

Критерии различий

**Сравнение двух
зависимых выборок**

Критерий t-Стьюдента для зависимых выборок

- **Статистические гипотезы:**
- $H_0: M_1 = M_2$
- $H_1: M_1 \neq M_2$
- **Условия использования:**
- выборки являются зависимыми;
- распределение признака в обеих выборках соответствует нормальному закону.

- Альтернатива: непараметрический критерий Т-Вилкоксона.
- Единица анализа – разность (сдвиг) значений признака для каждой пары наблюдений.

$$t = \frac{|M_d|}{\sigma_d / \sqrt{N}}$$

$$df = N - 1$$

$$t = \frac{|M_d|}{\sqrt{\frac{\sum (d - M_d)^2}{N - 1}} / \sqrt{N}}$$

$$df = N - 1$$

No	x_1	x_2	1 $d_i = x_1 - x_2$	3 $d_i - M_d$	4 $(d_i - M_d)^2$
1	3	4	-1	-0,25	0,0625
2	6	6	0	0,75	0,5625
3	5	6	-1	-0,25	0,0625
4	2	4	-2	-1,25	1,5625
5	7	6	1	1,75	3,0625
6	3	4	-1	-0,25	0,0625
7	4	5	-1	-0,25	0,0625
8	5	6	-1	-0,25	0,0625
Σ	35	41	-6	0	5 5,5

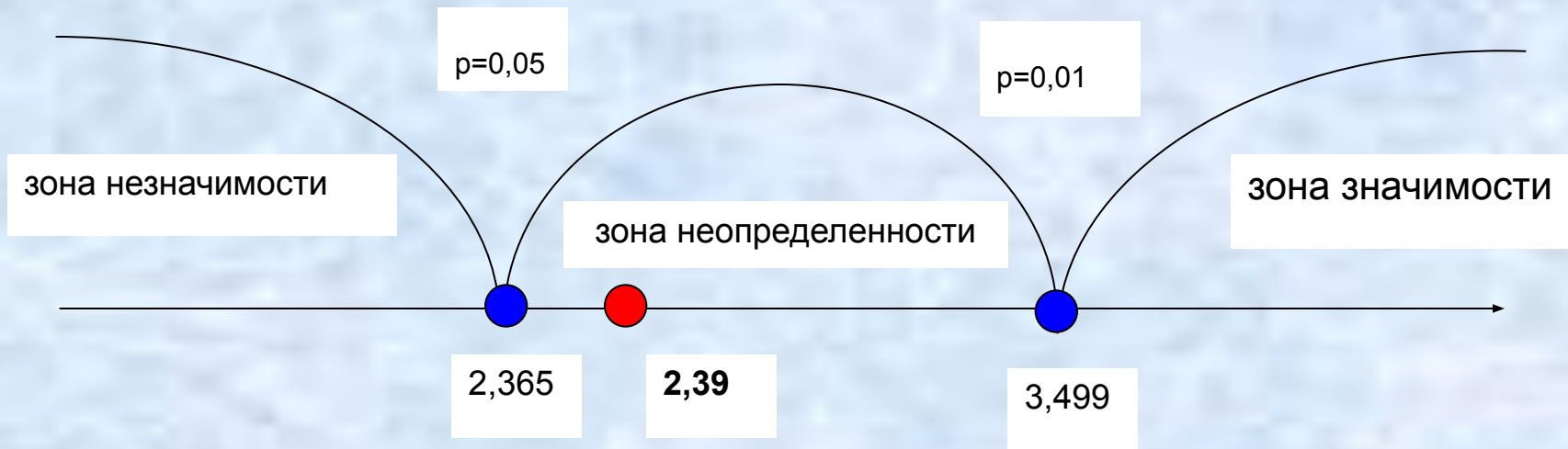
$$2 M_d = -6 / 8 = -0,75$$

$$t = \frac{0,75}{\sqrt{\frac{5,5}{7}} / \sqrt{8}} \approx 2,39$$

$$df = 7$$

КРИТИЧЕСКИЕ ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЯ t -СТЮДЕНТА
 (для проверки ненаправленных альтернатив —
 двусторонний критерий)

