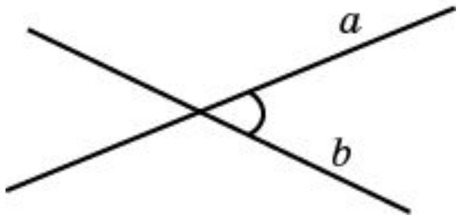
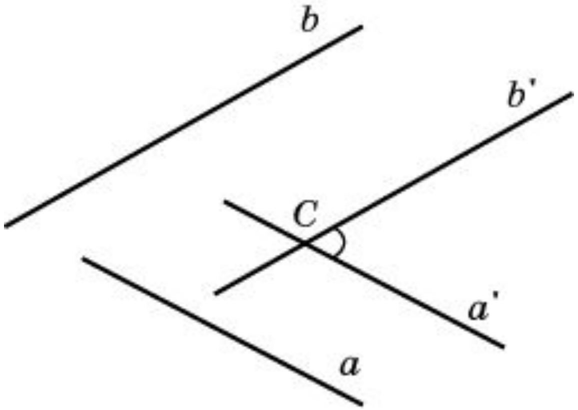
УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ

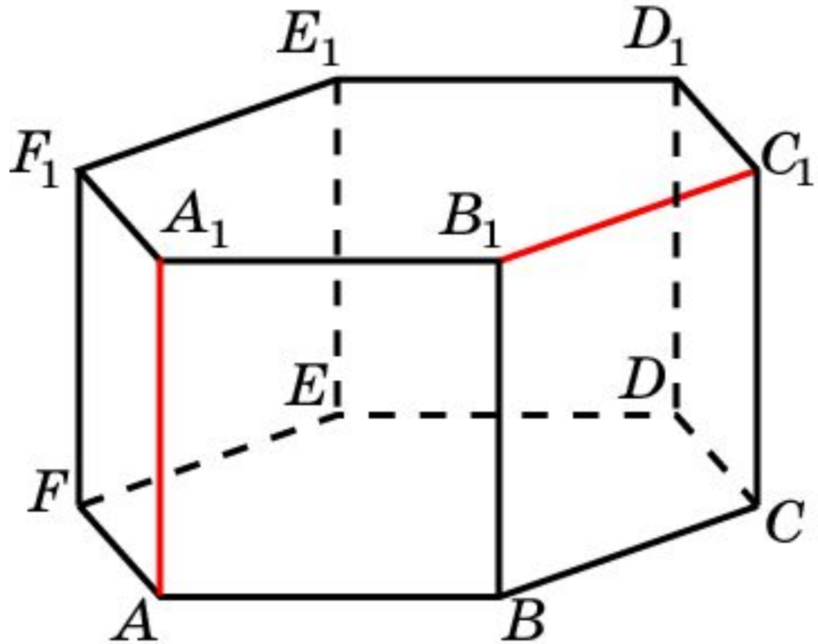


Углом между двумя пересекающимися прямыми в пространстве называется наименьший из углов, образованных лучами этих прямых с вершиной в точке их пересечения.



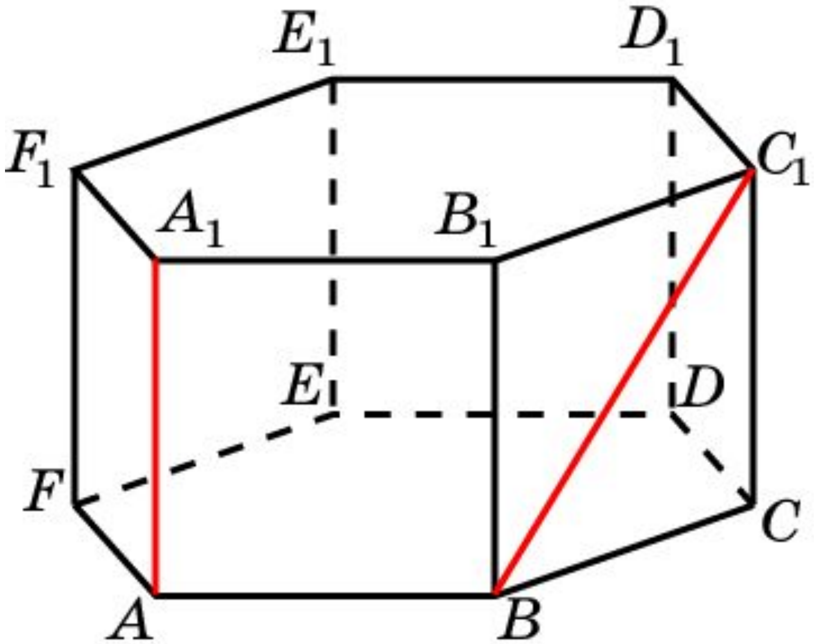
Углом между скрещивающимися прямыми называется угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным.

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AA_1 и B_1C_1.



