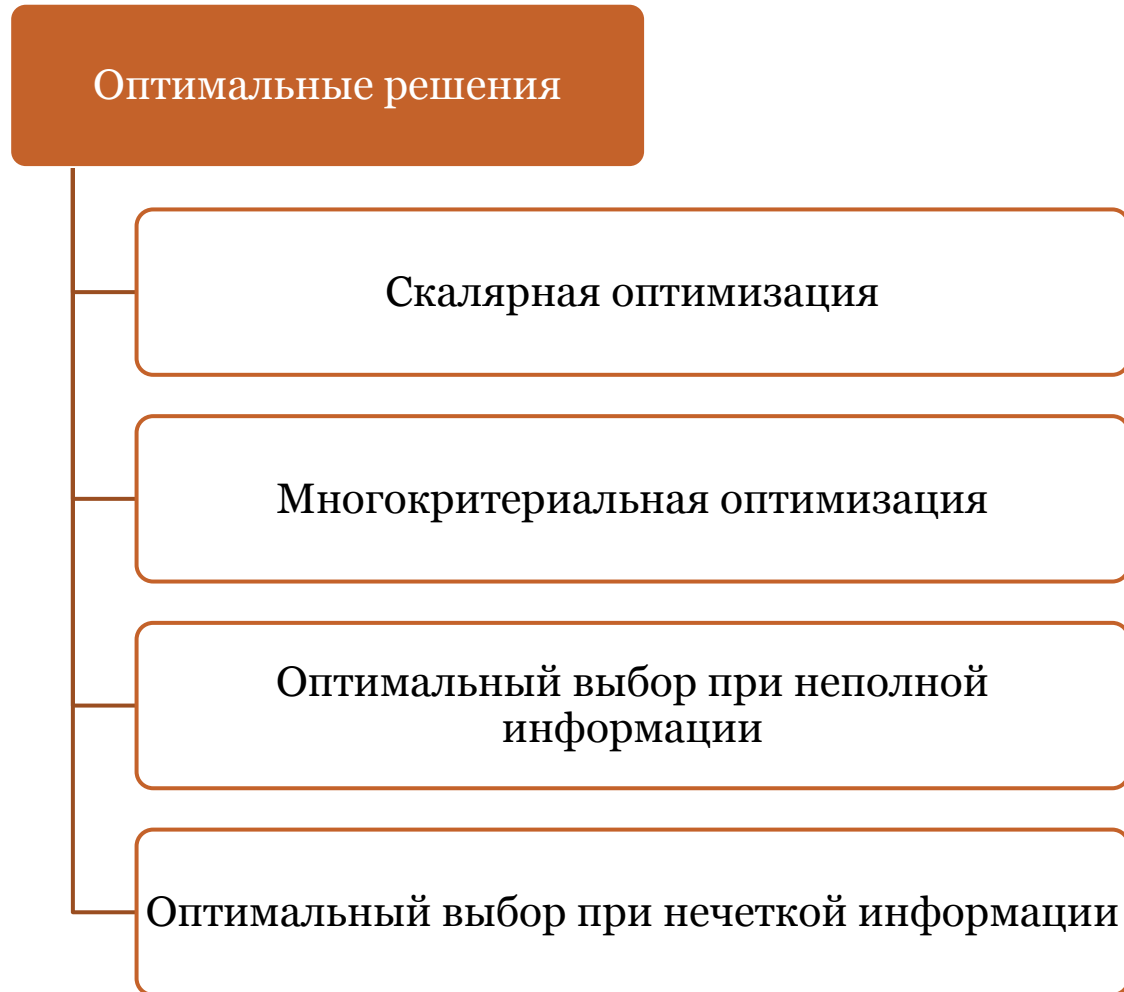


Принятие решений при неполной информации

Д.т.н. профессор
Николайчук Ольга Анатольевна

Классификация методов теории принятия решений



Задача принятия решений при неполной информации

- В ранее рассмотренных моделях в большинстве случаев предполагалось, что ЛПР обладает полной информацией (своими оценками или экспертизами) при принятии решений о рассматриваемой проблеме. Однако, так бывает далеко не всегда.
- Очень часто возникает ситуация, когда степень привлекательности альтернативы по тому или иному критерию не детерминирована, а является переменной и зависит от случайных факторов.
- Например, некоторое лицо, имеет на руках денежную сумму и желает получить с них прибыль. Он может положить деньги в Сбербанк РФ, где процент дохода минимален, но надежность возврата вклада фактически 100%. Другой альтернативой является вложение денег в акции какой-нибудь компании и получить по ним большие дивиденды, но есть риск потерять деньги, в случае падения курса акций. Как видно, критерий прибыли для второй альтернативы имеет переменный показатель.

Задача оптимального детерминированного выбора

$$f_k(x) \rightarrow \max_{x \in X^a}, k = 1, \dots, h$$

$$g_q(x, \delta) \leq b_q, q = 1, \dots, p$$

- $x = (x_1, \dots, x_n)$ - n -мерный вектор признаков варианта;
- $f_k(x)$ - целевые функции, или критерии оптимальности;
- $g_q(x, \delta)$ - заданные функции, образующие систему ограничений из равенств и/или неравенств.
- X^a - множество допустимых значений,
- δ - детерминированные факторы.

Задача принятия решений при неполной информации

$$y_k = f_k(x, \delta, \xi, \zeta) \rightarrow \max_{x \in X^a}, k = 1, \dots, h$$

$$g_q(x, \delta, \xi, \zeta) \leq b_q, q = 1, \dots, p$$

$x = (x_1, \dots, x_n)$

y_k

δ

(ξ, ζ)

ξ

ζ

- n -мерный вектор признаков варианта;
