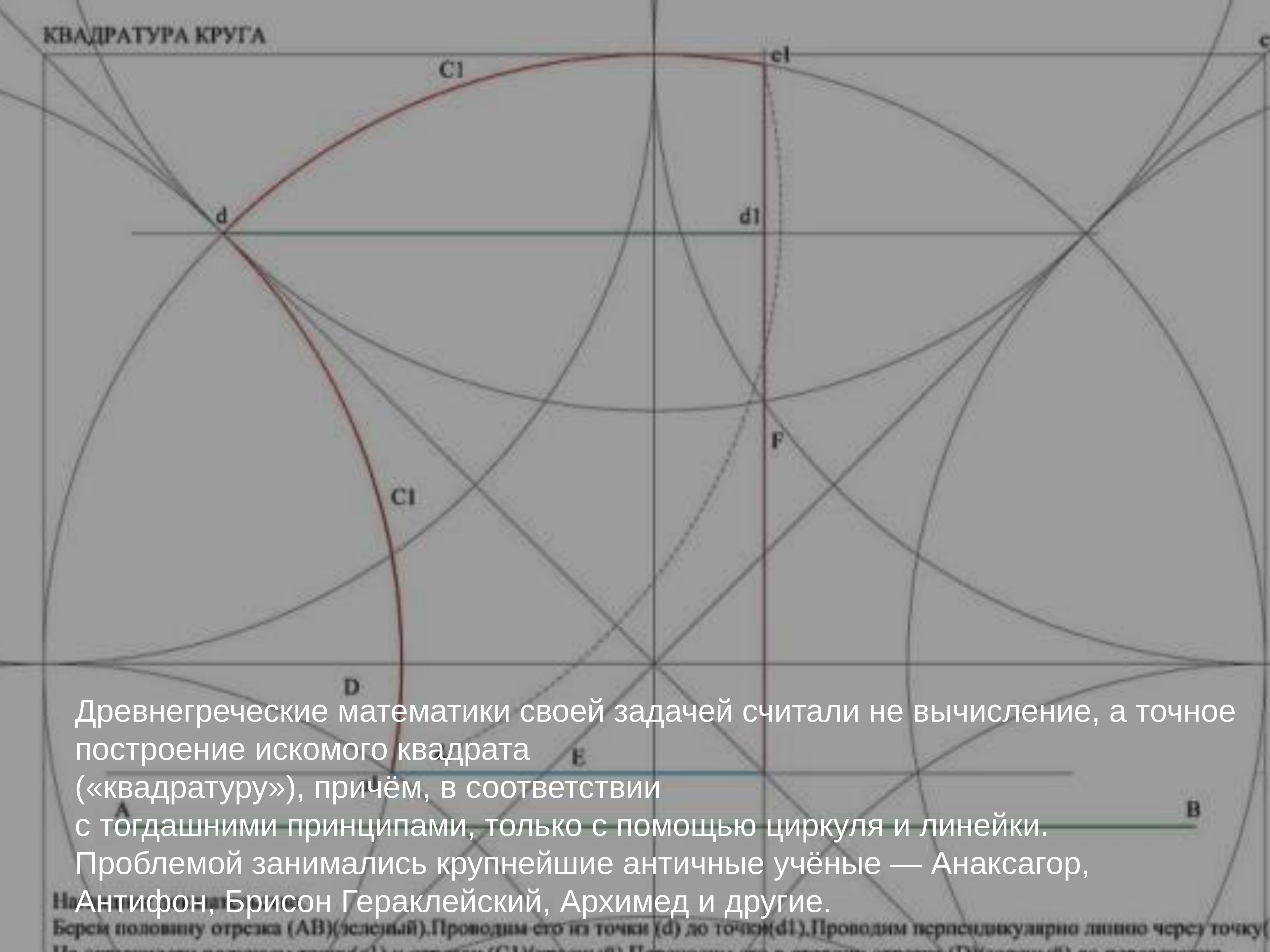
откуда получаем:

