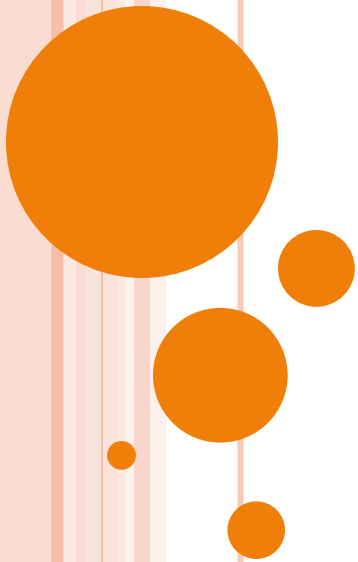


МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ. МНОЖЕСТВО ПАРЕТО



Задачи многокритериальной оптимизации

- Возникают в тех случаях, когда имеется несколько целей, которые не могут быть отражены одним критерием (например, стоимость и надежность). Требуется найти точку области допустимых решений, которая минимизирует или максимизирует все такие критерии.



Суть многокритериальных задач принятия решений

- сравнение вариантов по двум или более критериям, с целью найти оптимальный вариант (или один из оптимальных, если таких несколько).



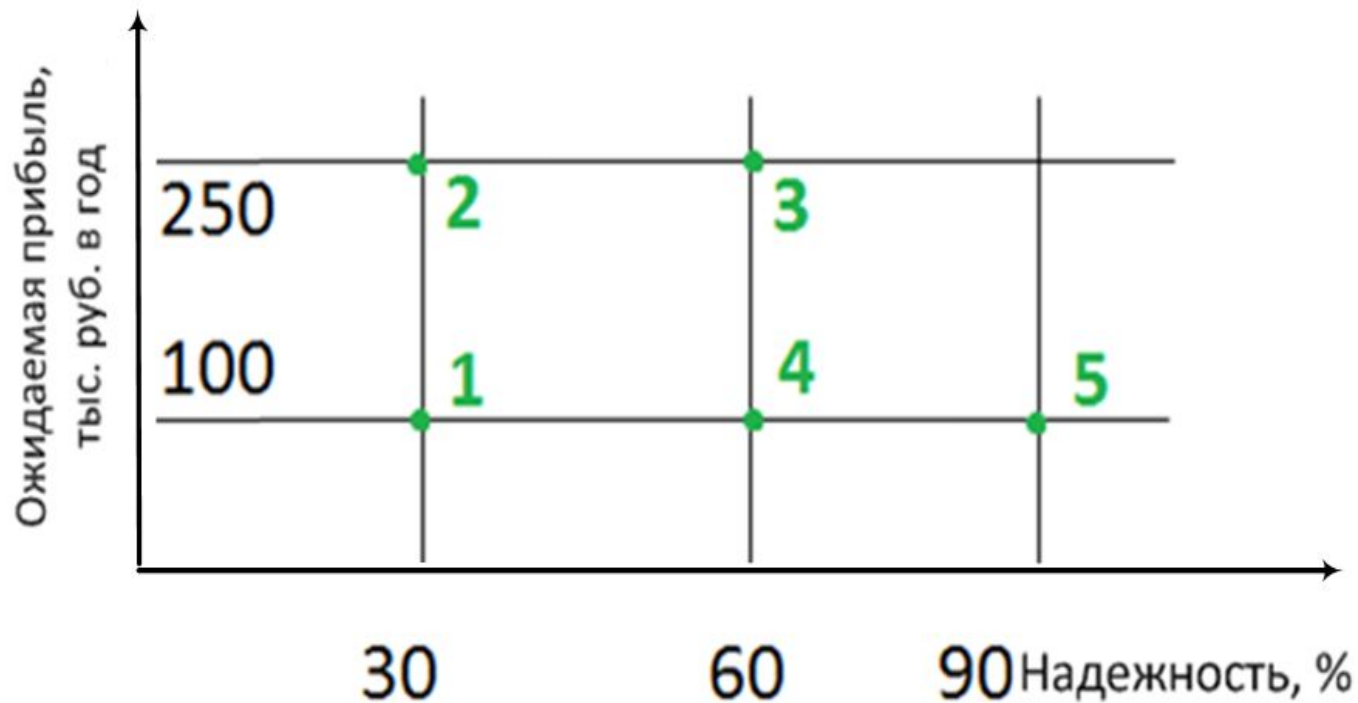
ОПТИМАЛЬНОСТЬ ПО ПАРЕТО



Вильфредо Парето (15 июля
1848 - 20 августа 1923)
итальянский инженер,
экономист и социолог