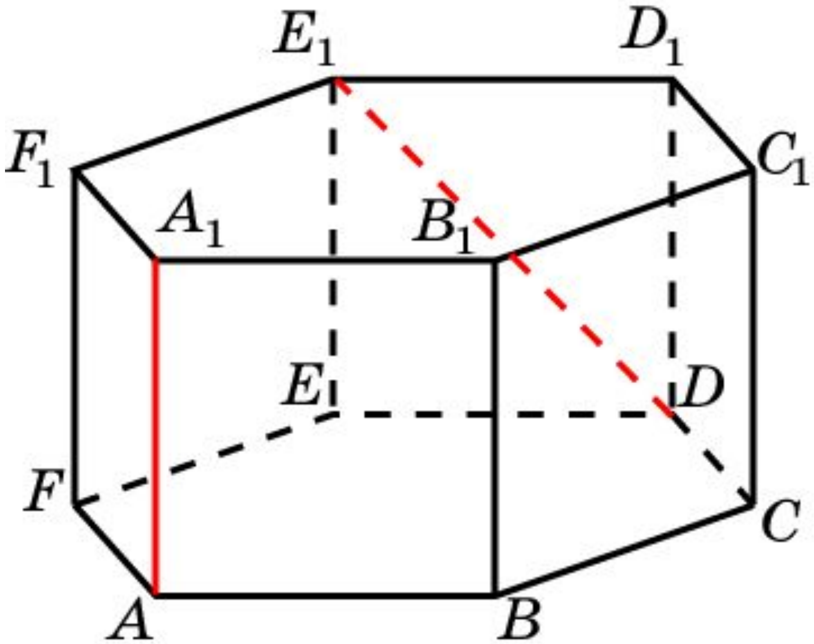
Ответ: 90°.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AA_1 и BC_1.



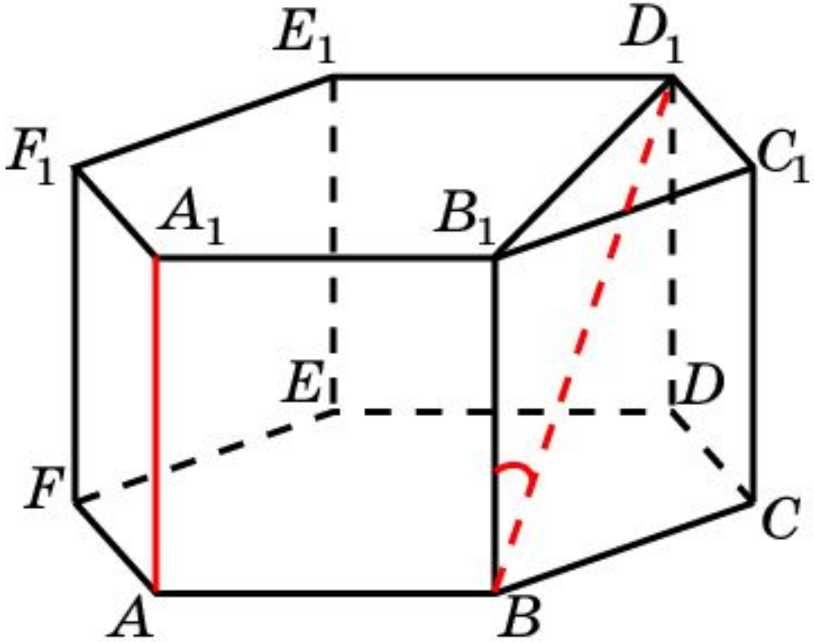
Ответ: 45°.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:
AA_1 и DE_1.



Ответ: 45°.

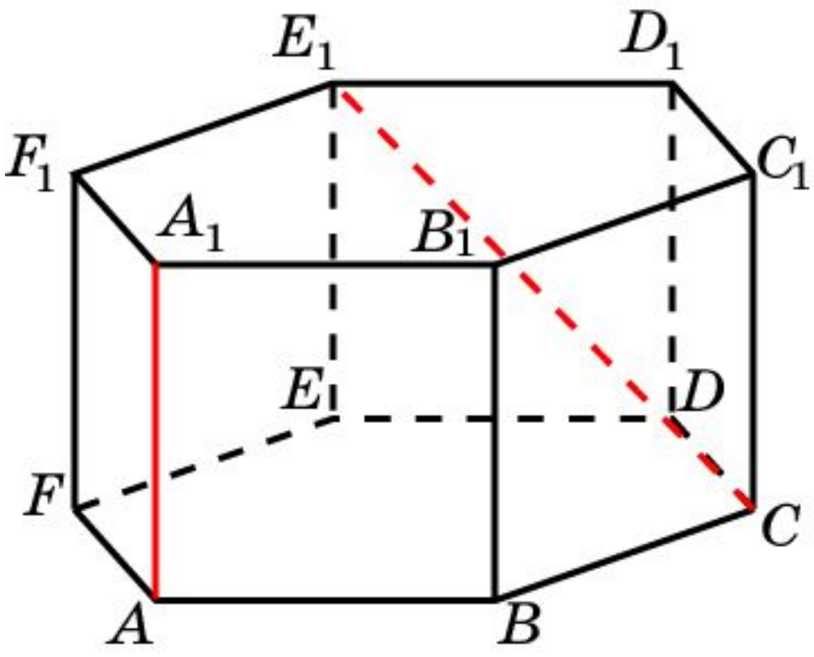
В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AA_1 и BD_1.