df	p				df	p			
	0,10	0,05	0,01	0,001		0,10	0,05	0,01	0,001
1	6,314	12,70	63,65	636,61	46	1,679	2,013	2,687	3,515
2	2,920	4,303	9,925	31,602	47	1,678	2,012	2,685	3,510
3	2,353	3,182	5,841	12,923	48	1,677	2,011	2,682	3,505
4	2,132	2,776	4,604	8,610	49	1,677	2,010	2,680	3,500
5	2,015	2,571	4,032	6,869	50	1,676	2,009	2,678	3,496
6	1,943	2,447	3,707	5,959	51	1,675	2,008	2,676	3,492
7	1,895	2,365	3,499	5,408	52	1,675	2,007	2,674	3,488
8	1,860	2,306	3,358	5,041	53	1,674	2,006	2,672	3,484
9	1,833	2,262	3,250	4,781	54	1,674	2,005	2,670	3,480
10	1,812	2,228	3,169	4,587	55	1,673	2,004	2,668	3,476
11	1,796	2,201	3,106	4,437	56	1,673	2,003	2,667	3,473
12	1,782	2,179	3,055	4,318	57	1,672	2,002	2,665	3,470
13	1,771	2,160	3,012	4,221	58	1,672	2,002	2,663	3,466
14	1,761	2,145	2,977	4,140	59	1,671	2,001	2,662	3,463
15	1,753	2,131	2,947	4,073	60	1,671	2,000	2,660	3,460
16	1,746	2,120	2,921	4,015	61	1,670	2,000	2,659	3,457
17	1,740	2,110	2,898	3,965	62	1,670	1,999	2,657	3,454
18	1,734	2,101	2,878	3,922	63	1,669	1,998	2,656	3,452
19	1,729	2,093	2,861	3,883	64	1,669	1,998	2,655	3,449
20	1,725	2,086	2,845	3,850	65	1,669	1,997	2,654	3,447
21	1,721	2,080	2,831	3,819	66	1,668	1,997	2,652	3,444
22	1,717	2,074	2,819	3,792	67	1,668	1,996	2,651	3,442



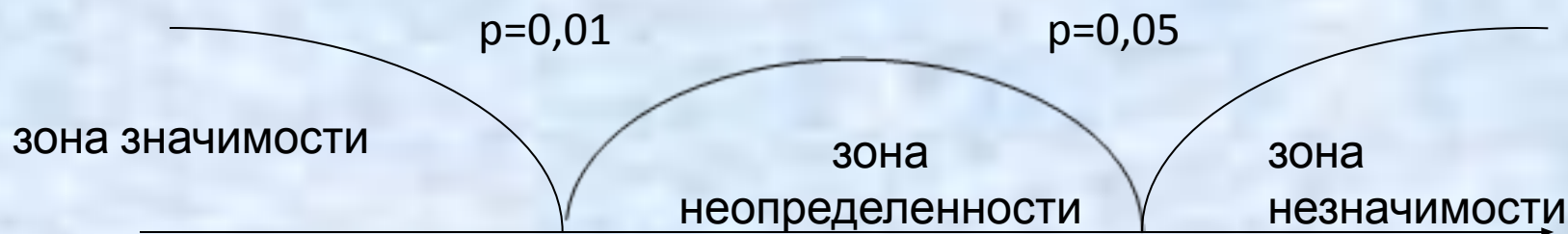
Подтверждается гипотеза
 H_1
 Обнаружены
 статистически
 достоверные различия
 между показателями.

Критерий Т-Вилкоксона

- Критерий является непараметрическим.
- Параметрический аналог – t-Стьюдента для зависимых выборок.
- Формулы нет.

Критерий-исключение, как U

**Чем меньше эмпирическое значение T,
тем больше различия**



№	Условие 1	Условие 2	Разность 1 d_i	Ранги 2 $ d_i $	Ранги d_i 3 (+)	Ранги d_i 3 (-)
1	6	14	-8	8,5		8,5
2	11	5	6	6	6	
3	12	8	4	4	4	
4	8	10	-2	2		2
5	5	14	-9	10		10
6	10	7	3	3	3	
7	7	12	-5	5		5
8	6	13	-7	7		7
9	3	11	-8	8,5		8,5
10	9	10	-1	1		1
11	4	15	-11	11,5		11,5
12	5	16	-11	11,5		11,5
Σ рангов					4 13	4 65

- **Последовательность действий:**

- 1. Подсчитать разности значений для каждого объекта выборки.
- 2. Ранжировать абсолютные значения разностей.
- 3. Выписать ранги положительных и отрицательных разностей.
- 4. Подсчитать суммы рангов отдельно для положительных и отрицательных разностей. За эмпирическое значение T принимается меньшая сумма.