- целевые функции, или критерии оптимальности;
- детерминированные факторы;
- неопределенные факторы, отражающие степень информированности ЛПР;
- случайные факторы, для которых известны функции распределения вероятности;
- неопределенные факторы, определены нечетко или неизвестны.

Задача принятия решений при неполной информации

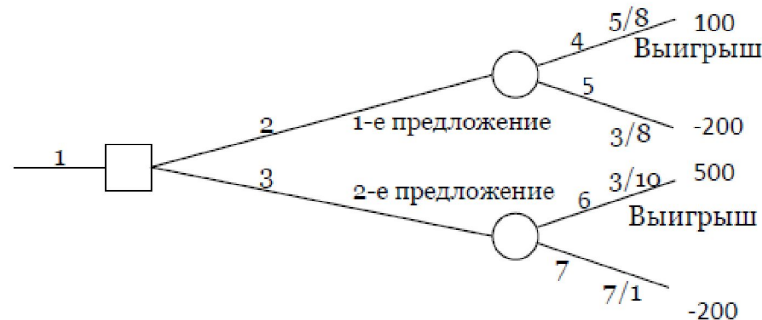
- 1) Неопределенность может быть вызвана активными действиями нескольких участников процесса принятия решений, каждый из которых преследует свои цели и стремится получить для себя максимальные преимущества за счет других. Такие задачи изучает **теория игр**.
- 2) Неопределенность может быть связана с принципиальной неизвестностью или недостаточной изученностью внешних обстоятельств, которые могут повлиять на выбор. Совокупность таких объективных обстоятельств принято называть природой, которая в данном контексте выступает в качестве нейтрального, не обладающего «разумом» участника, не пытающегося получить выгоду или причинить ущерб. Соответствующие ситуации называют **играми с природой**, или статистическими играми.
- 3) Неопределенность может быть обусловлена невозможностью четкого описания на естественном языке ситуации выбора, анализируемых вариантов, ограничений на область допустимых значений и т.д.

Задача принятия решений при неполной информации

- Если ЛПР не знает, как развернется ситуация по той или иной альтернативе при принятии решения, но **имеются объективные вероятности развития возможных ситуаций**, то такую математическую модель будем называть ***моделью принятия решений в условиях риска***.
- При анализе такой модели удобно пользоваться графическим представлением, называемым ***деревом решений*** (не путать с деревом решений, предназначенным для решения задачи классификации, classification tree).

