Лекция 9:

Определение объема выборки

Основные выводы предыдущих лекций

- Основной вид научного продукта – публикация в журнале, предпочтительно – в международном, предпочтительно – с высоким импакт-фактором.
- Международные англоязычные журналы предпочитают публиковать статьи, нацеленные на экспериментальную проверку гипотез («Доктрина NHST»).
- Планирование эксперимента начинается с формулировки гипотезы и определения приемлемой вероятности ошибок первого и второго рода.
- Если мы не смогли отвергнуть нулевую гипотезу, то это вовсе не значит, что альтернативная гипотеза верна.

Цель лекции

- Ознакомление с методами расчета объемов выборок для различных типов экспериментальных планов.
- Приобретение навыков критического анализа экспериментальных планов.

Структура первой части

- Точность оценки параметра.
- Определение объема выборки, необходимого для оценки:
  - непрерывного, нормально распределенного параметра;
  - процентного соотношения;
  - счетных признаков (распределение Пуассона и обратное биномиальное распределение).
- Определение объема выборки, необходимого для нахождения редко встречающегося объекта;
- Определение объема выборки в случае, когда характер распределения неизвестен.
- Это полезно запомнить…

Что может статистика?

- Выполнить ***свертку информации***: подсчет некоторых характеристик выборки и (на основании этого) вынесение вероятностных суждений о характеристиках исследуемой популяции.
  - **Пример:** С вероятностью 0.95 средняя длина крыла комнатной мухи, пойманной в г. Мончегорске попадает в интервал от 5.73 до 6.28 мм.
- Выполнить ***проверку гипотезы***, то есть вынести вероятностное суждение по поводу истинности либо ложности некоего априорно сформулированного утверждения.
  - **Пример:** Вероятность того, что средняя длина крыла комнатной мухи в исследуемой выборке из г. Мончегорска отличается от средней длины крыла комнатной мухи в исследуемой выборке из г. Апатиты исключительно вследствие воздействия на эти выборки случайных факторов равна 0.8% (то есть $P = 0.008$).
- Провести ***статистическое моделирование***.

Определение объема выборки

- Для оценки некоего параметра с заданной точностью (1-я часть лекции).
- Для проверки статистической гипотезы при заданных (2-я часть лекции):
  - вероятности ошибки первого рода (α);
  - силе анализа ($1-\beta$);
  - величине эффекта (заданной в абсолютных либо относительных величинах).

Выбор точности оценки параметра

- Определение желаемой точности оценки изучаемого параметра – задача экологическая, а не статистическая.
- Для разных исследований точность оценки может существенно различаться.
- Помимо научных аспектов, всегда следует принимать во внимание ответственность решений, которые могут основываться на ваших данных.

Абсолютная и относительная точность измерения

- **Абсолютная точность измерения:** например, исследователь формулирует требование, что истинное (то есть присущее заданной генеральной совокупности) значение длины листа с вероятностью 95% должно попасть в интервал ± 2.8 мм от средней оценки, полученной при анализе выборки.
- **Относительная точность измерения:** оценка определяется в процентах от среднего значения, например 95% доверительный интервал задается как ± 6% от истинного значения.
- Связь этих оценок очевидна:

  Относительная точность =

  = (Абсолютная точность /Среднее значение) × 100%

Рекомендуемая точность оценки параметра

- Некоторые учебники (например, Ивантер и Коросов, 1992) рекомендуют в экологических исследованиях добиваться относительной ошибки <3%; ошибка в интервале 3-5% определяется этими авторами как «удовлетворительная». При относительной ошибке >5%, рекомендуется сбор дополнительного материала или повторение опыта.
- Мне эти требования представляются сильно завышенными (за исключением специальных случаев).

