

# СВОЙСТВА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

- **Полнота ММ** позволяет отразить в достаточной мере именно те характеристики и особенности ТО, которые интересуют нас с точки зрения поставленной цели
- **Точность ММ** дает возможность обеспечить приемлемое совпадение реальных и найденных при помощи ММ значений выходных параметров ТО.
- **Адекватность ММ** — это способность ММ отражать характеристики ТО с относительной погрешностью не более некоторого заданного значения  $\delta$
- **Экономичность ММ** оценивают затратами на вычислительные ресурсы (машинное время и память), необходимые для реализации ММ на ЭВМ.
- **Робастность ММ** (от английского слова robust — крепкий, устойчивый) характеризует ее устойчивость по отношению к погрешностям исходных данных.
- **Наглядность ММ** является ее желательным, но необязательным СВОЙСТВОМ.

# СВОЙСТВА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

- И наконец, исходя из определения **ММ**, вытекает свойство **универсальности ММ**. Это можно объяснить тем, что в математике используют абстрактные основополагающие понятия, немногочисленные, но весьма емкие по содержанию.

Это позволяет конкретные факты из самых различных областей знаний рассматривать как проявление этих понятий и отношений между ними. Совокупность таких понятий и отношений, выраженных при помощи системы математических символов и обозначений и отражающих некоторые свойства изучаемого объекта, и называют **математической моделью** этого объекта.

В данном случае математика выступает, по существу, в роли универсального языка науки. Его универсальность французский математик **Анри Пуанкаре** (1854-1912) определил всего одной фразой: „Математика — это искусство называть разные вещи одним и тем же именем“.

# ТИПИЧНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ СВАРКИ

## 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

Основными параметрами термического цикла **ЗТВ** при однопроходной сварке или наплавке являются максимальная температура **T<sub>м</sub>**, мгновенная скорость охлаждения **ω** при данной температуре **T** и длительности нагрева **t<sub>н</sub>** выше **T**.

В зависимости от схемы распространения теплоты применяют различные формулы для расчета скорости охлаждения:

- для массивного тела (трехмерного теплоотвода):

$$\omega = \frac{2\pi\lambda(T - T_0)^2}{q/v} \quad (1)$$

- для пластины (двухмерного теплоотвода):

$$\omega = \frac{2\pi\lambda c \gamma (T - T_0)^3 \delta^2}{(q/v)^2} \quad (2)$$

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

критическую толщину листа  $\delta_k$  можно определить, из (1) и (2):

$$\delta_x = \sqrt{\frac{q/v}{c\gamma(T-T_0)}} \quad (3)$$

Учитывая то, что  $\omega$  постоянно уменьшается по мере снижения  $T$ , понятие скорости охлаждения в интервале температур теряет смысл. Предпринята попытка ввести эквивалентную (постоянную) скорость охлаждения  $WЭ$  в интервале температур, достаточно хорошо отражающую динамику охлаждения металла шва:

$$\omega_э = \frac{(T_2 - T_1)^2}{2S} \quad (4)$$

где  $S$  – величина температурно-временной области, ограниченной участком кривой термического цикла сварки в интервале  $T_1 - T_2$ .

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

Для характеристики охлаждения зоны термического влияния в диапазоне температур вместо средней скорости охлаждения наиболее целесообразно использовать обратную ей величину – время охлаждения или длительность пребывания различных точек зоны термического влияния в интервале температур. Установлено, что для всех точек зоны шва, нагретых выше  $900^{\circ}\text{C}$ , время охлаждения в интервале  $800\text{-}500^{\circ}\text{C}$  приблизительно равно.