$$x = \sqrt{\pi}R \approx 1{,}77245R$$

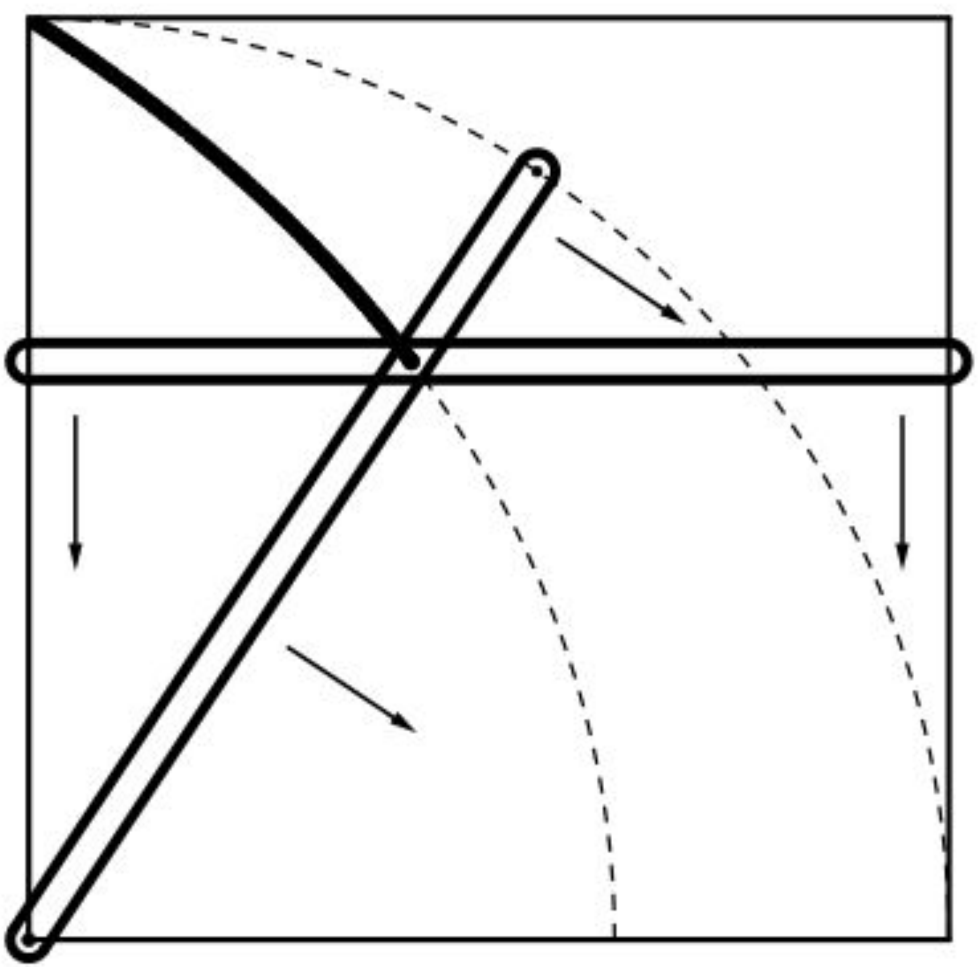
Доказано,
что с помощью циркуля
и линейки
точно построить такую
величину невозможно.