Непрерывная изменчивость: измерение одного параметра

- Если для измеряемого параметра ожидается распределение значений, близкое к нормальному, то объем выборки определяется по формуле:

$$\boxed{N = (t_\alpha} \sigma/d)^2$$

- N – объем выборки, необходимый для определения среднего с заданной точностью;
- σ – среднеквадратичное отклонение среднего;
- d – абсолютная ошибка (задается исследователем);
- t_α – критерий Стьюдента для числа степеней свободы N-1 и доверительной вероятности 1-α.
- На практике принимают:
  - t_α = 2 для 95% уровня значимости,
  - t_α = 2.7 для 99% уровня значимости,
  - t_α = 1.7 для 90% уровня значимости.

Оценка среднеквадратичного отклонения

- Приблизительное значение σ до начала работы можно получить одним из следующих способов:
  - Использовать значение, полученное ранее в сходных условиях.
  - Оценить стандартную ошибку путем изучения малой выборки (имеет смысл в тех случаях, когда предполагается существенный объем измерений).
  - Использовать экспертную оценку.
  - Рассчитать на основе размаха изменчивости ($X_{max} – X_{min}$).

Оценка среднеквадратичного отклонения

- Часто удается достаточно легко определить размах изменчивости, то есть разность (W) между максимальным и минимальным значениями признака в выборке некоторого объема. Тогда:

$$\boxed{\sigma = W*CF}$$

- CF (conversion factor) находится из таблицы по заданному объему выборки (это – объем выборки, для которой известны максимальное и минимальное значения, а не объем выборки, который необходимо оценить).

Оценка среднеквадратичного отклонения на основании размаха изменчивости

N	CF
2	0.886
3	0.591
4	0.486
5	0.430
6	0.395
7	0.370
8	0.351
9	0.337
10	0.325
11	0.315
12	0.307

N	CF
13	0.300
14	0.294
15	0.288
16	0.283
17	0.279
18	0.275
19	0.271
20	0.268
25	0.254
30	0.245
40	0.231

N	CF
50	0.222
60	0.216
70	0.210
80	0.206
90	0.202
100	0.199
150	0.189
200	0.182
300	0.174
500	0.165
999	0.154

Непрерывная изменчивость: измерение одного параметра

- Можно провести сбор информации в два этапа.
- На первом этапе взять выборку объема N_1, определить σ_1 и рассчитать окончательный объем выборки по формуле:

$$\boxed{N=(t_\alpha \sigma_1/d)^2(1+2/N_1)}$$

Пример 1

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы 95% доверительный интервал для среднего значения длины листа березы составлял ± 2.8 мм? Известно, что в выборке из 100 листьев крайние значения составляют 17 и 54 мм.

Пример 1

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы 95% доверительный интервал для среднего значения длины листа березы составлял ± 2.8 мм? Известно, что в выборке из 100 листьев крайние значения составляют 17 и 54 мм.
- Размах изменчивости: W = 54 – 17 = 37 мм.

Пример 1

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы 95% доверительный интервал для среднего значения длины листа березы составлял ± 2.8 мм? Известно, что в выборке из 100 листьев крайние значения составляют 17 и 54 мм.
- Размах изменчивости: W = 54 – 17 = 37 мм.
- Из таблицы: CF = 0.199 (для N = 100).

Пример 1

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы 95% доверительный интервал для среднего значения длины листа березы составлял ± 2.8 мм? Известно, что в выборке из 100 листьев крайние значения составляют 17 и 54 мм.
- Размах изменчивости: W = 54 – 17 = 37 мм.
- Из таблицы: CF = 0.199 (для N = 100).
- Подставляя в формулу ($\sigma = W*CF$), получим:

  σ = 37 мм * 0.199 = 7.4 мм.

Пример 1

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы 95% доверительный интервал для среднего значения длины листа березы составлял ± 2.8 мм? Известно, что в выборке из 100 листьев крайние значения составляют 17 и 54 мм.
- Размах изменчивости: W = 54 – 17 = 37 мм.
- Из таблицы: CF = 0.199 (для N = 100).
- Подставляя в формулу ($\sigma = W*CF$), получим:
  σ = 37 мм * 0.199 = 7.4 мм.
- Подставляя в формулу [$N = (t_\alpha \sigma/d)^2$], получим
  $N = (2 * 7.4 / 2.8)^2 = 27.94$, то есть необходимо измерить 28 листьев.
- На практике имеет смысл измерить 30 листьев.