Решение: Искомый угол равен углу B_1BD_1. В прямоугольном треугольнике B_1BD_1 $B_1D_1 = \sqrt{3}$; $B_1B = 1$; $BD_1 = 2$. Следовательно,

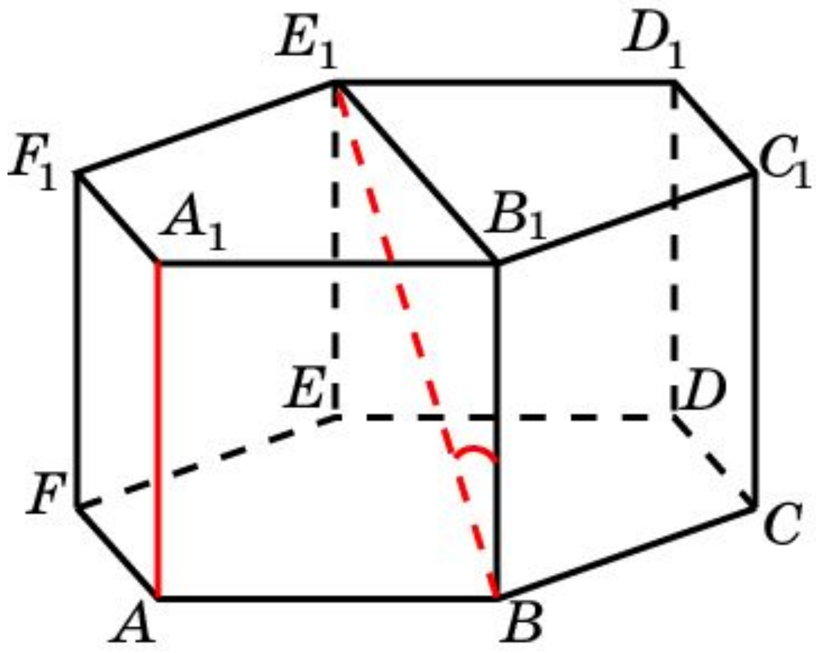
$$\varphi = 60°.$$

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AA_1 и CE_1.



Ответ: 60°.

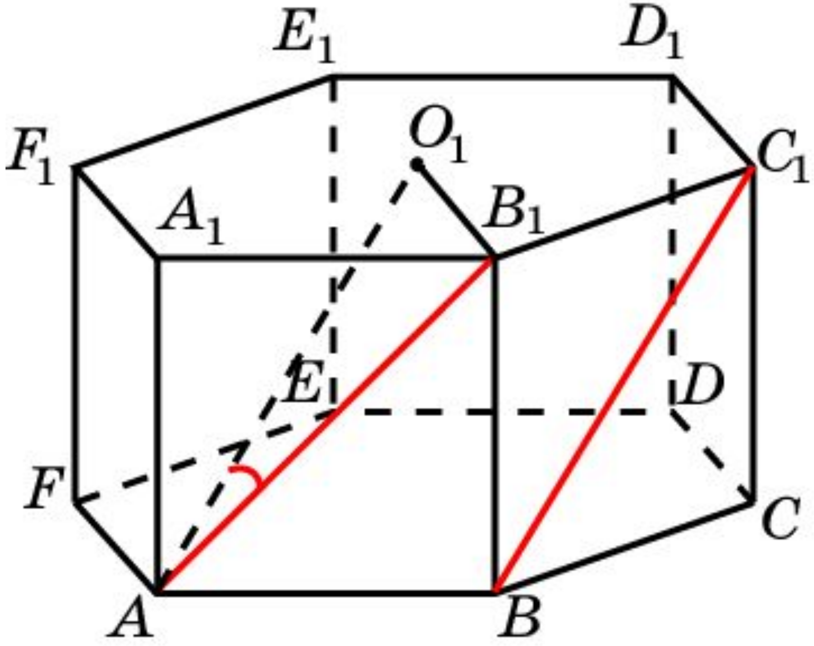
В правильной 6-й призме $A \dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AA_1 и BE_1.



Решение: Искомый угол равен углу B_1BE_1. В прямоугольном треугольнике B_1BE_1 катет B_1E_1 равен 2; катет B_1B равен 1. Следовательно,

$$tg\,\varphi = 2.$$

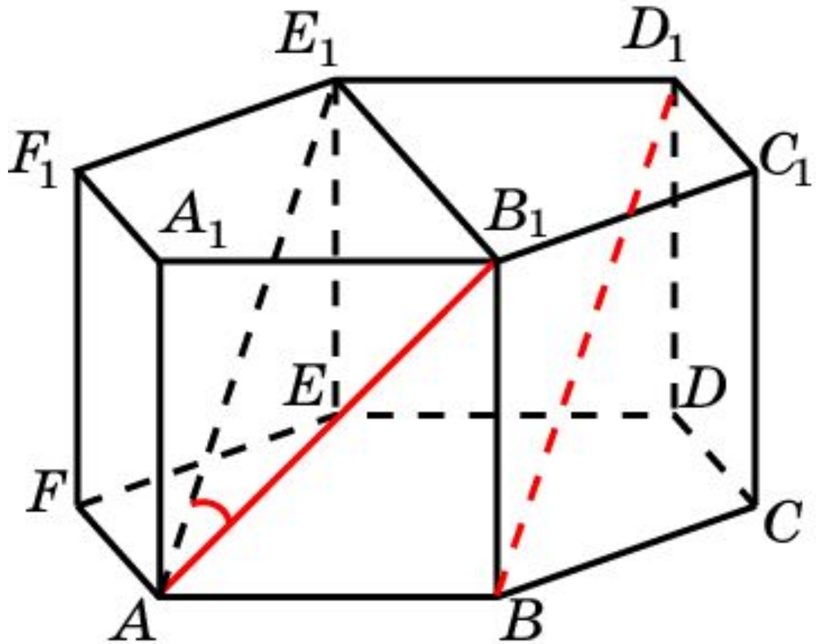
В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и BC_1.