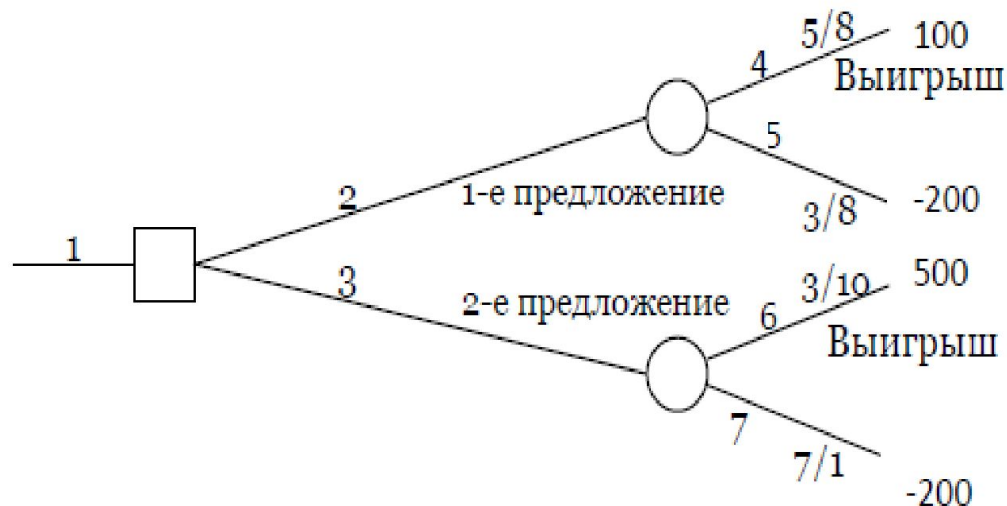
Метод «Дерево решений»

- Дерево решений представляет собой ориентированный граф, ребра которого, изображенные стрелками, соответствуют возможным вариантам развития ситуации, и вершины, изображаемые окружностями или квадратами, соответствует «развилке», когда развитие ситуации может принять тот или иной сценарий.
- Дерево строится слева направо, начиная с корневой ветки, которая соответствует началу принятия решения. Если при развитии какой либо ситуации возможны несколько вариантов ее реализации, при этом **выбор варианта осознанно осуществляет ЛПР**, то на дереве событий эту «развилку» будем обозначать **квадратом**. Если же **выбор варианта развития ситуации осуществляется благодаря случаю** и ЛПР на него не влияет, то такую «развилку» будем обозначать **окружностью**. Под каждой линией указывается вероятность реализации соответствующему этой линии сценарию развития ситуации. Таким образом, все возможные сценарии развития событий будут отображены на дереве решений в виде ветвей этого дерева.