Диапазон температур  $800^{\circ}\text{-}500^{\circ}\text{C}$  является одним из важнейших и определяет кинетику фазового превращения в стали. В настоящее время охлаждение в интервале  $800^{\circ}\text{-}500^{\circ}\text{C}$ , обозначаемое  $t_{8/5}$ , признано основным критерием, определяющим механические свойства сварных соединений низколегированных сталей. В ряде стран, например, в Германии, время  $t_{8/5}$  вводится в нормативные документы по сварке низколегированных сталей.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

Формулы для расчета величины  $t_{8/5}$  :

- для массивного тела (трехмерного теплоотвода):

$$t_{8/5} = \frac{q}{2\pi\lambda\nu} \left( \frac{1}{500 - T_0} - \frac{1}{800 - T_0} \right) \quad (5)$$

- для пластины (двухмерного теплоотвода):

$$t_{8/5} = \frac{q}{4\pi\lambda c\gamma (\nu\delta)^2} \left( \frac{1}{(500 - T_0)^2} - \frac{1}{(800 - T_0)^2} \right) \quad (6)$$

- критическая толщина листа  $\delta_k$ :

$$\delta_x = \sqrt{\frac{q}{\nu c\gamma} \left( \frac{1}{500 - T_0} - \frac{1}{800 - T_0} \right)} \quad (7)$$

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

В уравнениях (5) – (7):

напряжение дуги **U** изменяется в вольтах,  
сила тока **I** – в амперах,  
скорость сварки **v** – сантиметрах в секунду,  
температура подогрева **T<sub>0</sub>** - в градусах Цельсия.

Кроме того, необходимо ввести:

коэффициенты термического КПД нагрева **η** в зависимости от способа дуговой сварки;  
коэффициенты двухмерного (**F<sub>2</sub>**) или трехмерного (**F<sub>3</sub>**) теплоотвода;  
зависимость теплофизических констант от температуры для диапазона рабочих температур **20°-250°С**.

В итоге получаем:

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

- для массивного тела (трехмерного теплоотвода):

$$t_{8/5} = (0,87 - 5 \cdot 10^{-4} T_0) \eta \frac{UI}{\nu} F_3 \left( \frac{1}{500 - T_0} - \frac{1}{800 - T_0} \right) \quad (8)$$

- для пластины (двухмерного теплоотвода):

$$t_{8/5} = (0.043 - 4.3 \cdot 10^{-5} T_0) \left( \frac{\eta UI}{\nu \delta} \right)^2 F_2 \left( \frac{1}{(500 - T_0)^2} - \frac{1}{(800 - T_0)^2} \right) \quad (9)$$

- критическая толщина листа  **$\delta_k$** :

$$\delta_k = \sqrt{\frac{0.043 - 4.3 \cdot 10^{-5} T_0}{0.67 - 5 \cdot 10^{-4} T_0} \frac{\eta UI}{\nu} \left( \frac{1}{500 - T_0} + \frac{1}{800 - T_0} \right)} \quad (10)$$

Выражения  $(0.043 - 4.3 \cdot 10^{-5} T_0)$  и  $(0.67 - 5 \cdot 10^{-4} T_0)$  учитывают теплофизические константы низколегированных сталей и их зависимость от температуры в интервале **20°- 250°С**.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

Табл. 1 - Значения термического КПД нагрева.

№	Способ сварки	$\eta$
1.	Сварка под	1,0
2.	флюсом	0,8...0,9
3.	Ручная дуговая	0,8...0,9
4.	сварка	
	Сварка в $\text{CO}_2$	0,7...0,8
	Аргонодуговая	0,6...0,7
	сварка:	
	-плавящимся	
	электродом	
	-неплавящимся	
	электродом	

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

Табл. 2 – Значения коэффициентов  $F_2$  и  $F_3$ .

№	Тип шва	Коэффициенты типа шва	
		$F_2$	$F_3$
1.	Наплавленный валик	1,0	1,0
2.	Соединение внахлестку	0,7	0,67
3.	Тавровое соединение	0,45...0,67	0,67
4.	Угловое соединение	0,67...0,9	0,67
5.	Стыковое соединение:		
	-сквозное проплавление	1,0	--
	-средние слои	0,9	0,9
	-верхние слои	1,0	0,9...1,0
	-корень V-образного шва	1,0	1,0...1,2
6.	Крестовое соединение:		
	-первый и второй швы	0,45...0,67	0,67
	-третий и четвертый швы	0,30...0,67	0,67

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОДНОЙ ПРОВОЛОКИ ПРИ ДУГОВОЙ СВАРКЕ