Решение: Пусть O_1 –центр правильного 6-ка $A_1\ldots F_1$. Тогда AO_1 параллельна BC_1, и искомый угол равен углу B_1AO_1. В равнобедренном треугольнике B_1AO_1 $O_1B_1=1$; $AB_1=AO_1=\sqrt{2}$. Применяя теорему косинусов, получим

$$\cos\varphi = \frac{3}{4}.$$

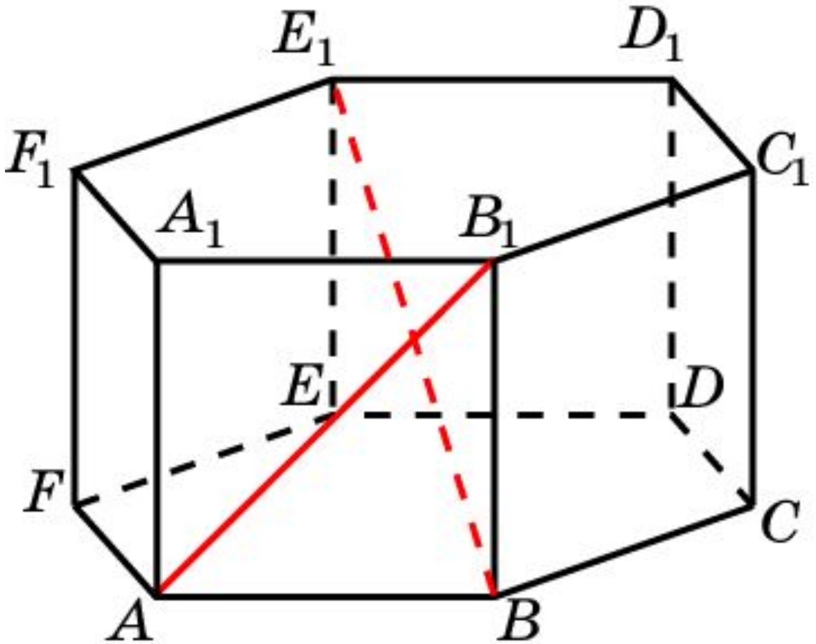
В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и BD_1.



Решение: Искомый угол равен углу B_1AE_1. В треугольнике B_1AE_1 $AB_1 = \sqrt{2}$. ; $B_1E_1 = AE_1 = 2$. Следовательно,

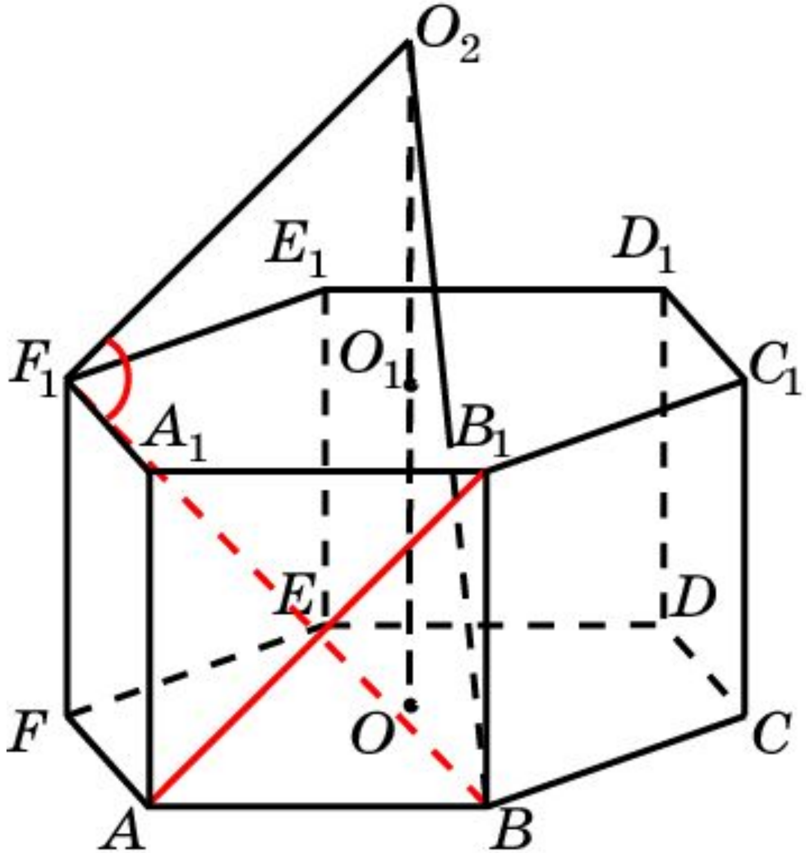
$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и BE_1.



Ответ: 90°.