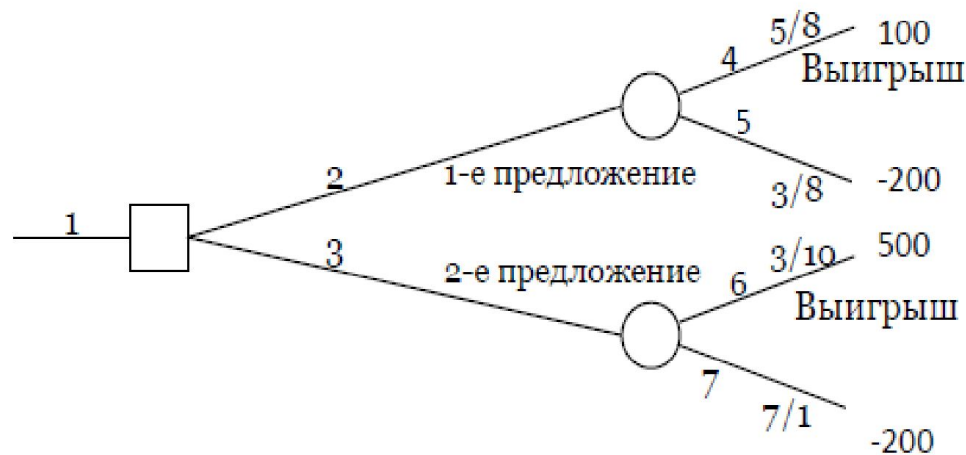
Метод «Дерево решений». Пример 1

- Предприниматель должен выбрать одну из двух вариантов инвестиции денежных средств. В первом предложении предполагается пакет акций, которые, по **прогнозам экспертов** в 5 случаях из 8 дадут за год 100 рублей прибыли на 1 акцию, и в 3 случаях из 8 – акция упадет в цене, что приведет к убытку в 200 рублей на одну акцию. Второе предложение заключается в пакете акций, которые с вероятностью 0,3 дают ожидаемую прибыль в 500 рублей на акцию и с вероятностью 0,7 – убыток 200 рублей из-за падения акций. Как лучше поступить и какой средний выигрыш на одну акцию?



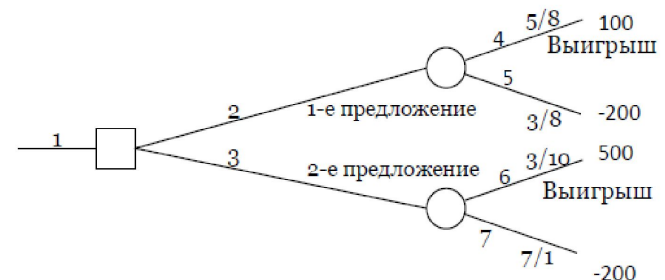
Метод «Дерево решений»»

- Последние правые ветви дерева решений соответствуют конкретным исходам, результатам принятого решения.
- В большинстве случаев этот результат можно измерить количественно, например, если он имеет смысл **прибыли, вероятности успеха, степени риска**.
- Если показатель привлекательности результата качественный, то его можно измерить путем **экспертной оценки**.



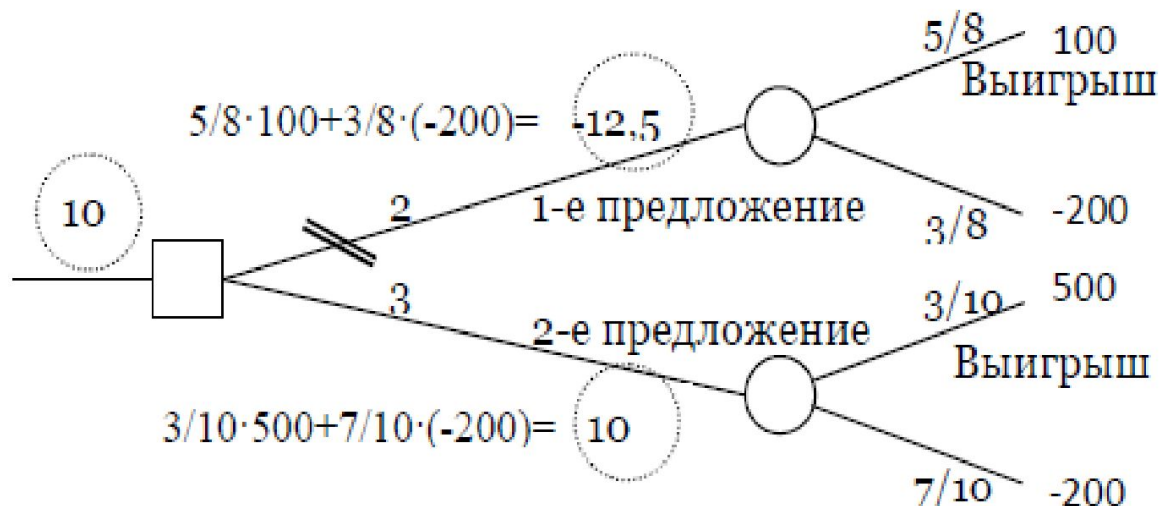
Метод «Дерево решений»»