Непрерывная изменчивость: измерение одного параметра

- Если известен коэффициент вариации

$$CV = \sigma / \text{mean}$$

- то расчет объема выборки может быть проведен по формуле:

$$\boxed{N = (100CV*t_{\alpha}/r)^2}$$

- где r – заданная исследователем относительная ошибка (величина доверительного интервала, выраженная в процентах от среднего)

Обзор методов определения плотности популяций

APPRAISING VARIABILITY IN POPULATION STUDIES[1]

L. L. EBERHARDT, Pacific Northwest Laboratories, Battelle Memorial Institute, Richland, Washington 99352

Abstract: This paper addresses the general question of determining sample size for population studies. Different objectives for population studies are described as a basis for determining the appropriate approach to selecting a sample size. The bases for mathematical models for various methods of population study are discussed, with particular emphasis on the situations in which indices or relative measures of abundance are used. A classification of population census methods is given. Several "variance-laws" for index data are discussed, and an extensive tabulation of data on variability of aquatic and terrestrial indices is presented. Several equations for calculating sample sizes are listed and discussed. References to various published tables and charts for determining sample size follow.

J. WILDL. MANAGE. 42(2):207–238

Коэффициенты вариации плотности популяций (Eberhardt, 1978)

Среда обитания	**Организмы и способы учета**	**CV**
Водная	Планктон	0.70
	Бентос	0.40-0.80
	Моллюски	0.40
	Рыбы	0.50-2.00
Наземная	Учеты вдоль дорог с а/м	0.80
	Учеты птиц по голосам	0.70
	Маршрутные учеты	0.50-2.00
	Подсчет экскрементов	1.00

Пример 2

- Известно, что коэффициент вариации плотности планктона в среднем составляет 0.70. Необходимо определить число выборок, достаточное для определения средней плотности с точностью ± 25%.

Пример 2

- Известно, что коэффициент вариации плотности планктона в среднем составляет 0.70. Необходимо определить число выборок, достаточное для определения средней плотности с точностью ± 25%.
- По формуле [$N = (100CV*t_{\alpha}/r)^2$] объем выборки $N = (100*0.70*2/25)^2 = 31.36$.
- На практике целесообразно взять 35 выборок.

Поправка на размер генеральной совокупности

- Приведенные выше формулы подразумевают, что выборка составляет бесконечно малую часть генеральной совокупности.
- В тех случаях, когда генеральная совокупность мала, и приведенные формулы дают объем выборки, превышающий 5-10% от общего числа изучаемых объектов, вводится поправка на размер генеральной совокупности (G):

$$\boxed{N_G = N / [1 + (N / G)]}$$

- В этой формуле N_G – объем выборки из генеральной совокупности конечного объема G, N – объем выборки, определенный по любой из приведенных выше формул.

Пример 3

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы 95% доверительный интервал для среднего значения длины листа березового саженца, у которого всего около 150 листьев, составлял ± 2.8 мм? Известно, что в выборке из 100 листьев крайние значения составляют 17 и 54 мм.

Пример 3

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы 95% доверительный интервал для среднего значения длины листа березового саженца, у которого всего около 150 листьев, составлял ± 2.8 мм? Известно, что в выборке из 100 листьев крайние значения составляют 17 и 54 мм.
- Расчет (Пример 1) дает объем выборки 28 листьев.
- По формуле ($N_G = N / [1 + (N / G)]$) имеем: $N_G = 28 / [1 + 28 / 150] = 23.60$ листьев. На практике имеет смысл замерить 25 листьев.

Объем выборки для определения процентного соотношения

- Любые распределения особей по двум категориям (соотношение полов, живые либо мертвые, здоровые либо больные, поврежденные либо неповрежденные), описываются биномиальным распределением (доля первого типа равна **P**, доля второго составляет **1 – P**).