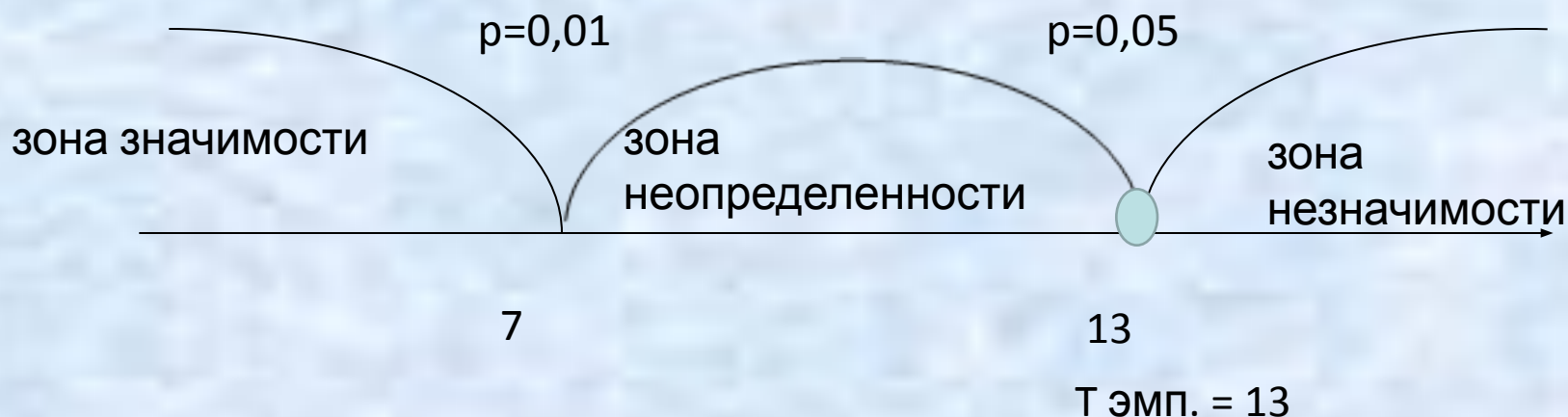
- 5. Определяется p -уровень значимости: T эмп. сравнивается с T кр. по таблице критических значений (для соответствующего объема выборки).
- Различия достоверны, если T эмп. $\leq T$ кр.
- 6. Принимается статистическое решение и формулируется вывод.

- В данном примере:
- $T_1 = 13$
- $T_2 = 65$
- $T_{\text{эмп.}} = 13$
- По таблице критических значений определяем уровень значимости.
- $T_{\text{эмп.}} = T_{\text{кр.}}$ принимается гипотеза H_1 о достоверности различий.

КРИТИЧЕСКИЕ ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЯ Т-ВИЛКОКСОНА (для проверки ненаправленных альтернатив)

n	Уровень значимости для одностороннего критерия				n	Уровень значимости для одностороннего критерия			
	0,05	0,025	0,01	0,005		0,05	0,025	0,01	0,005
	Уровень значимости для двустороннего критерия					Уровень значимости для двустороннего критерия			
	0,10	0,05	0,02	0,01		0,10	0,05	0,02	0,01
5	0				28	130	116	101	91
6	2	0	—	—	29	140	126	110	100
7	3	2	0	—	30	151	137	120	109
8	5	3	1	0	31	163	147	130	118
9	8	5	3	1	32	175	159	140	128
10	10	8	5	3	33	187	170	151	138
11	13	10	7	5	34	200	182	162	148
12	17	13	9	7	35	213	195	173	159
13	21	17	12	9	36	227	208	185	171
14	25	21	15	12	37	241	221	198	182
15	30	25	19	15	38	256	235	211	194
16	35	29	23	19	39	271	249	224	207
17	41	34	27	23	40	286	264	238	220
18	47	40	32	27	41	302	279	252	233
19	53	46	37	32	42	319	294	266	247
20	60	52	43	37	43	336	310	281	261
21	67	58	49	42	44	353	327	296	276
22	75	65	55	48	45	371	343	312	291
23	83	73	62	54	46	389	361	328	307
24	91	81	69	61	47	407	378	345	322
25	100	89	76	68	48	426	396	362	339
26	110	98	84	75	49	446	415	379	355
27	119	107	92	83	50	466	434	397	373

Проверка значимости



Подтверждается гипотеза
 H_1
Обнаружены
статистически
достоверные различия
между показателями.