- Решение методом «дерева решений» находится на основе процесса взвешивания, который производится справа налево, от крайних ветвей дерева к их корню. При этом нужно соблюдать следующие правила:
- 1) Если взвешиваемая ветка расходится на несколько в результате принятого ЛПР решения (развилка – квадрат), то вес ветки равен максимальному весу веток, исходящих из нее, при этом ветки с меньшими весами обрубаются.
- 2) Если взвешиваемая ветка расходится из-за случайных обстоятельств (развилка - круг), то ее вес равен сумме произведений весов всех исходящих из нее веток, умноженных на вероятности этих веток.
- 3) Если какая-либо ветка имеет дополнительный вес (например из-за промежуточных дополнительных затрат), то этот вес добавляется к рассчитанному.
- Взвешивание веток производится до тех пор, пока не будет взвешена последняя левая корневая ветка. Ее вес и есть средний выигрыш ЛПР, если он будет действовать оптимально, принимая решения по «неотрубленным» веткам дерева решений.



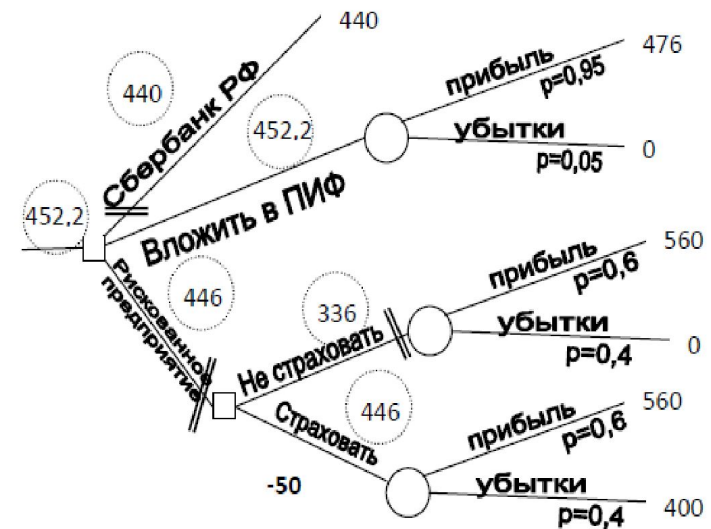
Метод «Дерево решений». Пример 1

- Рассчитываем веса других ветвей дерева решений. Из ветви 2 выходят две ветки со случайным выбором, поэтому в соответствии с правилом 2 ее вес $5/8 \cdot 100 + 3/8 \cdot (-200) = -12,5$. По аналогии, вес ветки 3 равен 10. Из корневой ветки 1 выходят две ветки с неслучайным выбором, поэтому ее вес равен максимальному из их весов, то есть 10. Ветка 2 с меньшим весом обрубается.
- Задача решена. ЛПР должен выбирать второе предложение и его средний выигрыш составит 10 рублей на одну акцию.