Объем выборки для определения процентного соотношения

- Необходимо задать допустимую абсолютную ошибку d, величину α, и ориентировочное значение P.
- Если P неизвестно, задаем P = 0.5.
- Размер выборки, достаточной для того, чтобы оценка среднего значения P попала в интервал P ± d с вероятностью (1 – α), определяется по формуле:

$$\boxed{N = t_{\alpha}*2*P*(1 - P) / d^2}$$

Пример 4а

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы оценить соотношение полов в популяции благородного оленя с точностью 5% (то есть $d = 0.05$)? Ожидаемая доля самцов $P = 0.40$.

Пример 4а

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы оценить соотношение полов в популяции благородного оленя с точностью 5% (то есть d = 0.05)? Ожидаемая доля самцов P = 0.40.
- По формуле ($N = t_{\alpha}*2*P*(1 – P) / d^2$) находим $N = 2 * 2 * 0.40 * (1 – 0.40) / 0.05^2 = 38$ особей.

Пример 4б

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы оценить соотношение полов в популяции благородного оленя с точностью 2% (то есть $d = 0.02$)? Ожидаемая доля самцов $P = 0.40$.

Пример 4б

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы оценить соотношение полов в популяции благородного оленя с точностью 2% (то есть d = 0.02)? Ожидаемая доля самцов P = 0.40.
- По формуле ($N = t_\alpha * 2 * P * (1 – P) / d^2$) находим $N = 2 * 2 * 0.40 * (1 – 0.40) / 0.02^2 \approx 2400$ особей.
- При повышении требований к точности оценки величина выборки стремительно возрастает!

Поправка на размер генеральной совокупности

- Если объем генеральной совокупности известен, объем выборки можно скорректировать по формуле:

$$\boxed{N_G = N / [1 + (N / G)]}$$

- Если объем исследуемой генеральной совокупности не превышает 4000, такая коррекция позволяет существенно уменьшить объем выборки.

Пример 4в

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы оценить соотношение полов в популяции благородного оленя с точностью 2% (то есть $d = 0.02$)? Ожидаемая доля самцов $P = 0.40$. Популяция насчитывает 1500 особей.

Пример 4в

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы оценить соотношение полов в популяции благородного оленя с точностью 2% (то есть $d = 0.02$)? Ожидаемая доля самцов $P = 0.40$. Популяция насчитывает 1500 особей
- Расчет для бесконечной популяции (пример 4б): $N \approx 2400$ особей.
- По формуле ($N_G = N / [1 + (N / G)]$) вводим поправку на размер популяции: $N_G = 2400 / (1 + 2400 / 1500) = 923{,}08$.

Дискретная изменчивость: распределение Пуассона

- Распределение Пуассона – это случайное распределение редких событий.
- Например, число яиц в кладке и число особей фитофага на растении часто описываются распределением Пуассона.

Дискретная изменчивость: распределение Пуассона

- Объем выборки вычисляется по формуле:

$$\boxed{N = (100 * t_\alpha)^2 / (r^2 * mean)}$$

- В этом случае r – заданная исследователем относительная ошибка, то есть величина доверительного интервала, выраженная в процентах от среднего значения. Упрощая, для α = 0.05 получим:
  - для точности ± 5% N ≈ 1600 / mean,
  - для точности ± 10% N ≈ 400 / mean,
  - для точности ± 25% N ≈ 64 / mean,
  - для точности ± 50% N ≈ 16 / mean.

Пример 5

- Известно, что число яиц в кладке большой синицы составляет в среднем 6 и подчиняется распределению Пуассона. Сколько кладок нужно учесть, чтобы оценить среднее значение с точностью 5%?