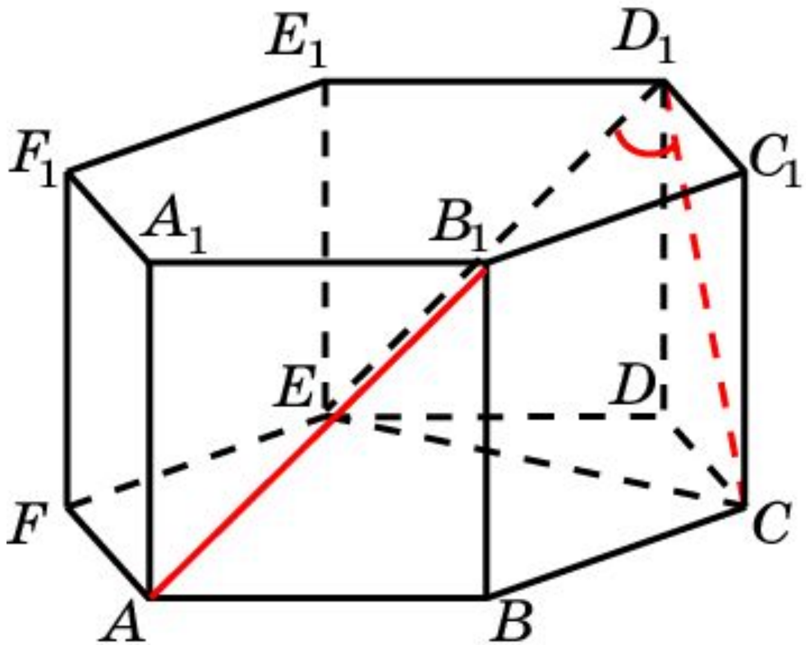
В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и BF_1.



Решение: Пусть O, O_1 – центры оснований призмы. На оси призмы отложим $O_1O_2 = OO_1$. Тогда F_1O_2 будет параллельна AB_1, и искомый угол будет равен углу BF_1O_2. В треугольнике BF_1O_2 $BO_2 = \sqrt{5}$; $BF_1 = 2$; $F_1O_2 = \sqrt{2}$. По теореме косинусов, имеем

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

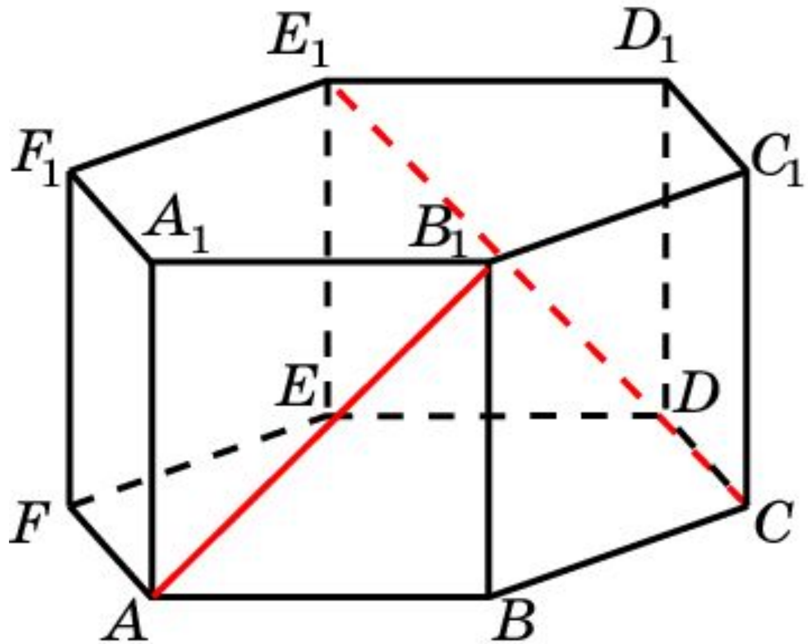
В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и CD_1.



Решение: Искомый угол равен углу CD_1E. В треугольнике CD_1E $CD_1 = ED_1 = \sqrt{2}$; $CE = \sqrt{3}$. По теореме косинусов, имеем

$$\cos\varphi = \frac{1}{4}.$$

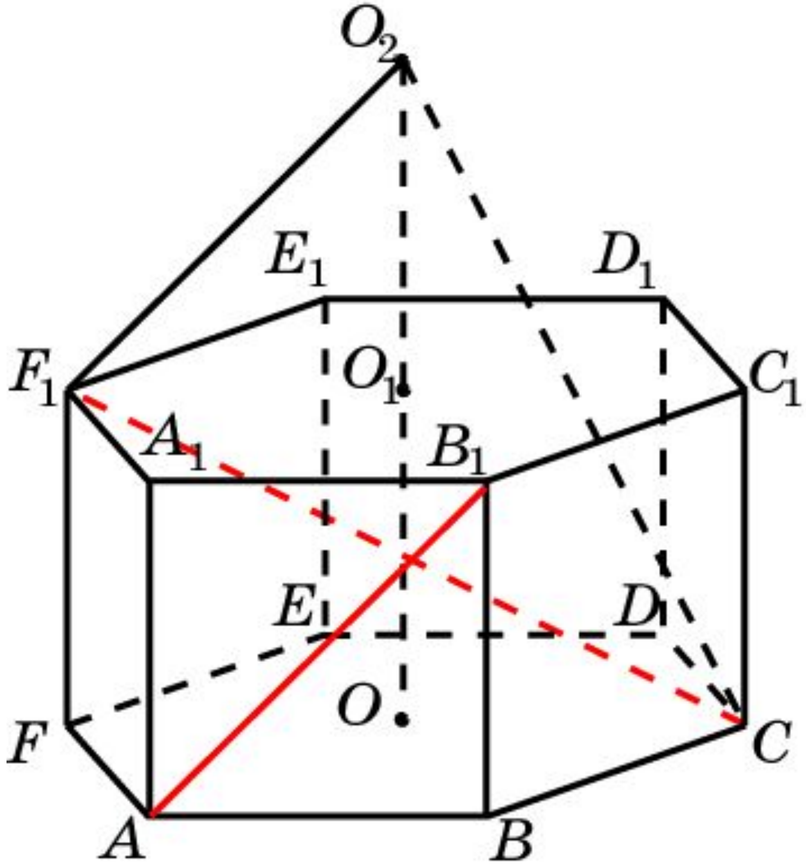
В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и CE_1.