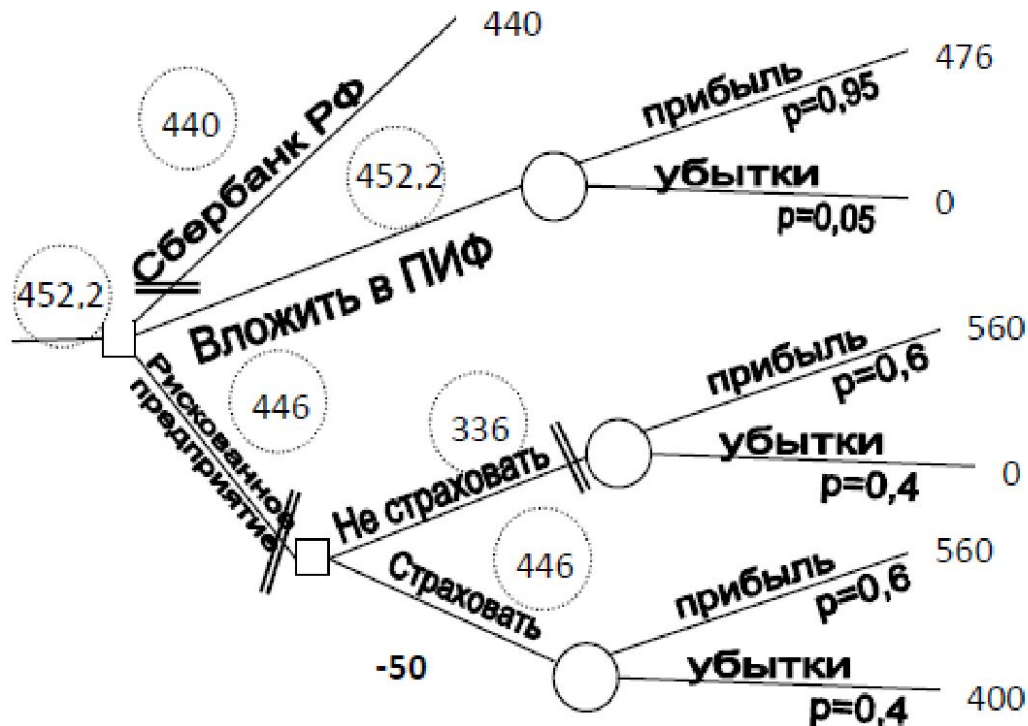
Метод «Дерево решений». Пример 2

- Коммерческая организация располагает суммой в 400 тыс. руб., которую она желает сохранить в течение года. У нее есть возможность положить ее в Сбербанк России под 10 % годовых. Риск при этом сведен к нулю. Однако, положив денежные средства в паевой инвестиционный фонд, предприниматель по оценкам экспертов с 95 % вероятностью получит 19 % годовых, но имеется риск 5 % того, что вклад в результате неблагоприятных обстоятельств не будет возвращен. Имеется вариант вложить средства в рискованное предприятие, связанное с покупкой на реализацию товара, которое с 60 % вероятностью позволит увеличить вклад на 40 % за год. Однако есть риск в 40 % потерять все средства. Но есть вариант за 50 тыс. руб. застраховать свои средства в случае рискованного предприятия. Как лучше всего поступить и какой средний выигрыш от финансовой операции при оптимальном решении?



Метод «Дерево решений». Пример 2

- Строим дерево решений, учитывая дополнительные затраты (на страхование средств), суммы которых указываем под соответствующей ветвью. Эти затраты вычитаются из рассчитанного веса ветви.
- По дереву решения видно, что выгоднее всего вложить деньги в ПИФ и средний выигрыш при этом составит 452,2 тысячи рублей.



- $476 \cdot 0,95 = 452,2$
- $560 \cdot 0,6 = 336$
- $560 \cdot 0,6 + 400 \cdot 0,4 - 50 = 446$