Пример 5

- Известно, что число яиц в кладке большой синицы составляет в среднем 6 и подчиняется распределению Пуассона. Сколько кладок нужно учесть, чтобы оценить среднее значение с точностью 5%?
- По формуле [$N = (100 \cdot t_{\alpha})^2 / (r^2 \cdot mean)$] получаем: $N = (100 \cdot 2)^2 / (5^2 \cdot 6) = 266.67$ кладок.

Дискретная изменчивость: негативное биномиальное распределение

- Негативное биномиальное распределение (в отличие от распределения Пуассона) описывает распределение особей в выборке в том случае, когда особи тяготеют друг к другу (скученное распределение).

Дискретная изменчивость: негативное биномиальное распределение

- Расчет объема выборки требует знания не только среднего значения, но и коэффициента k, который либо определяется из небольшой выборки, либо оценивается, исходя из других работ.

$$\boxed{N = (1/mean + 1/k)\,(100 {*} t_{\alpha})^2 / r^2}$$

- Упрощая, для $\alpha = 0.05$ получим:
  - для точности ± 5% $N \approx 1600\ (1/mean + 1/k)$,
  - для точности ± 10% $N \approx 400\ (1/mean + 1/k)$,
  - для точности ± 25% $N \approx 64\ (1/mean + 1/k)$,
  - для точности ± 50% $N \approx 16\ (1/mean + 1/k)$.

Пример 6

- Известно что распределение гороховой тли по стеблям гороха описывается негативной биномиальной моделью. Среднее число особей равно 3.46, коэффициент $k = 2.65$. Сколько стеблей нужно обследовать, чтобы оценить среднее значение плотности популяции вредителя с точностью ±15%?

Пример 6

- Известно что распределение гороховой тли по стеблям гороха описывается негативной биномиальной моделью. Среднее число особей равно 3.46, коэффициент k = 2.65. Сколько стеблей нужно обследовать, чтобы оценить среднее значение плотности популяции вредителя с точностью ±15%?
- По формуле [$N = (1/mean + 1/k)\ (100 \cdot t_\alpha)^2 / r^2$] получим: $N = (1 / 3.46 + 1 / 2.65)\ (100 \cdot 2)^2 / 15^2 = 118.47$ растений.
- На практике лучше учесть 125 растений.

Важность априорной информации

- Если мы неправильно определим тип распределения, ошибка в оценке объема выборки может оказаться весьма существенной.
- Например, если мы ошибочно решим, что распределение тли (Пример 6) описывается моделью Пуассона, мы получим объем выборки 51 растение.

Нахождение редко встречающегося объекта

- Если ожидаемая частота проявления признака равна P, то объем выборки, в которой с вероятностью (1 - α) встретится хотя бы одна особь с заданным значением признака, может быть рассчитан по формуле:

$$\boxed{N = \log(1-\alpha) / \log(1 - P)}$$

- Объемы выборок для разных частот изучаемого признака при трех уровнях значимости сведены в таблицу.

Объем выборки для нахождения редко встречающегося объекта

1 - α	Частота признака (P)								
	.001	.002	.003	.004	.005	.006	.007	.008	.009
0.95	3252	1446	1001	765	591	500	420	372	334
0.99	5000	2222	1538	1176	909	769	645	571	513
.999	7500	3333	2308	1765	1364	1153	968	857	769

1 - α	Частота признака (P)								
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.95	296	148	99	74	58	48	41	36	32
0.99	455	277	152	113	90	74	63	55	49
.999	682	341	227	169	135	112	95	83	73

1 - α	Частота признака (P)								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.95	28	13	9	6	4	3	2	2	1
0.99	44	21	13	9	7	5	4	3	2
.999	66	31	20	14	10	8	6	4	3

Пример 7

- На основании исследования 124 павианов (Wiener & Moor-Jankowski, 1969) был сделан вывод об отсутствии у павианов особей с группой крови 0. Правомерен ли этот вывод?

Пример 7

- На основании исследования 124 павианов (Wiener & Moor-Jankowski, 1969) был сделан вывод об отсутствии у павианов особей с группой крови 0. Правомерен ли этот вывод?
- Из Таблицы находим, что на уровне значимости 0.99 данная выборка позволяет сделать вывод лишь о том, что в исследованной популяции частота особей с группой крови 0 не превышает 4%.