Решение: Заметим, что CE_1 параллельна BF_1. Следовательно, искомый угол равен углу между AB_1 и BF_1, который был найден ранее. А именно,

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

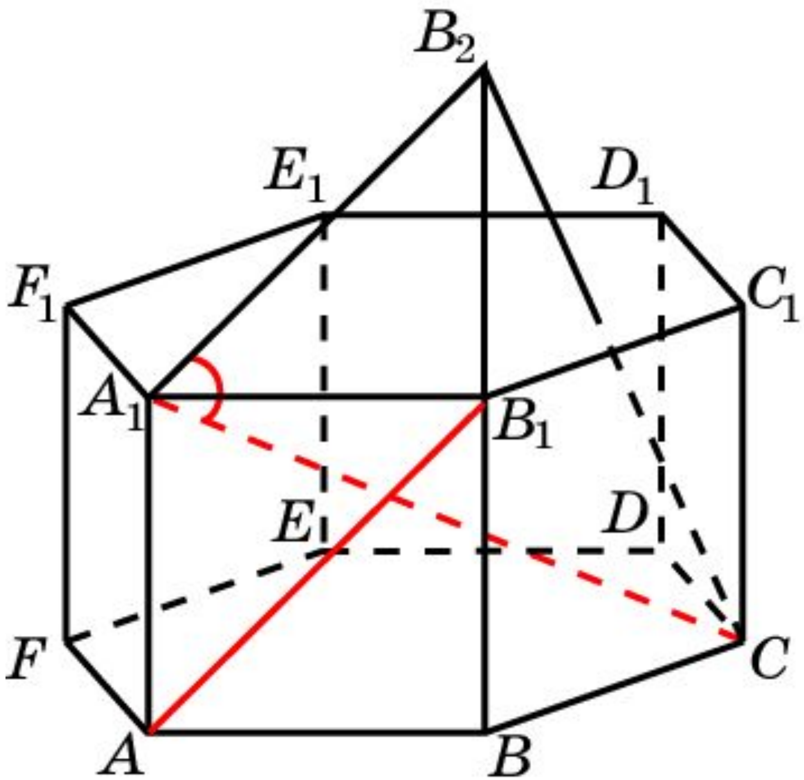
В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и CF_1.



Решение: Пусть O, O_1 – центры оснований призмы. На оси призмы отложим $O_1O_2 = OO_1$. Тогда F_1O_2 будет параллельна AB_1, и искомый угол будет равен углу CF_1O_2. В треугольнике CF_1O_2 $CO_2 = CF_1 = \sqrt{5}$; $F_1O_2 = \sqrt{2}$. Тогда

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

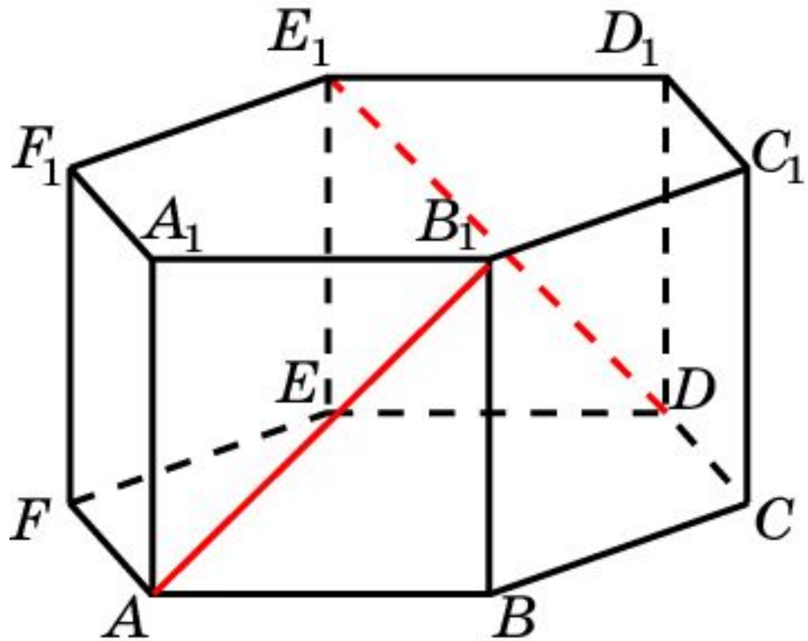
В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и CA_1.