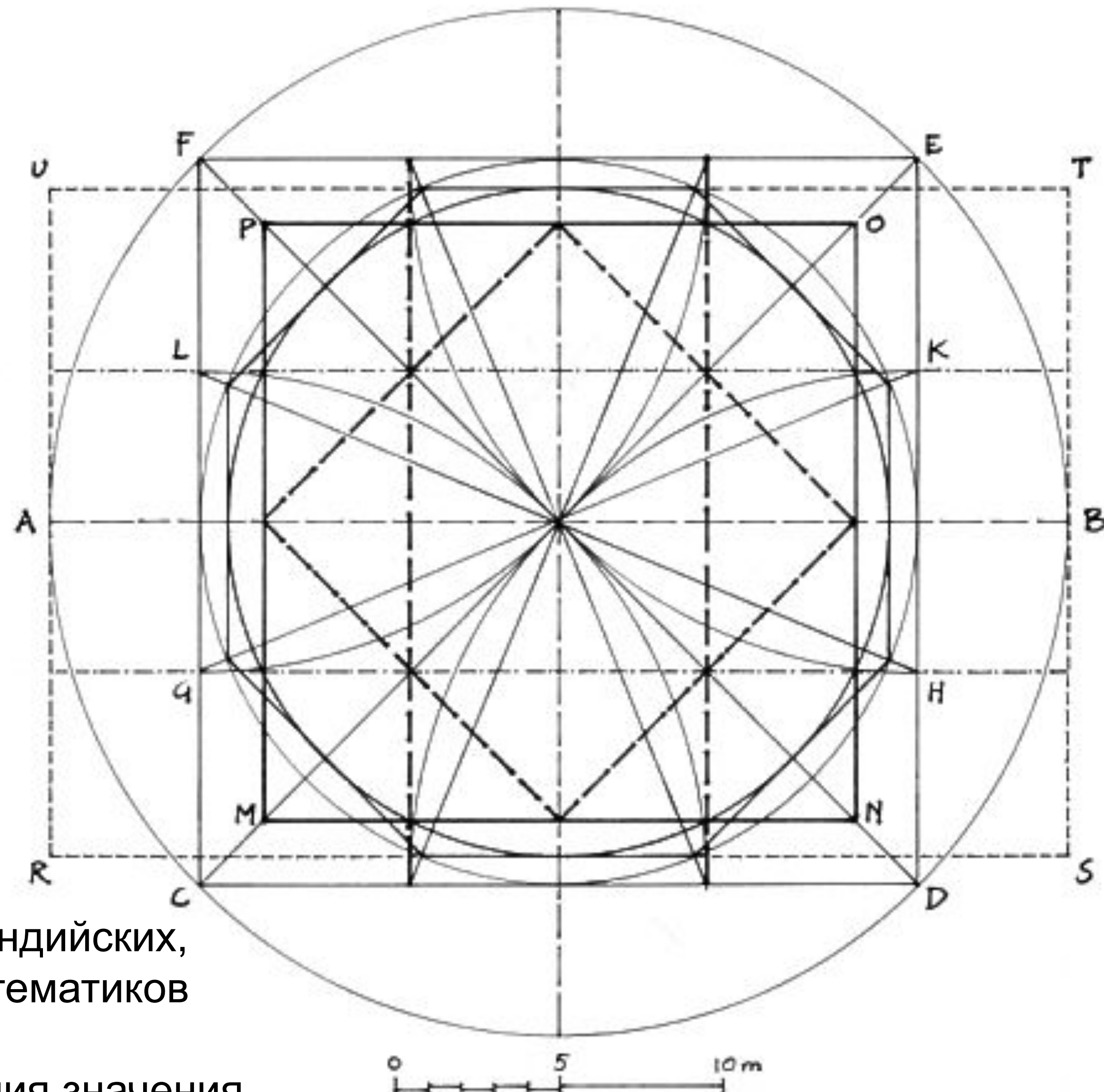




Древнегреческие математики своей задачей считали не вычисление, а точное построение искомого квадрата
(«квадратуру»), причём, в соответствии
с тогдашними принципами, только с помощью циркуля и линейки.
Проблемой занимались крупнейшие античные учёные — Анаксагор, Антифон, Брисон Гераклейский, Архимед и другие.