1 - α	Частота признака (P)								
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.95	296	148	99	74	58	48	41	36	32
0.99	455	277	152	113	90	74	63	55	49
.999	682	341	227	169	135	112	95	83	73

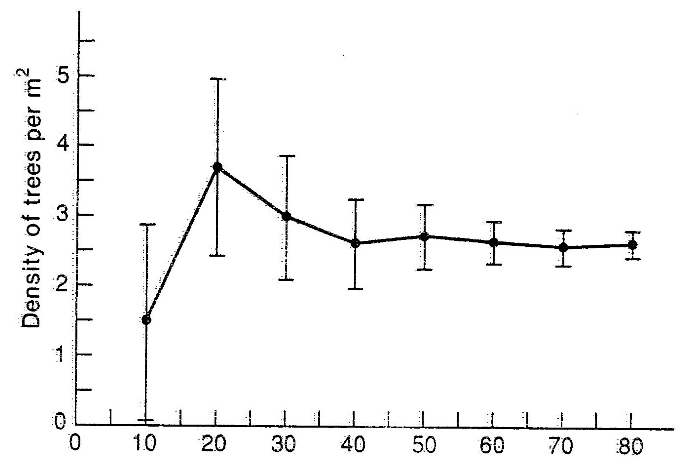
- Действительно, при увеличении объема выборки до 684 особей авторы обнаружили несколько особей с группой крови 0; частота этого признака оказалась около 1%.

Специальные методы

- Метод повторного отлова меченых особей.
- Трансектные учеты.
- И многие, многие другие.
- Некоторые описаны в учебнике: Ch.J.Krebs. Ecological methodology (любое издание).
- Читайте специальную литературу!

Последовательное увеличение объема выборки

- В некоторых ситуациях ни один из описанных выше методов не может быть применен – из-за сложного плана эксперимента либо отсутствия информации о типе и параметрах изучаемого распределения.
- В этом случае возможен последовательный сбор данных с расчетом выборочных параметров после каждого следующего этапа сбора информации.
- Решение о прекращении сбора материала принимается, когда доверительный интервал достигнет размера, достаточного для проводимого исследования.



Учет деревьев красной ольхи проводили на квадратах размером 2 х 2 м; 95% интервал подсчитывали после подсчета каждых 10 квадратов (из Krebs 1989).

Это полезно запомнить…

- Для расчета объема выборки при измерении некоего параметра необходимо **знать**:
  - Тип распределения, которому подчиняется исследуемая величина;
  - Приближенные оценки характеристик распределения (зависят от типа распределения).
- Для расчета объема выборки необходимо **задать**:
  - Абсолютную либо относительную точность оценки интересующего нас параметра.

Структура второй части

- Определение объема выборки:
    - При корреляционном анализе;
    - При сравнении двух средних значений нормально распределенного признака;
    - При сравнении двух процентных соотношений;
    - При сравнении видового разнообразия двух сообществ;
    - При дисперсионном анализе.
- Это полезно запомнить…

Определение объема выборки

- Для оценки некоего параметра с заданной точностью (1-я часть лекции).
- Для проверки статистической гипотезы при заданных (2-я часть лекции):
  - вероятности ошибки первого рода (α);
  - силе анализа (1-β);
  - величине эффекта (заданной в абсолютных либо относительных величинах).

Выбор величины эффекта

- Определение величины эффекта, который исследователь планирует обнаружить, – задача экологическая, а не статистическая.
- Для разных исследований величины эффектов могут сильно различаться.
- Помимо научных аспектов, всегда следует принимать во внимание ответственность решений, которые могут основываться на ваших данных.

