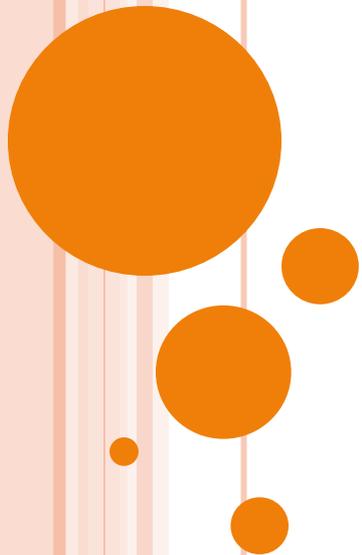


МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ. МНОЖЕСТВО ПАРЕТО



Задачи многокритериальной оптимизации

- Возникают в тех случаях, когда имеется несколько целей, которые не могут быть отражены одним критерием (например, стоимость и надежность). Требуется найти точку области допустимых решений, которая минимизирует или максимизирует все такие критерии.



Суть многокритериальных задач принятия решений

- сравнение вариантов по двум или более критериям, с целью найти оптимальный вариант (или один из оптимальных, если таких несколько).



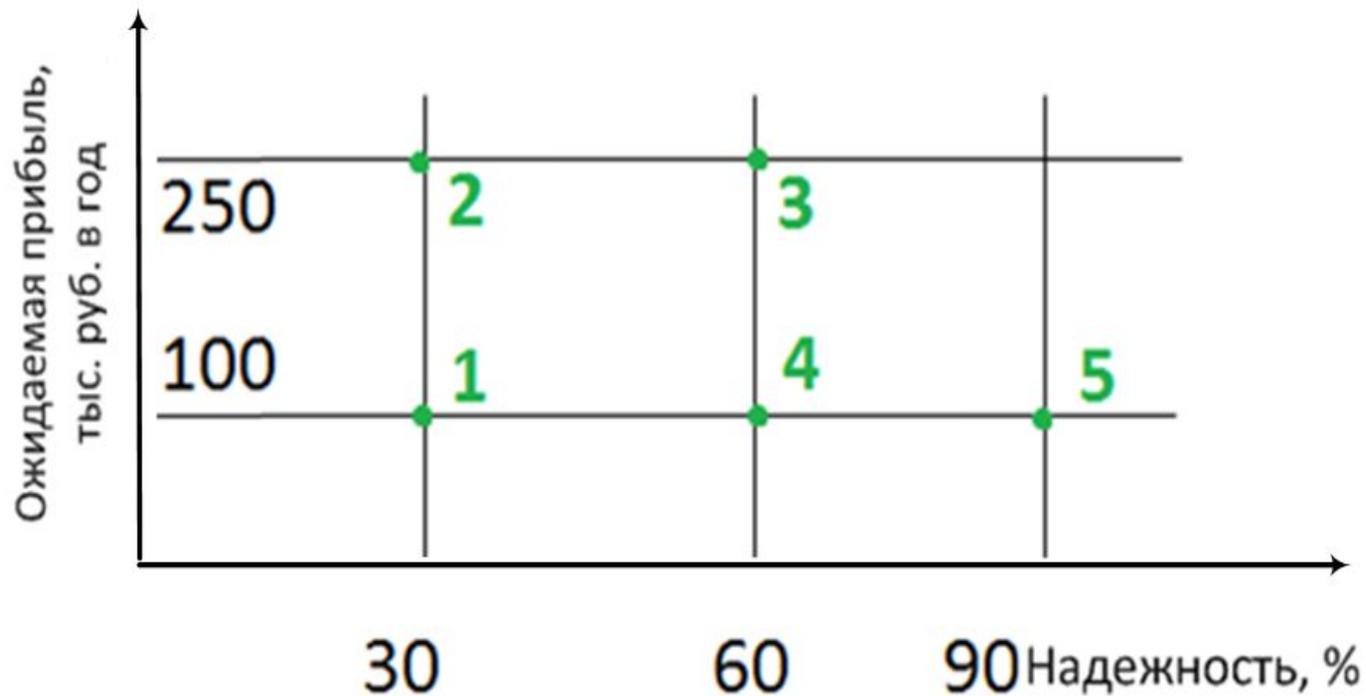
ОПТИМАЛЬНОСТЬ ПО ПАРЕТО



Вильфредо Парето (15 июля
1848 - 20 августа 1923)
итальянский инженер,
экономист и социолог

