Показательная функция

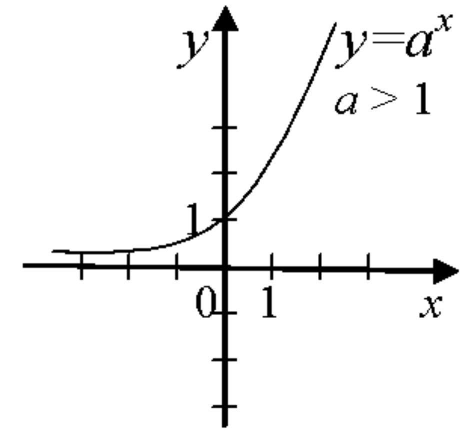
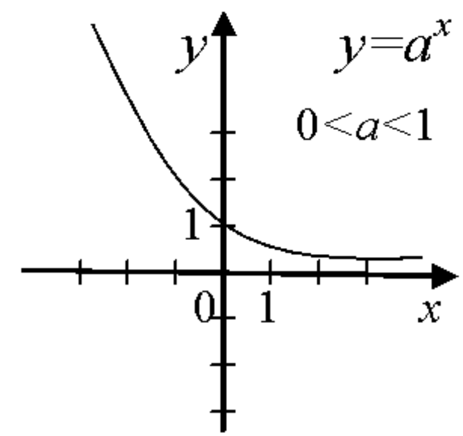
- Рассмотрим функцию $y = 2^x$

X	0	1	2	3	-1	-2
y	1	2	4	8	1/2	1/4

- Рассмотрим функцию $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

X	0	1	2	-1	-2	-3
y	1	1/2	1/4	2	4	8

Функцию вида $y = a^x$, где $a>0$, $a\neq1$, называют показательной функцией.

Показательная функция				
$y=a^x$, $a>0$, $a \neq 1$	область определения $(-\infty; +\infty)$	область значений $(0; +\infty)$	при $a>1$ возрастает на всей области определения, при $0<a<1$ убывает на всей области определения	 

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

***Показательное уравнение* – это уравнение, в котором неизвестное содержится в *показателе* степени.**

Уравнения вида $$a^{f(x)}=a^{g(x)},$$

где а – положительное число* (т.е. *а*>0), *отличное от 1* (*а*≠1), *и уравнения, сводящиеся к этому виду, называются <u>показательными</u>.

Пример. $$2^{6x-7}=2^{14x-3}$$

$$2^{x}\cdot 5^{x-1}=200$$

ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

- *1. Решаемые переходом к одному основанию.*
- *2. Решаемые переходом к одному показателю степени.*
- *3. Решаемые вынесением общего множителя за скобку.*
- *4. Сводимые к квадратным или кубическим введением замены переменной.*

1. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СВЕДЕНИЕМ ОБЕИХ ЧАСТЕЙ УРАВНЕНИЯ К ОДНОМУ ОСНОВАНИЮ

- $5^{4x+2} = 125$
- $5^{4x+2} = 5^3$
- $4x+2 = 3$
- $4x = 1$
- $x = 0{,}25$
- Ответ: $x = 0{,}25$

- *2. Решаемые переходом к одному показателю степени.*

Решение путем деления !

Если обе части уравнения степени с равными показателями, то уравнение решают делением обеих частей на любую из степеней.

- $3^x=2^x$ | разделим обе части на 2^x
- $3^x: 2^x=2^x: 2^x$
- $(3/2)^x=1$
- $(1,5)^x=1$
- $(1,5)^x=(1,5)^0$
- $x=0$

3. Решение разложением на множители

- Если одна из частей уравнения содержит алгебраическую сумму степеней с одинаковыми основаниями , показатели которых отличаются на постоянное слагаемое , то такое уравнение решается разложением на множители.

Пример показательного уравнения, одна из частей которого содержит алгебраическую сумму

$$3^{x+1}-2\cdot3^{x-2}=25 \qquad 3^x\cdot3^1-2\cdot3^x\cdot3^{-2}=25$$

$$3^x\cdot\left(3-2\cdot\frac{1}{9}\right)=25 \qquad \Big|\ 3-2\cdot\frac{1}{9}=3-\frac{2}{9}=\frac{27-2}{9}=\frac{25}{9}$$

$$3^x\cdot\frac{25}{9}=25 \qquad \Big|\ \text{делим на } \frac{25}{9}$$

$$3^x=25\cdot\frac{9}{25}$$

$$3^x=9$$

$$3^x=3^2$$

$$x=2$$

4. Сведение показательных уравнений к квадратным

Одним из наиболее распространенных методов решения уравнений (в том числе и показательных), является метод замены переменной, позволяющий свести то или иное уравнение к алгебраическому (как правило, квадратному) уравнению.

Решить уравнение $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

$$5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

$$(5^x)^2 - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Пусть $5^x = t$ Тогда $t^2 - 6 \cdot t + 5 = 0$ $t = 1;\quad t = 5$

$5^x = 1$ $\qquad$ $5^x = 5$

Обратная замена: $5^x = 5^0$ $\qquad$ $5^x = 5^1$

$x = 0$ $\qquad$ $x = 1$

Найдите корень уравнения устно:

$$3^x = 27 \qquad 2^x = 8$$

$$\left(\frac{1}{27}\right)^x = 1 \qquad \left(\frac{1}{4}\right)^x = 16$$

Найдите корень уравнения устно:

$$\left(6\frac{4}{13}\right)^{2x+5} = 1$$

$$\left(5\frac{13}{19}\right)^{3x-9} = 1$$

Решите уравнение

$$2^x = 6 - x$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = x + 6$$