Тема урока:

Метод математической индукции.

Утверждения

Общие

Все граждане России имеют право на образование.

Во всяком параллелограмме диагонали в точке пересечения делятся пополам.

Все числа, оканчивающиеся нулём, делятся на 5.

Частные

Петров имеет право на образование.

В параллелограмме ABCD диагонали в точке пересечения делятся пополам.

140 делится на 5.

Дедукция –

переход от общих утверждений к частным.

Пример.

Все граждане России имеют право на образование.

Петров – гражданин России.

Петров имеет право на образование.

Индукция –

переход от частных утверждений к общим.

Пример.

140 делится на 5.

Все числа, оканчивающиеся нулём, делятся на 5.

---

140 делится на 5.

Все трёхзначные числа делятся на 5.

Знаменитый математик XVII в. П.Ферма проверив, что числа

$$2^{2^0}+1=3$$
$$2^{2^1}+1=5$$
$$2^{2^2}+1=17$$
$$2^{2^3}+1=257$$
$$2^{2^4}+1=65537$$

простые, сделал по индукции предположение, что для всех n=1,2,3,… числа вида

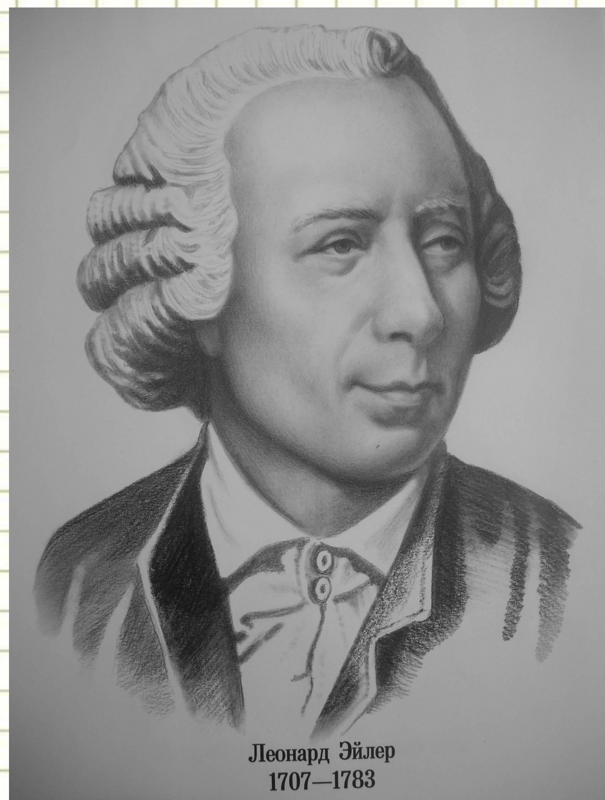
$$2^{2^n}+1$$

простые.

В XVIII веке Л.Эйлер нашел, что при n=5

$$2^{2^5}+1=4294967297=641\cdot 6700417$$

составное число.



Принцип математической индукции

Утверждение **P(*n*)** справедливо для всякого натурального ***n***, если:

1. Оно справедливо для ***n*=1** или для наименьшего из натуральных чисел при котором закономерность имеет смысл.

2. Из справедливости утверждения для какого либо произвольного натурально ***n*=*k*** следует его справедливость для ***n*=*k*+1.**

Алгоритм доказательства методом математической индукции

1. Проверяют справедливость гипотезы для наименьшего из натуральных чисел при котором гипотеза имеет смысл (базис индукции).

2. Сделав предположение, что гипотеза верна для некоторого **значения** ***k*****,** стремятся доказать справедливость ее **для** ***k*****+1** (индукционный шаг).

3. Если такое доказательство удалось довести до конца, то, на основе принципа математической индукции можно утверждать, что высказанная гипотеза справедлива для любого натурального **числа** ***n*****.**

Суть доказательства

методом математической индукции:

1. **базис** проверить верность утверждения при $n = 1$

2. **индукционный шаг**

   - допустить, что утверждение верно при $n = k$

   - доказать, что утверждение верно при $n = k+1$

Доказать, что $a^n > 0$, для любого натурального числа n и $a>0$.

Доказательство:

1. Имеем n=1, a>0. Следовательно, утверждение верно при n=1.
2. Пусть k-любое натуральное число и пусть утверждение справедливо для n=k, т.е. >0

a^k .

Докажем, что тогда утверждение справедливо и для следующего натурального числа n=k+1, т.е. что a^{k+1}>0. a^n

>0.

$a^k \cdot a$

Итак, утверждение истинно для любого натурального n.

Задача

Доказать, что любого натурального числа n сумма n первых нечетных натуральных чисел равна n^2 :

$$1+3+\ldots+(2n-1) = n^2$$

Доказательство:

1. Проверим верность утверждения при n=1.

- 1= 1^2

Следовательно, утверждение верно при n=1.

2. Пусть утверждение справедливо для n=k, т.е.

1+3+…+(2k-1)= k^2

Докажем истинность утверждения для n=k+1, т.е. что

1+3+…+ (2k-1)+(2(k+1)-1)= $(k+1)^2$

1+3+…+(2k-1)+(2k+1) = $k^2+(2k+1)=(k+1)^2$

Итак, утверждение истинно для любого натурального n.

Задача

Доказать, что для любого натурального числа n истинно утверждение

$$(8^n + 6) \vdots 7$$

Задача

Доказать, что сумма *n* первых чисел натурального ряда равна

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Метод математической индукции позволяет в поисках общего закона испытывать возникающие при этом гипотезы, отбрасывать ложные и утверждать истинные.

«Понимание и умение правильно применять принцип математической индукции, является хорошим критерием логической зрелости, которая совершенно необходима математику».

А.Н. Колмогоров