



# КРИТЕРИЙ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РИСКА И НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Выполнил

Авдеев Иван ТМД-114

Ситуации, в которых при принятии решений можно более-менее точно определить вероятность для каждого решения, называют ситуациями **принятия решений в условиях риска.**

Эффективность операции зависит от трёх критериев:

- условия выполнения операции  $a_1, a_2, \dots$ , которые известны заранее и изменены быть не могут;
- неизвестные условия или факторы  $Y_1, Y_2, \dots$ ;
- элементы решения  $x_1, x_2, \dots$ , которые нам предстоит выбрать.

$$W = W(a_1, a_2, \dots; Y_1, Y_2, \dots; x_1, x_2, \dots).$$

# Задача выбора решения в условиях риска:

При заданных условиях  $a_1, a_2, \dots$ , с учетом неизвестных факторов  $Y_1, Y_2, \dots$ , найти такие элементы решения  $x_1, x_2, \dots$ , которые по возможности обращали бы в максимум показатель эффективности  $W$ .

В случае, когда неизвестные факторы, фигурирующие в операции —  $Y_1, Y_2, \dots$  — являются обычными

случайными величинами,

распределение которых, хотя бы

ориентировочно, известно, для

оптимизации решения может быть

применен один из двух приемов:

— искусственное сведение к детерминированной схеме;

— «оптимизация в среднем».

В тех ситуациях, когда невозможно даже приблизительно указать вероятность того или иного результата, что бывает связано с недостаточной информированностью о внешних обстоятельствах, в которых приходится принимать решение, то в таком случае речь идёт о принятии решений в условиях вероятностной неопределённости.

# Задача принятия решений условиях вероятностной неопределённости:

Пусть лицо, принимающее решение, может выбрать один из  $m$  возможных вариантов своих решений:  $x_1, x_2, \dots, x_m$  и пусть относительно условий, в которых будут реализованы возможные варианты, можно сделать  $n$  предположений:  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . Оценки каждого варианта решения в каждом условии  $(x_i, y_j)$  известны и заданы в виде матрицы выигрышей лица, принимающего решения:  $A = |a_{ij}|$

# Критерий Лапласа

Для каждой строки матрицы выигрышей подсчитывается среднее арифметическое значение оценок. Оптимальному решению будет соответствовать такое решение, которому соответствует максимальное значение этого среднего арифметического, т. е.

$$\bar{F} = F(\bar{X}, Y) = \max_{1 \leq i \leq m} \left( \frac{1}{n} \right) \sum_{j=1}^n a_{ij}.$$

# Критерий Вальда

В каждой строке матрицы выбираем минимальную оценку. Оптимальному решению соответствует такое решение, которому соответствует максимум этого минимума, т. е.

$$\bar{F} = F(\bar{X}, Y) = \max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij}.$$

# Критерий Сэвиджа

В каждом столбце матрицы находится максимальная оценка  $\max_{ij} a_{ij}$  и составляется новая матрица, элементы которой определяются соотношением:

$$r_{ij} = \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} - a_{ij}.$$

Далее из матрицы рисков выбирают такое решение, при котором величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагоприятной ситуации, т.е.

$$\bar{F} = F(\bar{X}, Y) = \max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} \left( \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} - a_{ij} \right).$$

# Критерий Гурвица

Вводится некоторый коэффициент  $\alpha$ , называемый «коэффициентом оптимизма»,  $0 < \alpha < 1$ . В каждой строке матрицы выигрышей находится самая большая оценка  $\max a_{ij}$  и самая маленькая  $\min a_{ij}$ .

Они умножаются соответственно на  $\alpha$  и  $(1 - \alpha)$  и затем вычисляется их сумма. Оптимальному решению будет соответствовать такое решение, которому соответствует максимум этой суммы, т.е.

$$\bar{F} = F(\bar{X}, Y) = \max_{1 \leq i \leq m} \left[ \alpha \max_{1 \leq j \leq n} a_{ij} + (1 - \alpha) \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} \right]$$

# Критерий максимального ОПТИМИЗМА

ЛПР, имея возможность в некоторой степени управлять ситуацией, рассчитывает, что произойдет такое развитие ситуации, которое для него является наиболее выгодным. В соответствии с критерием принимается альтернатива, соответствующая максимальному элементу матрицы выигрышей.

# Пример

Нефтяная компания собирается построить в районе крайнего севера нефтяную вышку. Имеется 4 проекта А, В, С и D. Затраты на строительство (млн. руб.) зависят от того, какие погодные условия будут в период строительства. Возможны 5 вариантов погоды  $S_1 S_2 S_3 S_4 S_5$ . Выбрать оптимальный проект для строительства используя критерии Лапласа, Вальда, максимального оптимизма, Сэвиджа и Гурвица при  $\alpha = 0,6$ .

Матрица имеет вид:

$A_i \backslash S_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$A_1$	7	12	8	10	5
$A_2$	9	10	7	8	9
$A_3$	6	8	15	9	7
$A_4$	9	10	8	11	7

**Критерий Лапласа.**

$$F_1 = (7 + 12 + 8 + 10 + 5) / 5 = 8,4;$$

$$F_2 = (9 + 10 + 7 + 8 + 9) / 5 = 8,6;$$

$$F_3 = (6 + 8 + 15 + 9 + 7) / 5 = 9;$$

$$F_4 = (9 + 10 + 8 + 11 + 7) / 5 = 9.$$

Следует выбрать альтернативу  $A_1$ .

$A_i \backslash S_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$A_1$	7	12	8	10	5
$A_2$	9	10	7	8	9
$A_3$	6	8	15	9	7
$A_4$	9	10	8	11	7

Критерий **Вальда**: среди наихудших вариантов  $\alpha_1=12$ ,  $\alpha_2=10$ ,  $\alpha_3=15$ ,  $\alpha_4=11$ , наилучший соответствует  $\alpha_2=10$ , следовательно принимаем альтернативу  $A_2$ .

Критерий **максимального оптимизма**. Соответствует альтернативе, для которой  $a_{15} = 5$  минимальное.

Критерии **Сэвиджа** имеет матрицу рисков:

$A_i \backslash S_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$A_1$	1	4	1	2	0
$A_2$	3	2	0	0	4
$A_3$	0	0	8	1	2
$A_4$	3	2	1	3	2

Максимальные элементы для каждого критерия матрицы рисков равны:  $\beta_1=4$ ;  $\beta_2=4$ ;  $\beta_3=8$ ;  $\beta_4=3$ . Принимаем альтернативу, соответствующую минимальному значению  $\beta_4=3$ , то есть  $A_4$ .

$A_i \backslash S_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$A_1$	7	12	8	10	5
$A_2$	9	10	7	8	9
$A_3$	6	8	15	9	7
$A_4$	9	10	8	11	7

В соответствии с критерии Гурвица на уровне  $\alpha = 0,6$ , функции полезности равны:

$$F_1 = 5 \cdot 0,6 + 12 \cdot 0,4 = 7,8; \quad F_2 = 7 \cdot 0,6 + 10 \cdot 0,4 = 8,2;$$

$$F_3 = 6 \cdot 0,6 + 15 \cdot 0,4 = 9,6; \quad F_4 = 7 \cdot 0,6 + 11 \cdot 0,4 = 8,6.$$

Принимаем альтернативу  $A_1$  с наименьшей функцией полезности  $F_1 = 7,8$ .



**ДОКЛАД ОКОНЧЕН.  
СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**