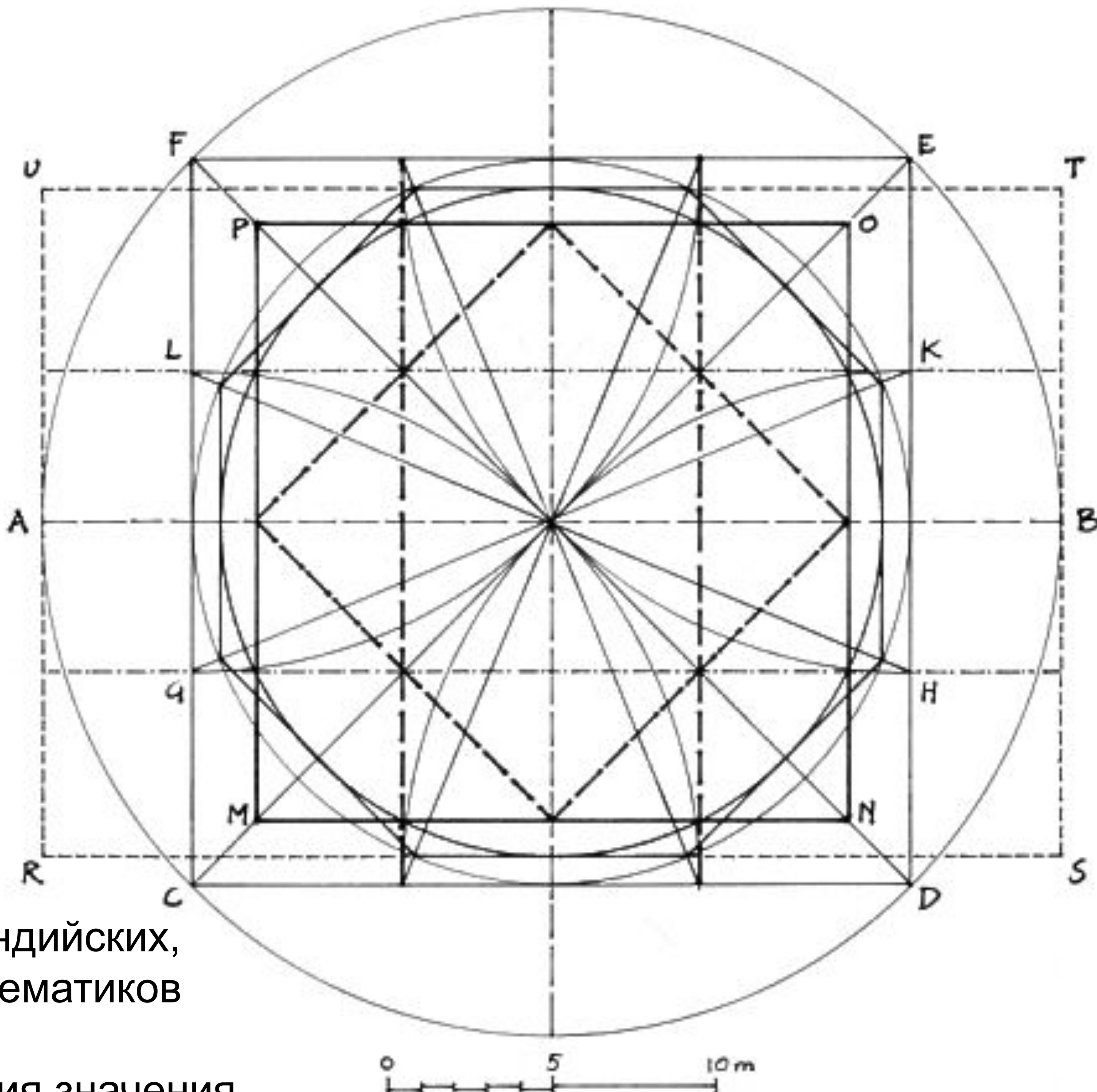


Гиппократ Хиосский в
IV веке до н. э. Первым
обнаружил, что некоторые
криволинейные фигуры
(гиппократовы луночки) допускают
точную квадратуру.
Расширить класс таких
фигур античным
математикам не удалось.
По другому пути пошёл
его
современник Динострат,
показавший, что
квадратуру круга можно строго
выполнить с помощью
особой кривой — квадратрисы.



Дальнейшие исследования индийских, исламских и европейских математиков по этой теме долгое время касались в основном уточнения значения числа Пи и подбора приближённых формул для квадратуры круга

Постепенно укреплялась уверенность в том, что число Пи не может быть точно выражено с помощью конечного числа арифметических операций
(включая извлечение корня),
Отсюда вытекала бы невозможность квадратуры круга.