Решение: На продолжении BB_1 отложим $B_1B_2 = BB_1$. Тогда A_1B_2 будет параллельна AB_1, и искомый угол будет равен углу CA_1B_2. В треугольнике CA_1B_2 $CA_1 = 2$; $CB_2 = \sqrt{5}$; $A_1B_2 = \sqrt{2}$. Тогда

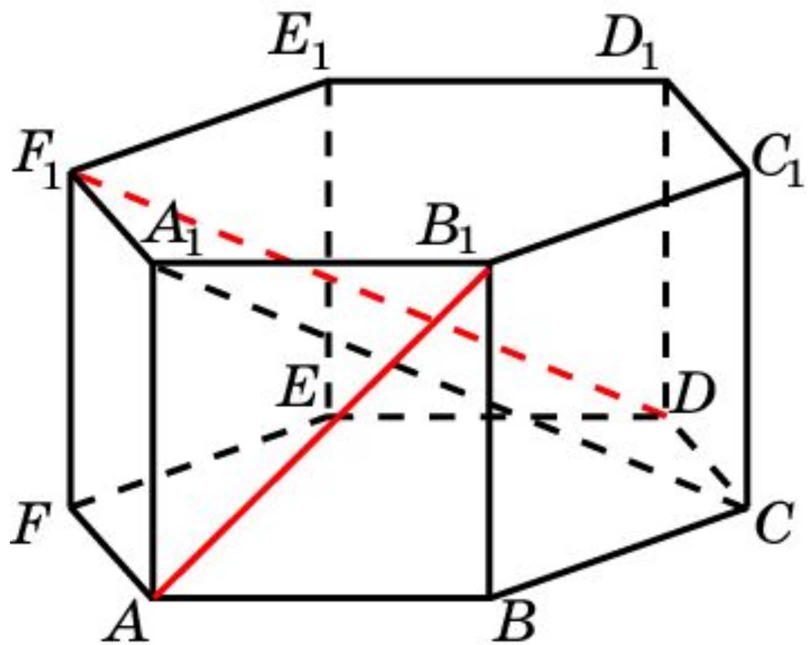
$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и DE_1.



Ответ: 90°.

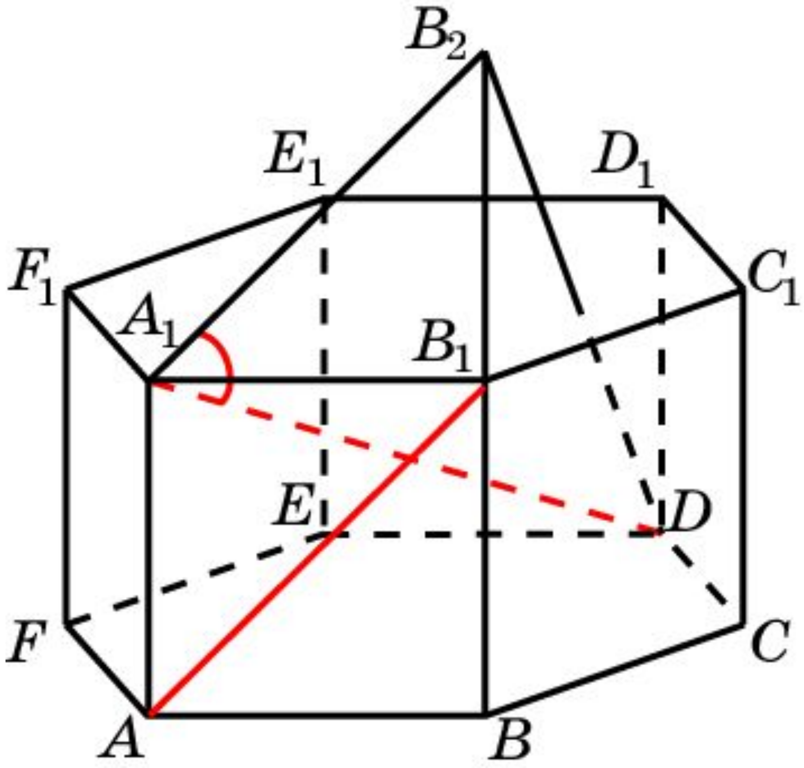
В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и DF_1.



Решение: Заметим, что DF_1 параллельна CA_1. Следовательно, искомый угол равен углу между AB_1 и CA_1, который был найден ранее. А именно,

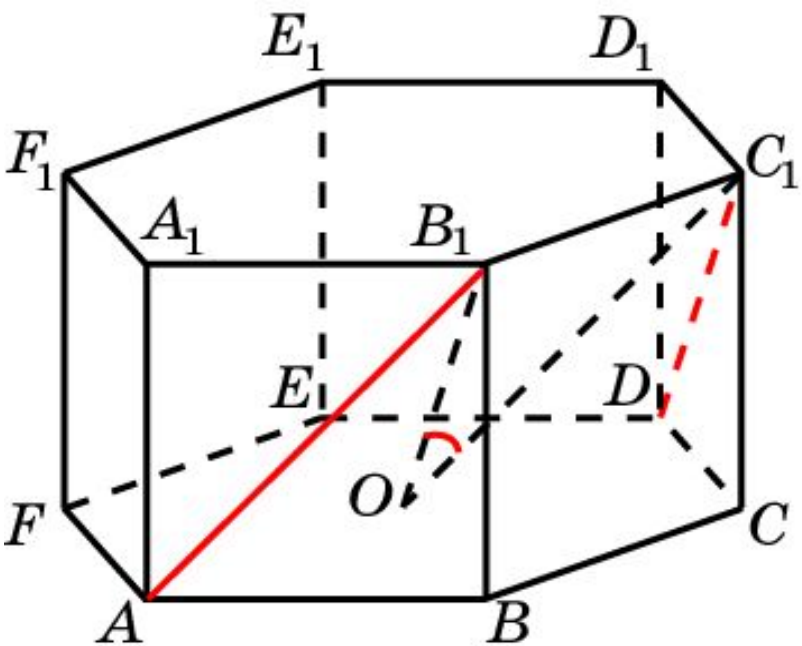
$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и DA_1.