- ▣ «Всякое изменение, которое никому не приносит убытков, а некоторым людям приносит пользу (по их собственной оценке), является улучшением»

ВЫБОР ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНЫХ АЛЬТЕРНАТИВ ПРИ РЕШЕНИИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ



МНОЖЕСТВО ПАРЕТО

- По отношению Парето некий вариант x лучше варианта y ($x > y$), если x хотя бы по одному критерию лучше, чем y , а по остальным критериям не хуже, чем y .
- Таким образом, вариант x называется Парето-оптимальным решением, если нет такого варианта y , что $y > x$ по Парето.
- Множество таких решений называется **множеством Парето**

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

$\Phi_k(\bar{X}), k \in [1, s]$ Критерии оптимальности

$\Phi(\bar{X}) = (\Phi_1(\bar{X}), \Phi_2(\bar{X}) \dots \Phi_s(\bar{X}))$ Векторный
критерий
оптимальности

$$\Phi(\bar{X}) = (\Phi_1(\bar{X}), \Phi_2(\bar{X}) \dots \Phi_s(\bar{X})) \rightarrow \max$$

$$\bar{X} \in D_X \in Q$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ПУТЕМ ПОСТРОЕНИЯ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО

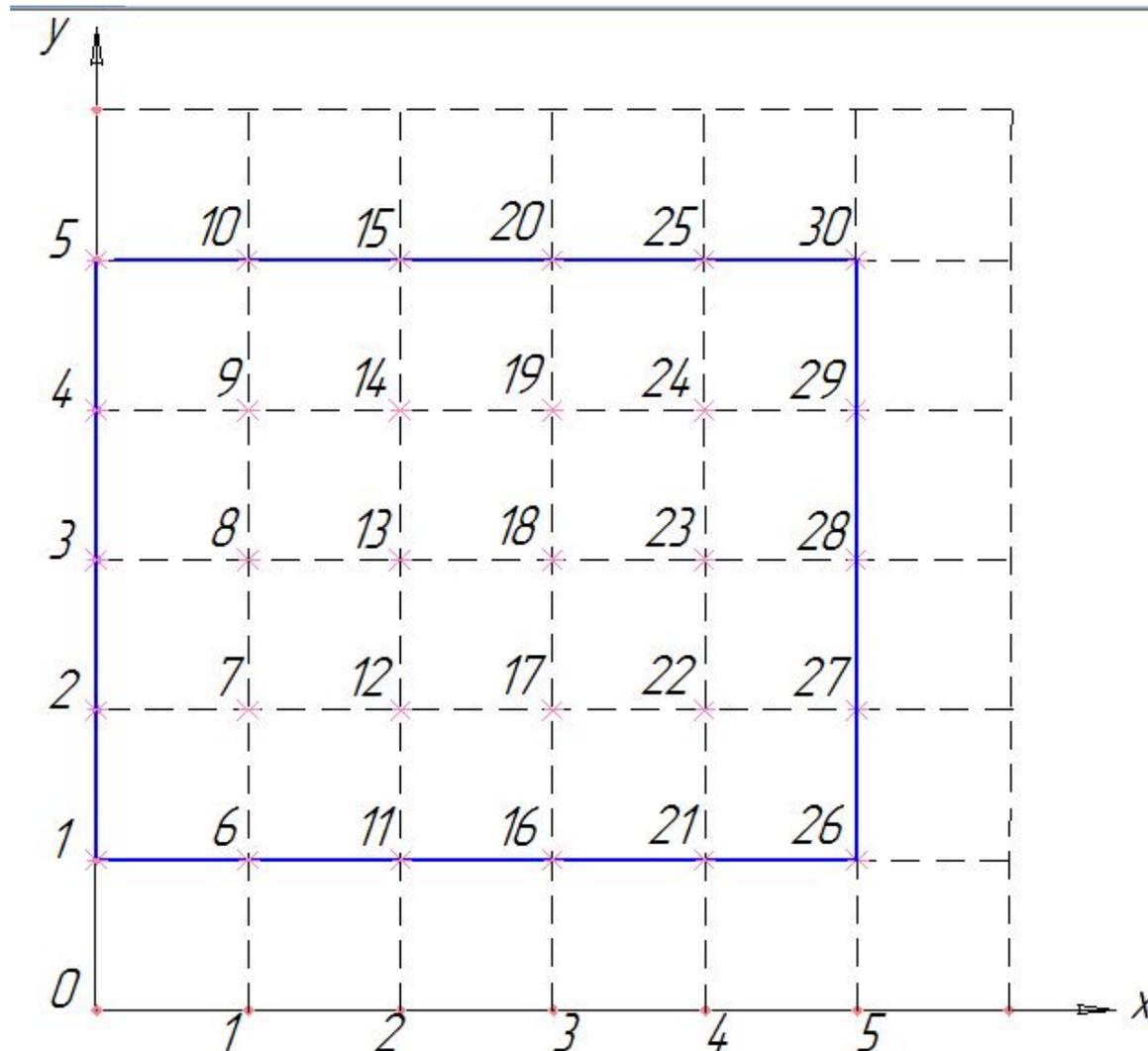
- ▣ **Условие.** Приблизненно построить множество Парето-оптимальных альтернатив для следующей задачи двухкритериальной оптимизации ($s=2$):