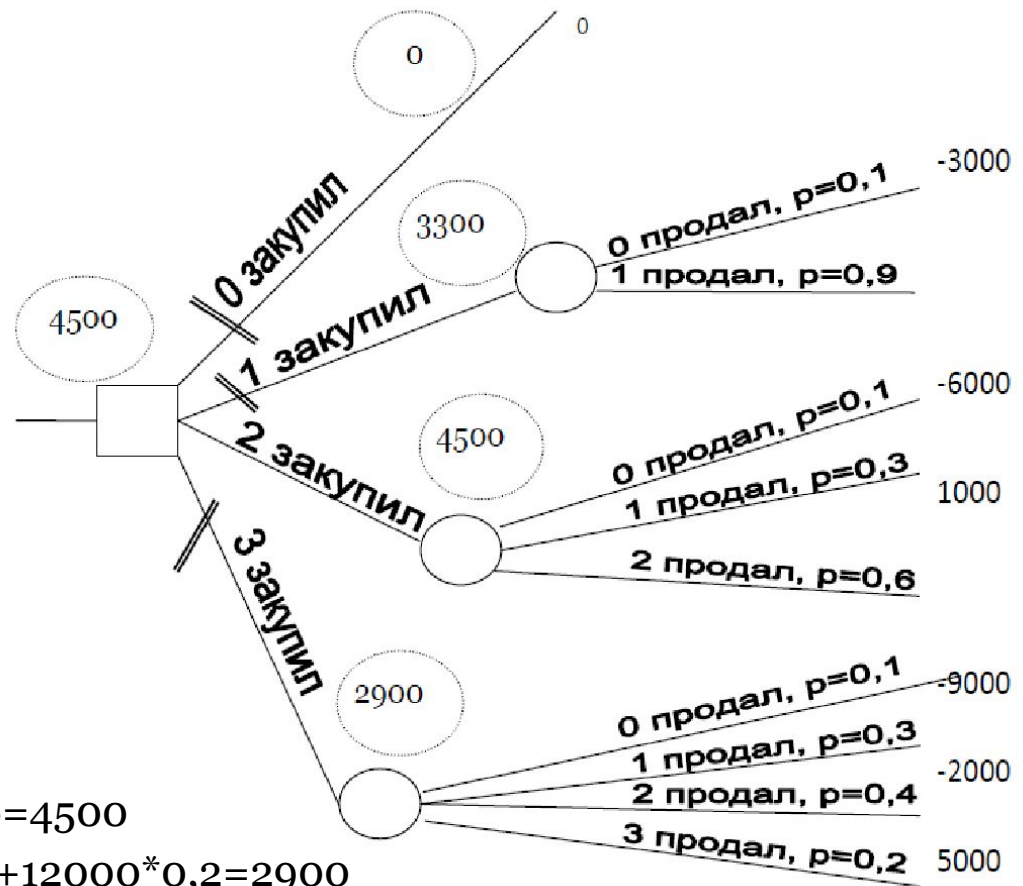
Метод «Дерево решений». Пример 3

- Предприниматель имеет несколько торговых точек по продаже газет и журналов. Большую прибыль приносит ему спортивные газеты, в частности «Спорт-Экспресс». Однако спрос на него не стабилен и во многом зависит от успеха российских и местных (городских) спортсменов за предыдущий день. Если спортивную газету не удастся продать в день выпуска, то спрос на нее, и соответственно прибыль предпринимателя, значительно падают. Оптовую закупку газет выгодно осуществлять партиями, кратными 1000 экземпляров. Как показывает практика, в самые удачные дни выгодно покупать для реализации не более 3-х партий газет. По статистике, вероятность не продать ни одной партии равна 0,1, вероятность продать только одну партию газеты составляет 0,3, вероятность продать две партии – 0,4, и все три – 0,2. При продаже каждой партии предприниматель получает прибыль 4000 руб. В случае, если партия была закуплена, но не была продана, убытки составляют 3000 руб. Определить, какое количество партий оптимальнее всего закупать и какая при этом средняя прибыль.



Метод «Дерево решений». Пример 3

- У предпринимателя 4 альтернативы: не закупать не текущий день партию газет вообще, закупить одну, две, или три партии. Если партия реализуется, то это дает прибыль 4000 руб. на каждую партию.
- Убытки могут быть двух видов: если партия закуплена, но не реализована, то убытки 3000 руб., если партия не закуплена, но спрос на нее был, то имеется упущенная прибыль, что также не выгодно предпринимателю. В итоге, дерево решений можно представить в виде (рис.). Видно, что для получения максимальной средней прибыли в 4500 руб. нужно закупать 2 партии газет.



- $-3000 \cdot 0,1 + 4000 \cdot 0,9 = 3300$
- $-6000 \cdot 0,1 + 1000 \cdot 0,3 + 8000 \cdot 0,6 = 4500$
- $-9000 \cdot 0,1 - 2000 \cdot 0,3 + 5000 \cdot 0,4 + 12000 \cdot 0,2 = 2900$

- $-3000 \cdot 0,1 + 4000 \cdot 0,90 = 3300$
- $-6000 \cdot 0,1 + 1000 \cdot 0,3 + 8000 \cdot 0,6 = 4500$
- $-9000 \cdot 0,1 - 2000 \cdot 0,3 + 5000 \cdot 0,4 + 12000 \cdot 0,2 = 2900$