- ▣ «Всякое изменение, которое никому не приносит убытков, а некоторым людям приносит пользу (по их собственной оценке), является улучшением»

ВЫБОР ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНЫХ АЛЬТЕРНАТИВ ПРИ РЕШЕНИИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ



МНОЖЕСТВО ПАРЕТО

- По отношению Парето некий вариант x лучше варианта y ($x > y$), если x хотя бы по одному критерию лучше, чем y , а по остальным критериям не хуже, чем y .
- Таким образом, вариант x называется Парето-оптимальным решением, если нет такого варианта y , что $y > x$ по Парето.
- Множество таких решений называется **множеством Парето**

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

$\Phi_k(\bar{X}), k \in [1, s]$ Критерии оптимальности

$\Phi(\bar{X}) = (\Phi_1(\bar{X}), \Phi_2(\bar{X}) \dots \Phi_s(\bar{X}))$ Векторный
критерий
оптимальности

$$\Phi(\bar{X}) = (\Phi_1(\bar{X}), \Phi_2(\bar{X}) \dots \Phi_s(\bar{X})) \rightarrow \max$$

$$\bar{X} \in D_X \in Q$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ПУТЕМ ПОСТРОЕНИЯ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО

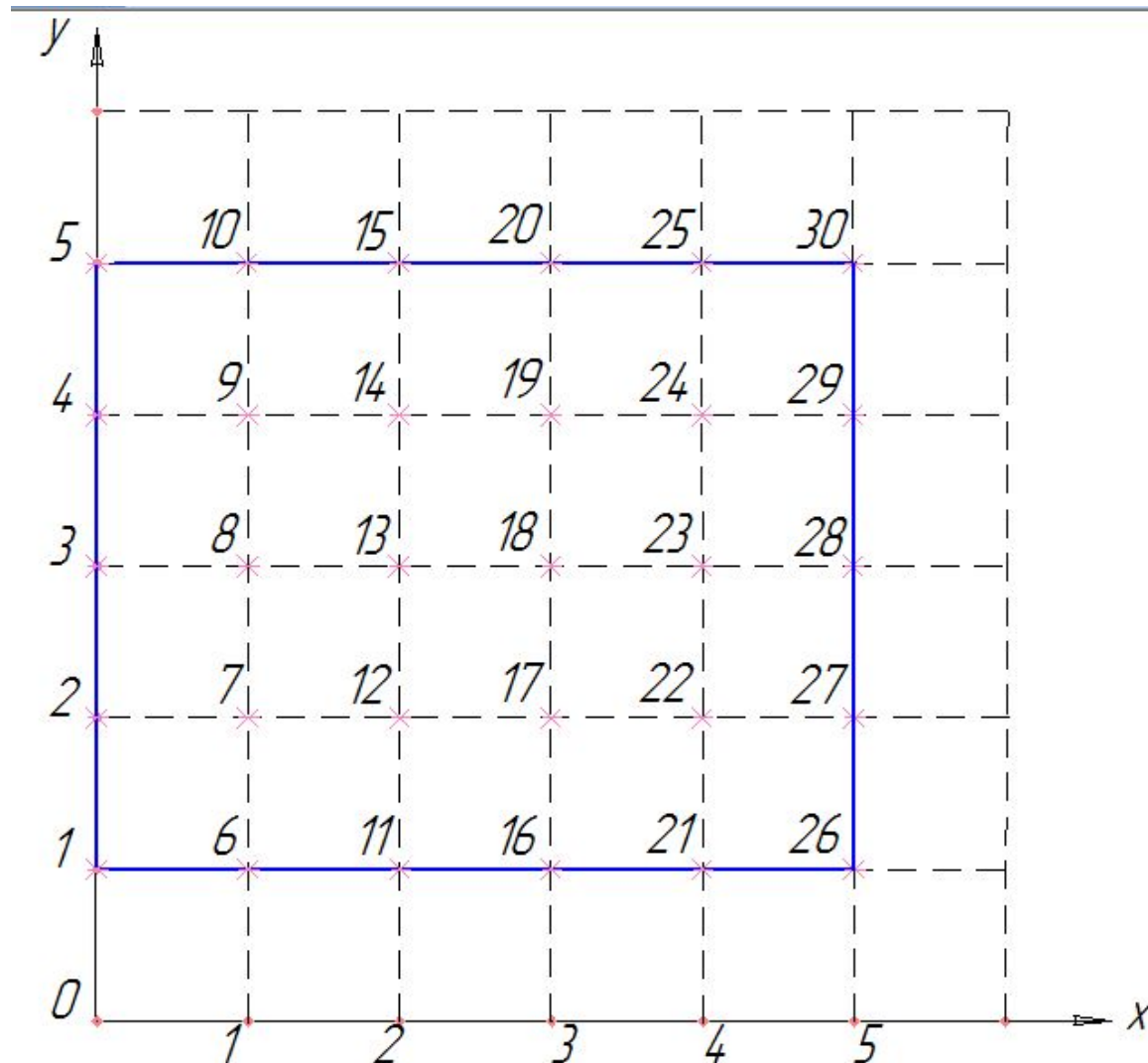
- ▣ **Условие.** Приблизительно построить множество Парето-оптимальных альтернатив для следующей задачи двухкритериальной оптимизации ($s=2$):