$$\phi_1(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 1)^2;$$

$$\phi_2(x, y) = (x - 5)^2 + (y - 5)^2;$$

$$D_X = \{X \mid 0 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 5\}$$

**МНОЖЕСТВО ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОКРЫТО
РАВНОМЕРНОЙ СЕТКОЙ С ШАГОМ 1 ПО ОБЕИМ ОСЯМ
КООРДИНАТ.**



ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЕВ ОПТИМАЛЬНОСТИ В УЗЛАХ СЕТКИ

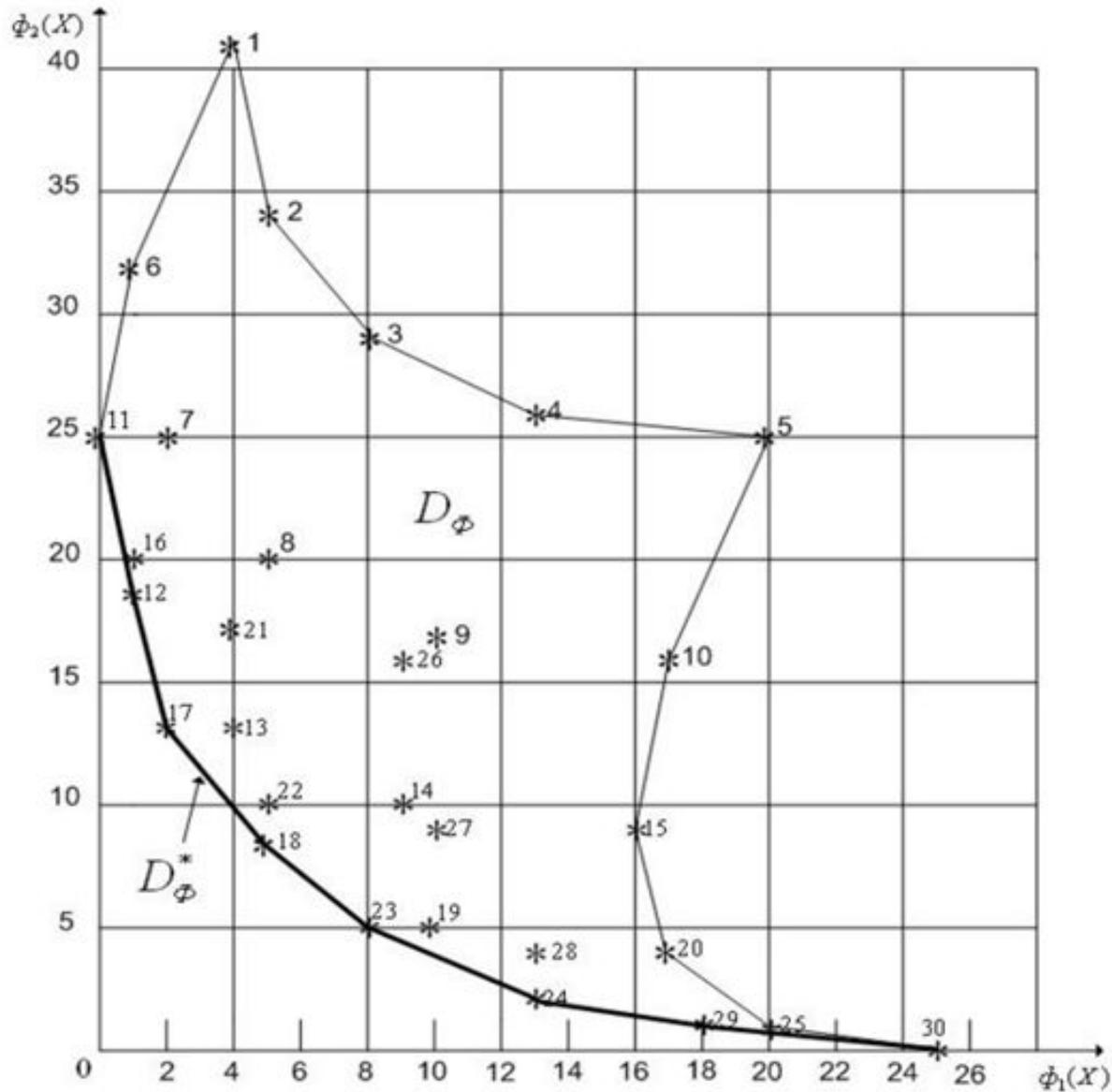
x	y	$\phi_1(x,y)$	$\phi_2(x,y)$	Номер узла
0	1	4	41	1
	2	5	34	2
	3	8	29	3
	4	13	26	4
	5	20	25	5
1	1	1	32	6
	2	2	25	7
	3	5	20	8
	4	10	17	9
	5	17	16	10
2	1	0	25	11
	2	1	18	12
	3	4	13	13
	4	9	10	14
	5	16	9	15
3	1	1	20	16
	2	2	13	17
	3	5	8	18
	4	10	5	19
	5	17	4	20
4	1	4	17	21
	2	5	10	22
	3	8	5	23
	4	13	2	24
	5	20	1	25
5	1	9	16	26
	2	10	9	27
	3	13	4	28
	4	18	1	29
	5	25	0	30