Математическая модель плавления электродной проволоки должна устанавливать детерминированные взаимосвязи между характеристиками плавления металла электродной проволоки:

$a_p$  — коэффициент расплавления,

$v_э$  — линейная скорость плавления электродной проволоки;

и его физическими свойствами:

$\gamma$  — плотность металла;

$T_{пл}$  — температура плавления;

$T_{кип}$  — температура кипения;

$c$  — удельная теплоемкость;

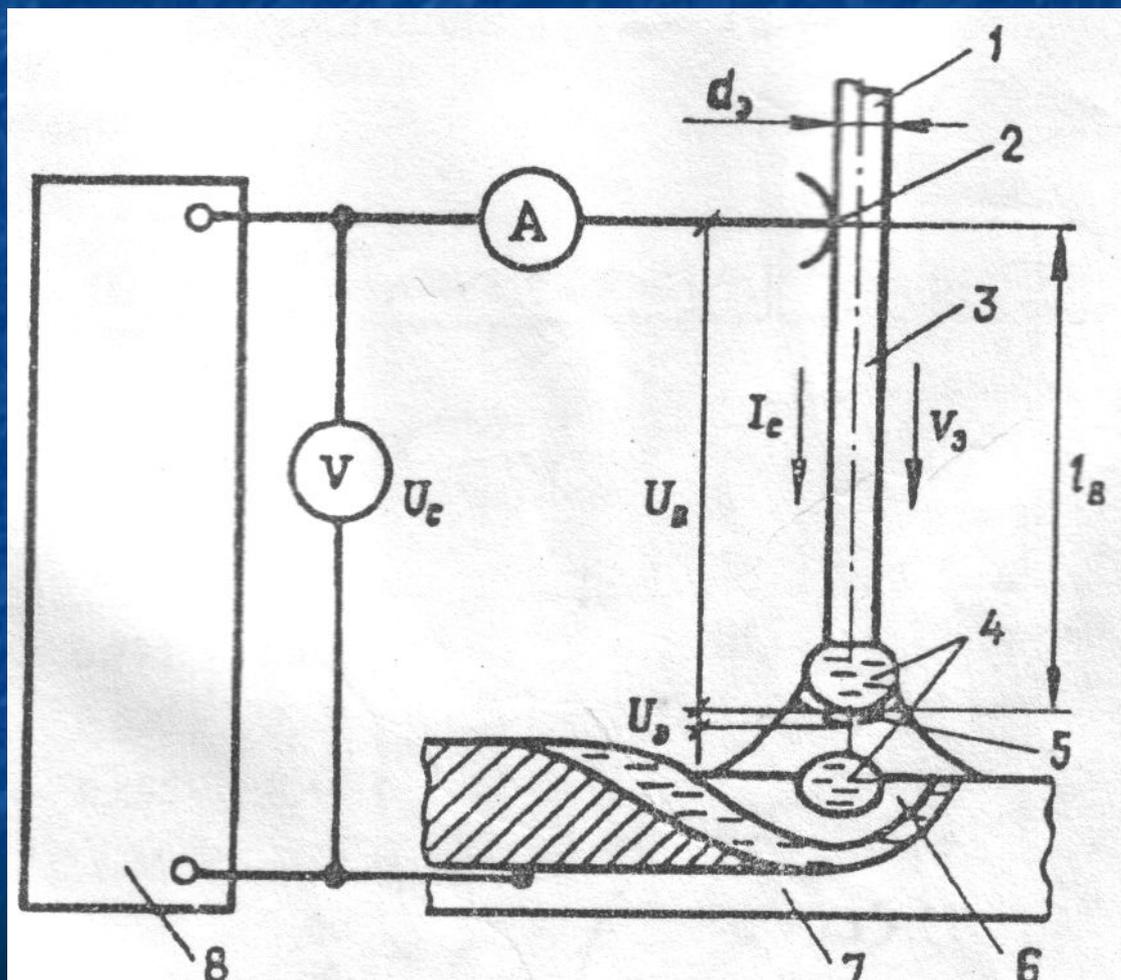
$\Delta H_{пл}$  — скрытая теплота плавления;

$\rho$  — удельное электросопротивление;

$\phi_B$  — работа выхода электрона;

а также параметрами режима сварки:  $(I_{св}, U_d, d_э, l_B)$ .