$$\phi_1(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 1)^2;$$

$$\phi_2(x, y) = (x - 5)^2 + (y - 5)^2;$$

$$D_X = \{X \mid 0 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 5\}$$

**МНОЖЕСТВО ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОКРЫТО
РАВНОМЕРНОЙ СЕТКОЙ С ШАГОМ 1 ПО ОБЕИМ ОСЯМ
КООРДИНАТ.**



ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЕВ ОПТИМАЛЬНОСТИ В УЗЛАХ СЕТКИ

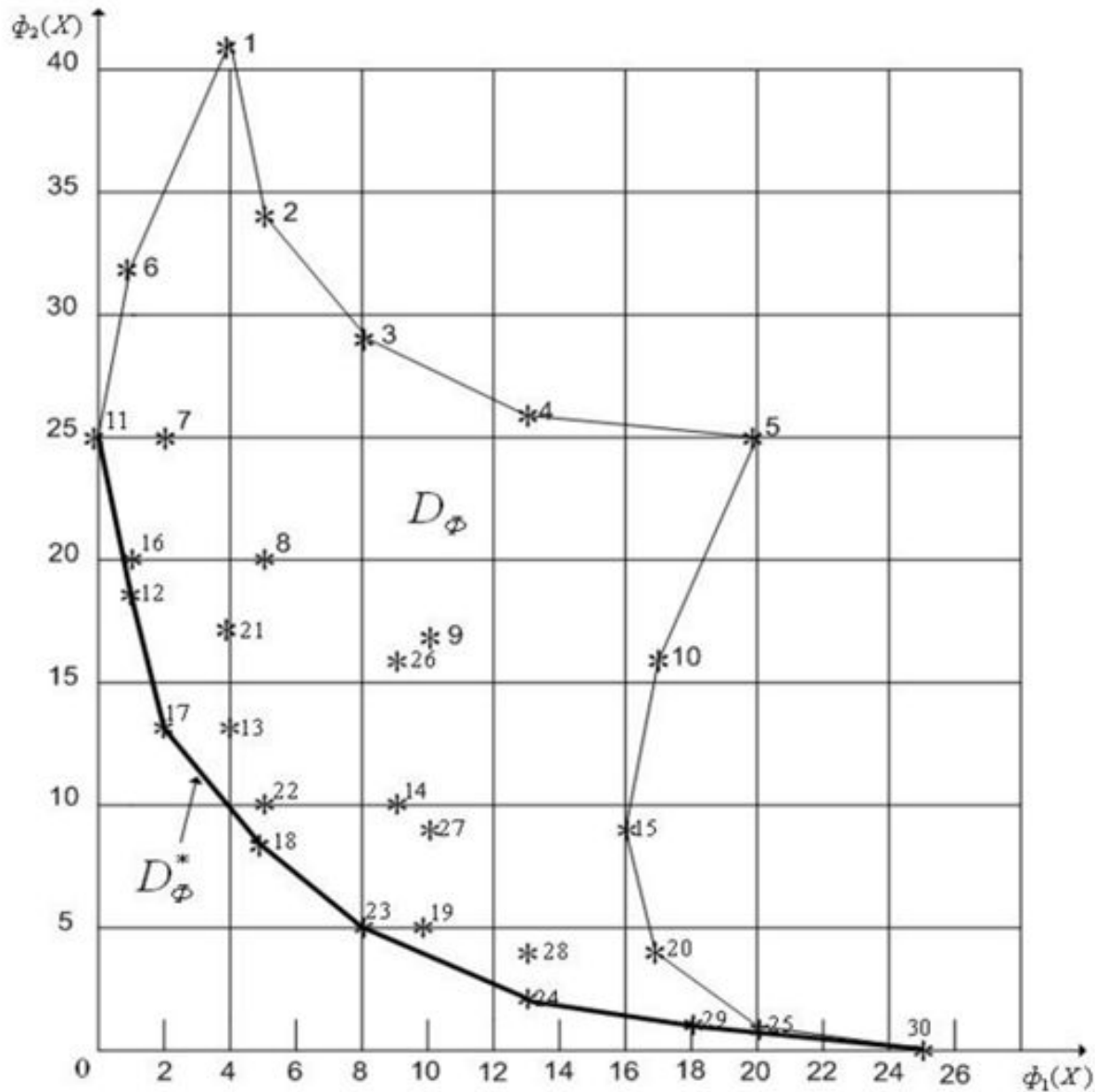
| x | y | $\phi_1(x,y)$ | $\phi_2(x,y)$ | Номер узла |
|-----|-----|---------------|---------------|------------|
| 0 | 1 | 4 | 41 | 1 |
| | 2 | 5 | 34 | 2 |
