

Пробный ЕГЭ. Вариант 1.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого **наименьшего положительного** целого числа A формула

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 56 = 0) \rightarrow (x \& 20 \neq 0)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 56 = 0) \rightarrow (x \& 20 \neq 0)) =$$

$$A \rightarrow B = \neg A + B$$

$$(x \& A = 0) + (x \& 56 \neq 0) + (x \& 20 \neq 0) = 1$$

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 56 = 0) \rightarrow (x \& 20 \neq 0)) =$$

$$A \rightarrow B = \neg A + B$$

$$(x \& A = 0) + (x \& 56 \neq 0) + (x \& 20 \neq 0) = 1$$

При каких x значение A критично?

$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 56 \neq 0)} + \underline{(x \& 20 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 56 \neq 0)} + \underline{(x \& 20 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких x $(x \& 56 = 0)$ и $(x \& 20 = 0)$?

$$56 = 32 + 16 + 8$$

$$20 = 16 + 4$$

1	1	1	0	0	0
x5	x4	x3	x2	x1	x0
=0	=0	=0			

	1	0	1	0	0
	x4	x3	x2	x1	x0
	=0		=0		

				1	1
x5	x4	x3	x2	x1	x0
=0	=0	=0	=0		

При $x = 00, 01, 10,$

11

$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 56 \neq 0)} + \underline{(x \& 20 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких x $(x \& 56 = 0)$ и $(x \& 20 = 0)$?

При $x = 00, 01, 10, 11$.

Для этих x надо найти наименьшее

$$A: x \& A = 0$$

$$A = 100(2) = 4(10).$$

Этапы решения

1. Упрощаем выражение до минимального количества слагаемых.
2. Находим такие X , при которых все слагаемые, кроме содержащего A , ложны.
3. Находим A , которое делает истинным это слагаемое для всех найденных X .

Пробный ЕГЭ. Вариант 2.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого **наименьшего положительного** целого числа A формула

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 14 = 0) \rightarrow (x \& 75 \neq 0)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 14 \neq 0)} + \underline{(x \& 75 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких x $(x \& 14 = 0)$ и $(x \& 75 = 0)$?

$$14 = 8 + 4 + 2$$

$$75 = 64 + 8 + 2 + 1$$

1	1	1	0
x3	x2	x1	x0
=0	=0	=0	

1	0	0	1	0	1	1
x6	x5	x4	x3	x2	x1	x0
=0			=0		=0	=0

	1	1				
x6	x5	x4	x3	x2	x1	x0
=0			=0	=0	=0	=0

При $x = 110000, 100000, 10000, 0$

$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 56 \neq 0)} + \underline{(x \& 20 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких x $(x \& 56 = 0)$ и $(x \& 20 = 0)$?

При $x = 110000, 100000, 10000, 0$.

Для этих x надо найти наименьшее

положительное A : $x \& A = 0$

$A = 1$.

ЕГЭ олимпиада. Районный тур

Вар. 1603. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 11102 \& 01012 = 01002 = 4$.

Для какого **наименьшего неотрицательного** целого числа A формула

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 19 \neq 0) \rightarrow (x \& 38 = 0)) \vee (x \& 19 \neq 0)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 19 \neq 0) \rightarrow (x \& 38 = 0)) \vee (x \& 19 \neq 0)$$

$$A \rightarrow B = \neg A + B$$

$$(((x \& A = 0) + (x \& 19 \neq 0)) \rightarrow (x \& 38 = 0)) \vee (x \& 19 \neq 0)$$

$$\neg(A + B) = \neg A * \neg B$$

$$(x \& A \neq 0) * (x \& 19 = 0) + (x \& 38 = 0) + (x \& 19 \neq 0)$$

$$A * B + \neg B = (A + \neg B) * (B + \neg B) = (A + \neg B) * 1 = A + \neg B$$

$$(x \& A \neq 0) + (x \& 19 \neq 0) + (x \& 38 = 0)$$

$$(x \& A \neq 0) + \underline{(x \& 19 \neq 0)} + \underline{(x \& 38 = 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких x $(x \& 19 = 0)$ и $(x \& 38 \neq 0)$?

$$19 = 16 + 2 + 1$$

$$38 = 32 + 4 + 2$$

1	0	0	1	1
x4	x3	x2	x1	x0
=0			=0	=0

1	0	0	1	1	0
x5	x4	x3	x2	x1	x0
≠0			≠0	≠0	

1			1		
x5	x4	x3	x2	x1	x0
≠0	=0		≠0	=0	=0

При $x = 100100, 100000, 100.$

$$(x \& A \neq 0) + \underbrace{(x \& 19 \neq 0)}_{\text{ЛОЖЬ}} + \underbrace{(x \& 38 = 0)}_{\text{ЛОЖЬ}} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких x $(x \& 19 = 0)$ и $(x \& 38 \neq 0)$?

При $x = 100100, 100000, 100$.

Для всех этих x надо найти
наименьшее неотрицательное $A: x \& A$
 $\neq 0$

$$A = 100100(2) = 36(10).$$

ЕГЭ олимпиада. Районный тур

Вар. 1604. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 11102 \& 01012 = 01002 = 4$.

Для какого **наименьшего неотрицательного** целого числа A формула

$$(x \& A \neq 0) \vee ((x \& 12 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 45 \neq 0))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

$$(x \& A \neq 0) \vee ((x \& 12 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 45 \neq 0))$$

$$A \rightarrow B = \neg A + B$$

$$(x \& A \neq 0) + (((x \& 12 \neq 0) + (x \& A \neq 0)) \rightarrow (x \& 45 \neq 0))$$

$$\neg(A + B) = \neg A * \neg B$$

$$(x \& A \neq 0) + (x \& 12 = 0) * (x \& A = 0) + (x \& 45 \neq 0)$$

$$\neg A + B * A = (\neg A + B) * (\neg A + A) = (\neg A + B) * 1 = \neg A + B$$

$$(x \& A \neq 0) + (x \& 12 = 0) + (x \& 45 \neq 0)$$

$$(x \& A \neq 0) + \underline{(x \& 12 = 0)} + \underline{(x \& 45 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких x $(x \& 12 \neq 0)$ и $(x \& 45 = 0)$?

$$12 = 8 + 4$$

$$45 = 32 + 8 + 4 + 1$$

1	1	0	0
x_3	x_2	x_1	x_0
$\neq 0$	$\neq 0$		

1	0	1	1	0	1
x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0
$= 0$		$= 0$	$= 0$		$= 0$

x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0
$= 0$		$= 0$	$= 0$		$= 0$

При любых x выражение истинно.