## Физическая модель плавления электродной проволоки:



- 1 - электродная проволока;
- 2 - токоподвод;
- 3 - вылет электродной проволоки;
- 4 - капля электродного металла;
- 5 - приэлектродная область;
- 6 - дуга;
- 7 - основной металл;
- 8 - источник сварочного тока.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОДНОЙ ПРОВОЛОКИ ПРИ ДУГОВОЙ СВАРКЕ

- Математическая модель плавления электрода основана на уравнении баланса энергии на электроде:

$$W_{пл} = W_{э} + W_{в}, \quad (1)$$

где  $W_{пл}$  — расход энергии на нагрев и плавление электродной проволоки;  $W_{э}$  и  $W_{в}$ , — приход энергии на торце электрода и на вылете электродной проволоки.

- Выразив расход энергии через массу расплавленной электродной проволоки  $M_{э}$  ( $M_{э} = F_{э} L_{э} \gamma_{ТВ}$ ) и теплосодержание капля электродного металла  $H_{кап}$ , получаем выражения для определения коэффициента расплавления  $\alpha_p$  и линейной скорости плавления электрода  $v_{э}$ :

$$\alpha_p = \frac{M_{э}}{I_{св}^2 t_{св}} = (U_{э} + U_{в}) \frac{1}{H_{кап}} \quad (2)$$

$$v_{э} = (U_{э} + U_{в}) \frac{I_{св}}{H_{кап} F_{э} \gamma_{ТВ}} \quad (3)$$

- Падение напряжения электрода  $U_{\text{э}} = U_{\text{а}} + \varphi_{\text{в}}$ , (4)

где  $U_{\text{а}}$  – падение напряжения на аноде.  $U_{\text{а}}$  мало зависит от материала анода и состава газовой фазы и может быть принято  $U_{\text{а}} = (2,43 \pm 0,29)$  В.

- Падение напряжения на вылете определяется при постоянном удельном сопротивлении  $\rho_{\text{ср}}$  для диапазона температур на вылете от  $T_0$  до  $T_{\text{пл}}$ :

$$U_{\text{в}} = \frac{4\pi\rho_{\text{ср}} l I_{\text{св}}}{\pi d_{\text{э}}^2} \quad (5)$$

- Теплосодержание капель электродного металла определяем при условии, что  $T_{\text{кап}} = 0,9T_{\text{кип}}$ :

$$H_{\text{кап}} = c_{\text{ср}}(T_{\text{пл}} - T_0) + \Delta H_{\text{пл}} + c_{\text{ж}}(T_{\text{кап}} - T_{\text{пл}}), \quad (6)$$

где

$$c_{\text{ср}} = \frac{c_{\text{тв}} + c_{\text{ж}}}{2}$$

Табл. 1 Физические свойства электродных материалов

Основа	Плотность $\gamma$ , г/см <sup>3</sup>	Температура °С		Удельная теплоемкость, Дж/(г·°С)		Скрытая теплота плавления $\Delta H_{пл}$ , Дж/г	Удельное электросо- противление $\rho_{ср}$ , Ом·см ·10 <sup>-6</sup>	Работа выхода $\phi_{в}$ , эВ
		$T_{пл}$	$T_{кип}$	$c_{тв}$	$c_{ж}$			
Fe	7,87	1536	2860	0,456	0,795	272,2	75	4,31
Ni	8,90	1455	2915	0,452	0,620	301,7	45	4,50
Cu	8,96	1083,4	2560	0,386	0,495	204,9	10	4,40
Mg	1,74	649	1090	1,038	1,360	358,4	15	3,64
Al	2,70	660,1	2520	0,917	1,080	388,1	13	4,25
Ti	4,50	1667	3285	0,528	0,700	392,5	115	3,95
Mo	10,20	2615	4610	0,251	0,500	293,3	40	4,30

- Плотность металла не зависит от температуры
- Размеры капель и характер переноса не учитываем.