Тестирование гипотез: корреляционный анализ

- Если задана сила анализа, можно определить объем выборки, необходимой для корректного отклонения ошибочной гипотезы H0: r = 0 при достижении коэффициентом корреляции некоторой фиксированной величины r0:

$$\boxed{N = [(Z\beta + Z\alpha) / z0]^2 + 3}$$

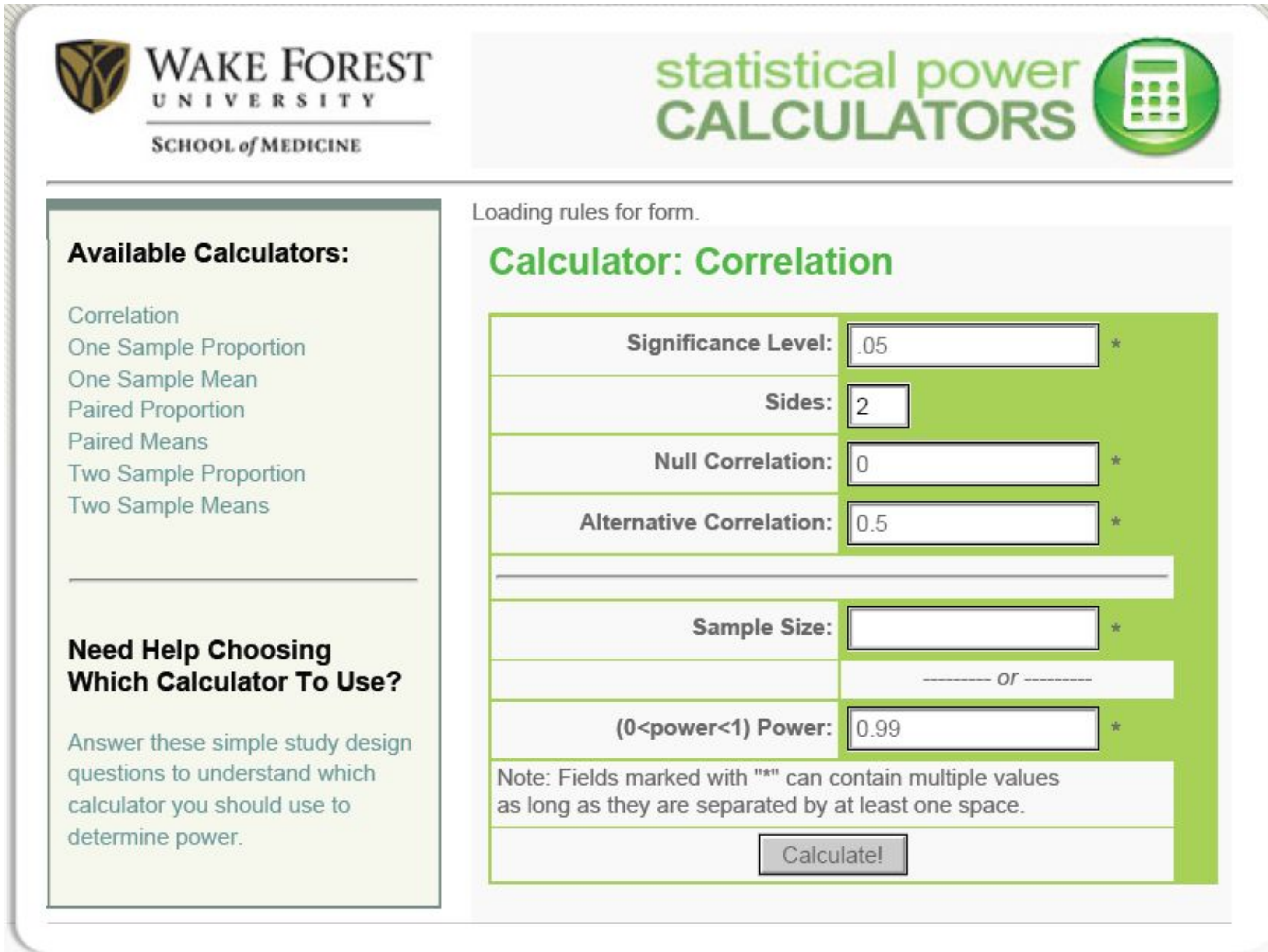
Пример 8

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы отклонить гипотезу H0: $r = 0$ с вероятностью 99% в случае, если абсолютное значение коэффициента корреляции достигнет 0.5?