$$\phi_1(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 1)^2;$$

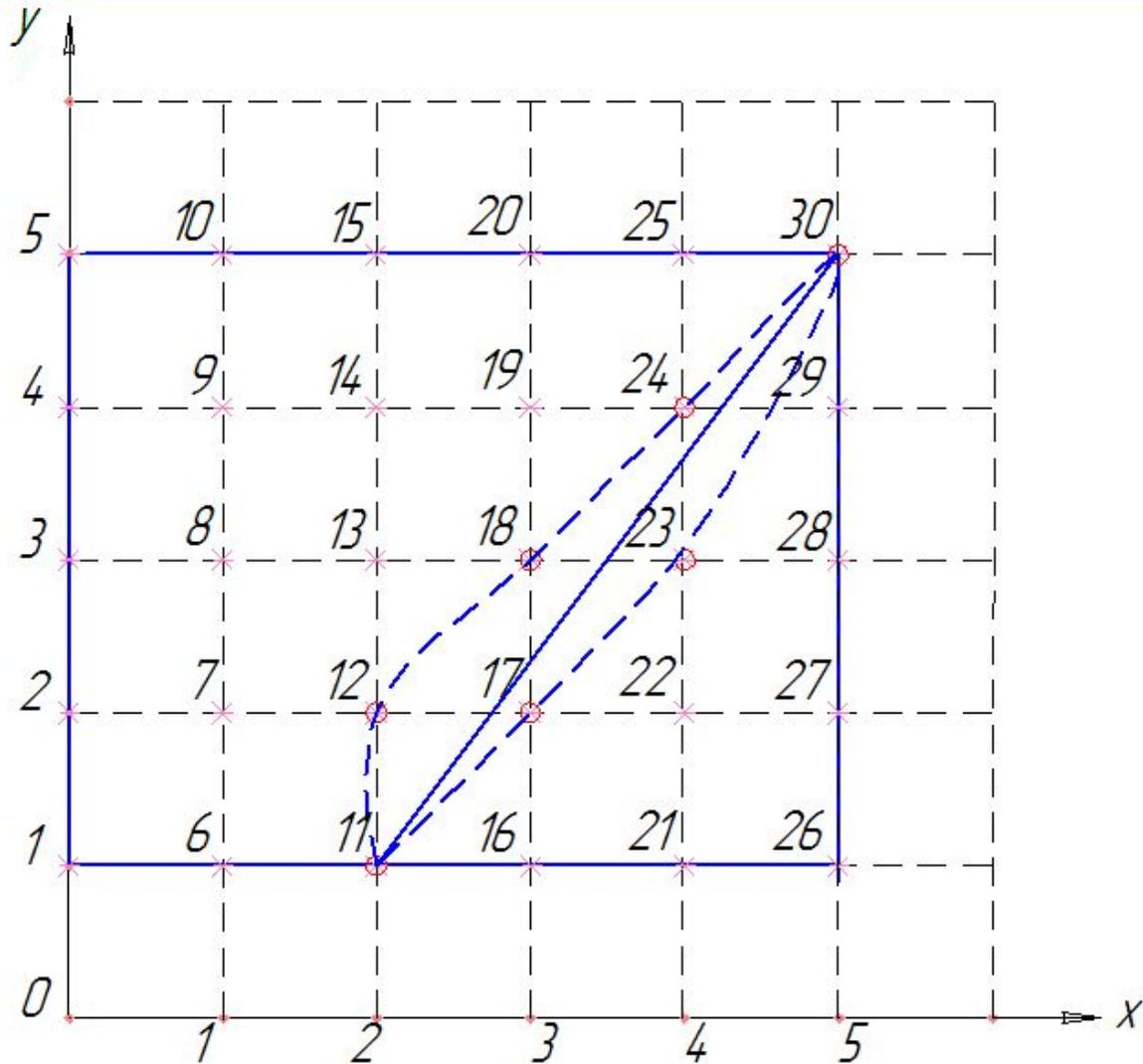
$$\phi_2(x, y) = (x - 5)^2 + (y - 5)^2;$$

$$D_x = \{X \mid 0 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 5\}$$

ПРИМЕРНЫЙ ВИД МНОЖЕСТВ D_Φ И D_Φ^*



ПРИБЛИЖЕНИЕ К ИСКОМОМУ МНОЖЕСТВУ ПАРЕТО



- Множество Парето – множество допустимых альтернатив в задаче многокритериальной (векторной) оптимизации, для которых не существует другой допустимой альтернативы, имеющей по всем критериям не худшие оценки и хотя бы по одному критерию – строго лучшие