•Элементы теории вероятностей и математической статистики

2. Виды событий

№п/п	Название	Определение	Примеры	Вероятность события
1	**Достоверное**	непременно произойдет	испытание – выбор белого шара из урны с белыми шарами; событие A – выбор белого шара	$P(A) = 1$
2	**Невозможное**	заведомо не произойдет	событие A – выбор черного шара из урны с белыми шарами	$P(A) = 0$
3	**Несовместные**	при одном испытании не могут произойти	одновременно появление 5-ти и 6-ти очков при бросании игральной кости	
4	**Совместные**	при одном испытании могут произойти	A – появление 5-ти очков; B – появление нечетного числа очков при бросании игральной кости	
5	**Полная группа событий**	при каждом испытании одно из событий этой группы непременно произойдет	получение отметки (2, 3, 4 или 5) на экзамене	Для полной группы несовместных событий $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$
6	**Противоположные**	два несовместных события, составляющие полную группу	A – получение зачета; $\overline{A}$ (не A) – неполучение зачета	$P(A) + P(\overline{A}) = 1$

7	**Равновозможные**	не одно из событий не является объективно возможным больше, чем другое	Появление 1-го, 2-х, …, или 6-ти очков при бросании игральной кости	$P(A_i) = \frac{1}{n},$ *где* $i = 1,2,..,n$
8	**Независимые**	вероятность одного из событий не зависит от того, произошло ли другое событие или нет	испытание – бросание монеты; событие *A* – выпадение орла; событие *B* – выпадение решки. Выпадение орла или решки при повторном бросании монеты не зависит от результата предыдущего испытания	*P(B/A) = P(B),* где *P (B/A)* – условная вероятность, вероятность события *B* при условии, что событие *A* произошло
9	**Зависимые**	вероятность одного из событий зависит от того, произошло другое событие или нет	В урне находятся белые и черные шары. Испытание – выбор шара. Событие А – выбор белого шара; событие В – выбор черного шара. Вероятность исхода 2-го испытания зависит от условий (возвращен или не возвращен 1-й шар в урну) и от результата первого испытания	*P(B/A) ≠ P(B)*

Классическая вероятность

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

m – число благоприятствующих событий;

n – число равновозможных несовместных событий

Относительная частота события А

$$P^*(A) = \frac{m}{n}$$

m – абсолютная частота события (число появлений события А);

n – число испытаний

Статистическое определение вероятности

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} P^*(A)$$

Теорема сложения вероятностей для несовместных событий

Теорема: вероятность появления в одном испытании одного из нескольких несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(или A_1\ или A_2 \ldots или A_i\ или A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_i) + \ldots + P(A_n)$$

Следствия из теоремы сложения вероятностей

1) сумма вероятностей событий, составляющих полную группу равна 1.

$$P(или A_1\ или A_2\ ...или\ A_i\ или A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1$$

2) сумма вероятностей противоположных событий равна 1.

$$P(или\ A\ \ или\ \overline{A}) = 1$$

Теорема умножения вероятностей

Вероятность совместного появления двух событий (и того, и другого) равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого

Для зависимых событий $P(u\ A\ u\ B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$

Для независимых событий $P(u\ A\ u\ B) = P(A) \cdot P(B)$

Случайные величины, их числовые характеристики и способы описания закона распределения

Дискретная случайная величина	*Непрерывная случайная величина*
Определение	
Случайная величина, принимающая в промежутке возможных значений	
отдельные изолированные друг от друга значения	любые значения
Геометрическое изображение величины	
 отдельные изолированные точки	 непрерывная линия

Законы распределения

1. Интегральная функция распределения – вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее x $F(x) = P(X < x)$

график $F(x)$ – ступенчатая линия

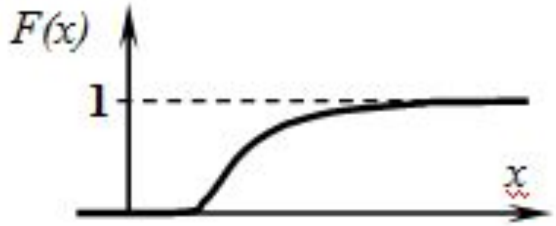


график $F(x)$ – непрерывная линия

$$0 \le F(x) = P(X < x) \le 1$$

2. Ряд распределения

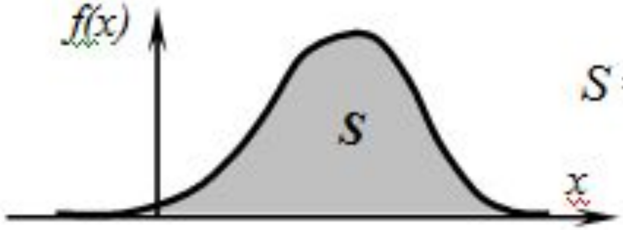
x	x_1	x_2	x_3	...	x_n
p	p_1	p_2	p_3	...	p_n

3. Многоугольник распределения

2. Дифференциальная функция распределения

$$f(x) = F'(x)$$

3. Кривая распределения



$S = 1$

<table>
<tr><td colspan="3">Условие нормировки</td></tr>
<tr><td colspan="2">$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$</td><td>$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Вероятность попадания в интервал (a;b)
$$P(a < x < b) = F(b) - F(a)$$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$$P(a < x < b) = \int_{a}^{b} f(x)dx = S_{\text{криволинейной трапеции}}$$</td></tr>
</table>

Интегральная функция распределения случайной величины

Определение. Интегральная функция распределения – вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньше x заданного

$$F(x) = P(X < x)$$

Основные свойства F(x)

1) универсальная – применима к дискретным и непрерывным величинам;
2) т.к. $F(x)$ есть вероятность $P(X < x)$, и $0 \le P(A) \le 1$, то $0 \le F(x) \le 1$;
3) $F(x)$ есть неубывающая функция, т.е. для $x_2 > x_1$, $F(x_2) \ge F(x_1)$;
4) $F(-\infty) = P(X < -\infty) = 0$;
5) $F(+\infty) = P(X < +\infty) = 1$;
6) Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал на основании $F(x)$ равна приращению интегральной функции на этом интервале $$P(a < x < b) = F(b) - F(a)$$

Дифференциальная функция распределения непрерывной случайной величины

Дифференциальная функция распределения (плотность распределения вероятности) ($f(x)$) равна производной от интегральной функции

$$f(x) = F'(x)$$

Свойства дифференциальной функции распределения f(x):

1) $f(x)$ – неотрицательная функция (т.е. $f(x) \geq 0$), т.к. $f(x) = F'(x)$, а $F(x)$ – неубывающая функция; график $f(x)$ лежит не ниже оси OX;
2) вероятность попадания случайной величины в заданный интервал на основании дифференциальной функции есть определенный интеграл этой функции в промежутке от a до b

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx$$

Таким образом, $\mathrm{P}(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$