| | 3 | 8 | 29 | 3 |
| | 4 | 13 | 26 | 4 |
| | 5 | 20 | 25 | 5 |
| 1 | 1 | 1 | 32 | 6 |
| | 2 | 2 | 25 | 7 |
| | 3 | 5 | 20 | 8 |
| | 4 | 10 | 17 | 9 |
| | 5 | 17 | 16 | 10 |
| 2 | 1 | 0 | 25 | 11 |
| | 2 | 1 | 18 | 12 |
| | 3 | 4 | 13 | 13 |
| | 4 | 9 | 10 | 14 |
| | 5 | 16 | 9 | 15 |
| 3 | 1 | 1 | 20 | 16 |
| | 2 | 2 | 13 | 17 |
| | 3 | 5 | 8 | 18 |
| | 4 | 10 | 5 | 19 |
| | 5 | 17 | 4 | 20 |
| 4 | 1 | 4 | 17 | 21 |
| | 2 | 5 | 10 | 22 |
| | 3 | 8 | 5 | 23 |
| | 4 | 13 | 2 | 24 |
| | 5 | 20 | 1 | 25 |
| 5 | 1 | 9 | 16 | 26 |
| | 2 | 10 | 9 | 27 |
| | 3 | 13 | 4 | 28 |
| | 4 | 18 | 1 | 29 |
| | 5 | 25 | 0 | 30 |