Решение: На продолжении BB_1 отложим $B_1B_2 = BB_1$. Тогда A_1B_2 будет параллельна AB_1, и искомый угол будет равен углу DA_1B_2. В треугольнике DA_1B_2 $DA_1 = \sqrt{5}$; $DB_2 = \sqrt{7}$; $A_1B_2 = \sqrt{2}$. Следовательно, искомый угол равен 90°.

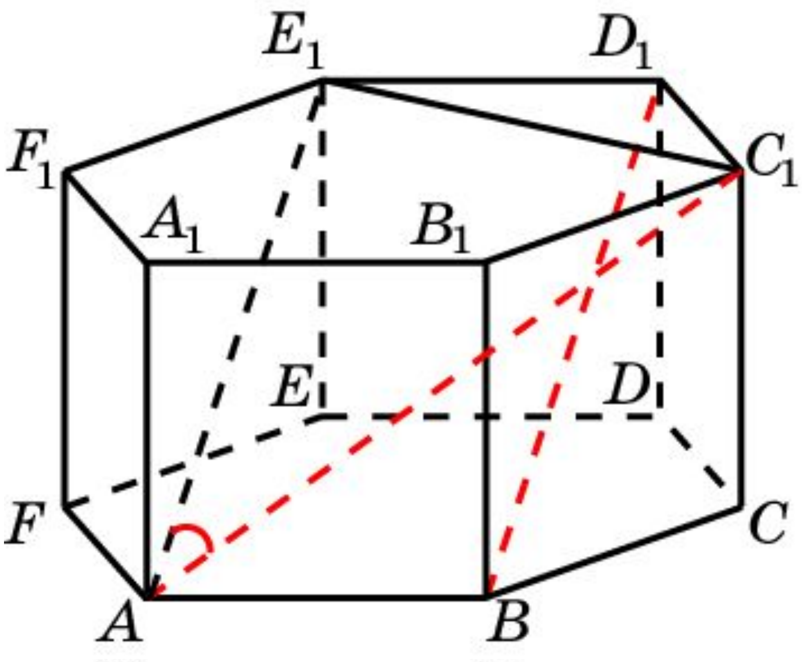
В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и DC_1.



Решение: Пусть O – центр основания призмы. Отрезки OC_1 и OB_1 будут равны и параллельны отрезкам AB_1 и DC_1, соответственно. Искомый угол будет равен углу B_1OC_1. В треугольнике B_1OC_1 $OB_1 = OC_1 = \sqrt{2}$; $B_1C_1 = 1$. Тогда, по теореме косинусов

$$\cos\varphi = \frac{3}{4}.$$

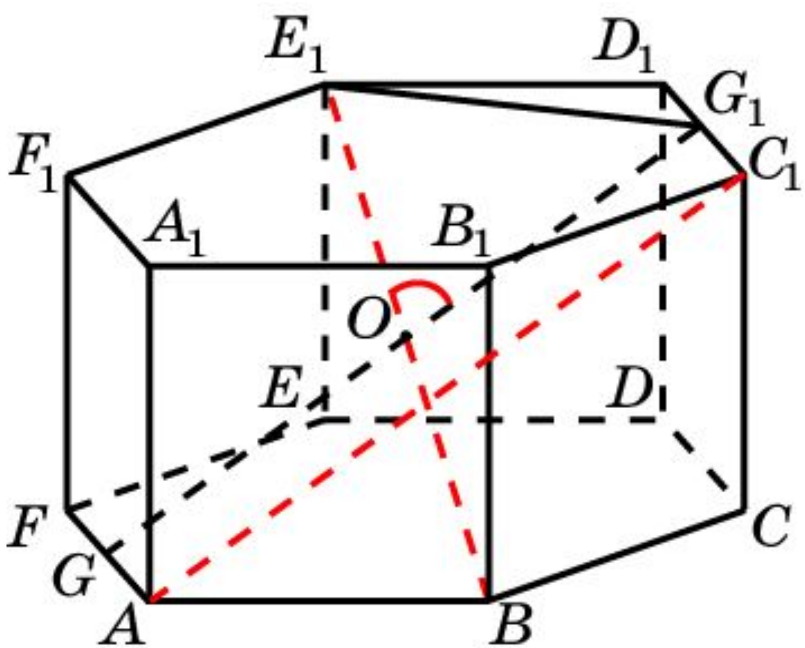
В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AC_1 и BD_1.



Решение: Заметим, что AE_1 параллельна BD_1. Следовательно, искомый угол равен углу C_1AE_1. В треугольнике C_1AE_1 $AC_1 = AE_1 = 2$; $C_1E_1 = \sqrt{3}$. По теореме косинусов, имеем

$$\cos\varphi = \frac{5}{8}.$$

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AC_1 и BE_1.



Решение: Заметим, что отрезок GG_1, проходящий через середины ребер AF и C_1D_1, параллелен и равен отрезку AC_1. Искомый угол равен углу G_1OE_1. В треугольнике G_1OE_1 $OG_1 = 1$; $OE_1 = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$; $G_1E_1 = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

По теореме косинусов, имеем

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{5}}{10}.$$