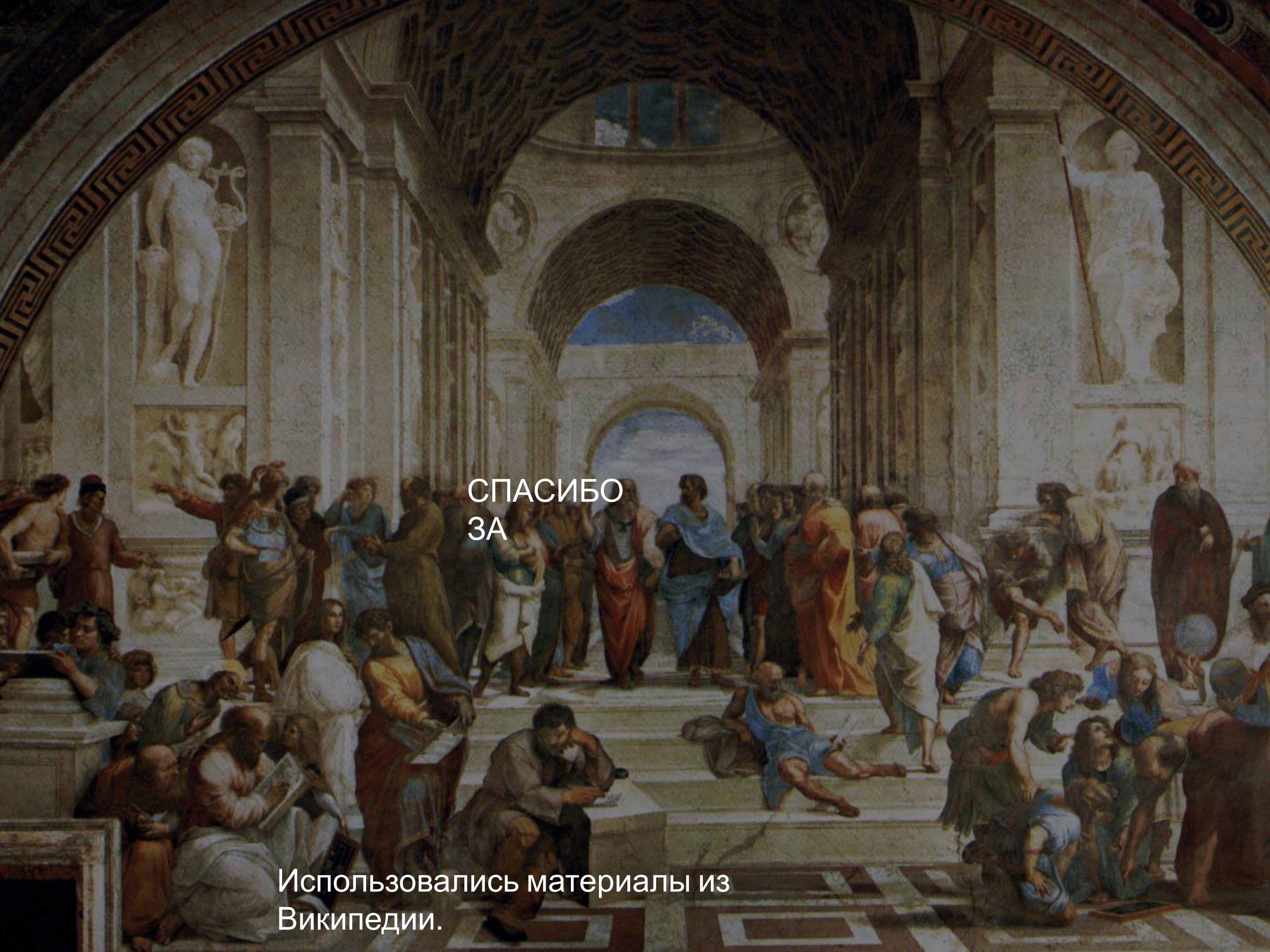


Дальнейшие исследования индийских, исламских и европейских математиков по этой теме долгое время касались в основном уточнения значения числа
Пи и подбора приближённых формул для квадратуры круга.

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{2^{n+1}(n+1)!}\int_0^1 (1-z^2)^{n+1}\cos(xz)\,dz \\
&= \frac{1}{2^{n+1}(n+1)!}\left(\overbrace{(1-z^2)^{n+1}\frac{\sin(xz)}{x}\Bigg|_{z=0}^{z=1}}^{=0} + \int_0^1 2(n+1)(1-z^2)^n z\frac{\sin(xz)}{x}\,dz\right) \\
&= \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{2^n n!}\int_0^1 (1-z^2)^n z\sin(xz)\,dz \\
&= -\frac{1}{x}\cdot\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2^n n!}\int_0^1 (1-z^2)^n\cos(xz)\,dz\right) \\
&= -\frac{U_n'(x)}{x} = U_{n+1}(x).
\end{aligned}
$$

Иррациональность числа Пи была доказана Ламбертом в 1766 году в работе «Предварительные сведения для ищущих квадратуру и спрямление круга». Труд Ламберта содержал пробелы, вскоре исправленные Лежандром (1794 год). Окончательное доказательство неразрешимости квадратуры круга дал в 1882 году Линдеман.

Если принять за единицу измерения радиус круга
и обозначить ***x*** длину стороны искомого квадрата, то задача сводится
к решению уравнения: $x^2 = \pi$,откуда: $x = \sqrt{\pi}$.
С помощью циркуля и линейки можно выполнить все
4 арифметических действия и извлечение квадратного корня;
отсюда следует, что квадратура круга возможна в том и только в
том случае, если с помощью конечного числа таких действий
можно построить отрезок длины числа Пи. Таким образом, **неразрешимость этой задачи** следует из **неалгебраичности (трансцендентности) числа Пи**, которая **была доказана в 1882 году Линдеманом**.



СПАСИБО
ЗА

Использовались материалы из
Википедии.