$$\phi_1(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 1)^2;$$

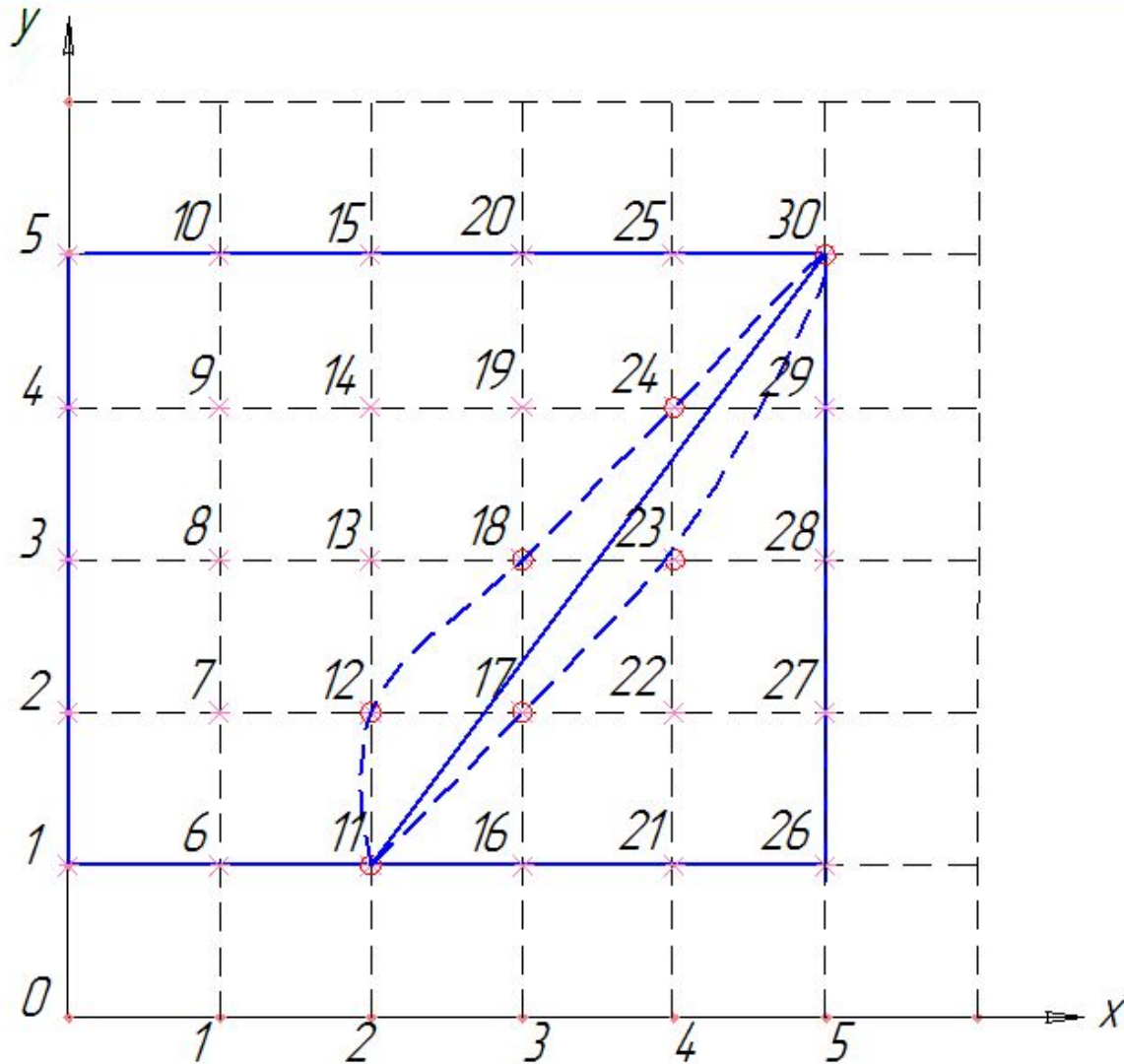
$$\phi_2(x, y) = (x - 5)^2 + (y - 5)^2;$$

$$D_x = \{X \mid 0 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 5\}$$

ПРИМЕРНЫЙ ВИД МНОЖЕСТВ D_Φ И D_Φ^*



ПРИБЛИЖЕНИЕ К ИСКОМОМУ МНОЖЕСТВУ ПАРЕТО



- Множество Парето – множество допустимых альтернатив в задаче многокритериальной (векторной) оптимизации, для которых не существует другой допустимой альтернативы, имеющей по всем критериям не худшие оценки и хотя бы по одному критерию – строго лучшие