Пример 8

- Какой объем выборки необходим для того, чтобы отклонить гипотезу H0: r = 0 с вероятностью 99% в случае, если абсолютное значение коэффициента корреляции достигнет 0.5?
- $N = [(Z\beta + Z\alpha) / z0]^2 + 3$
- Из таблицы: r0 = 0.5 □ z0 = 0.5493.
- Из таблицы: α = 0.05 □ Zα = 1.9600.
- Из таблицы: β = 0.01 □ : Zβ = 2.3263.
- $N = [(2.3263 + 1.9600) / 0.5493]^2 + 3 = 63.9$.
- Вывод: сила анализа достигнет 99% при использовании выборки объемом 64 объекта.

Сетевой калькулятор (http://power.phs.wfubmc.edu/index.cfm?calc=cor)



Сетевой калькулятор (http://power.phs.wfubmc.edu/index.cfm?calc=cor)

The POWER Procedure
Fisher's z Test for Pearson Correlation

Fixed Scenario Elements	
Distribution	Fisher's z transformation of r
Method	Normal approximation
Number of Sides	2
Null Correlation	0
Nominal Alpha	0.05
Correlation	0.5
Nominal Power	0.99
Number of Variables Partialled Out	0

Computed N Total		
Actual Alpha	Actual Power	N Total
0.05	0.990	63

Пример 9: Практическая задача

- Изучаем зависимость длины хвои сосны обыкновенной от расстояния до промышленного предприятия.
- Будем использовать корреляционный анализ.
- Сколько пробных площадей (одна ПП = одно расстояние до источника выбросов) необходимо заложить?

Пример 9: Решение

Пример 9: Решение

- H0: $r = 0$ (длина хвои не зависит от расстояния до завода)

Пример 9: Решение

- H0: $r = 0$
- H1: $r = 0.4$ (слабый эффект; из обзора литературы)

Пример 9: Решение

- H0: $r = 0$
- H1: $r = 0.4$
- $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.20$

Пример 9: Решение

- H0: r = 0
- H1: r = 0.4
- $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.20$
- N = 46

Пример 9: Решение

- H0: $r = 0$
- H1: $r = 0.4$
- $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.20$
- $N = 46$
- $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.20$
- $N = 68$

Пример 9: Решение

- H0: $r = 0$
- H1: $r = 0.4$
- $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.20$
- $N = 46$
- $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.20$
- $N = 68$
- $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.05$
- $N = 98$

Тестирование гипотез: сравнение двух коэффициентов корреляции

- Если задана сила анализа, можно определить объем выборки, необходимой для корректного отклонения ошибочной гипотезы **H0: r1 = r2** при заданном уровне значимости α:

$$\boxed{N = 2*[(Z\beta + Z\alpha) / (z1 – z2)]^2 + 3}$$

Пример 10

- Какой объем выборки позволит с вероятностью 90% обнаружить различия между коэффициентами корреляции 0.84 и 0.78 при тестировании гипотезы **H0: r1 = r2** на 5% уровне значимости?

Пример 10

- Какой объем выборки позволит с вероятностью 90% обнаружить различия между коэффициентами корреляции 0.84 и 0.78 при тестировании гипотезы **H0: r1 = r2** на 5% уровне значимости?
- Из Таблицы по величинам r1 и r2 находим z1 = 1.2221, z2 = 1.0454.
- Значения Zα и Zβ определяем из Таблицы по α = 0.05 и β = 0.10: Zα = 1.9600, Zβ = 1.2816.
- Рассчитываем $N = 2*[(1.2816 + 1.9600) / 0.1767]^2 + 3 = 676.09$.
- Вывод: сила анализа достигнет 90% при использовании выборки объемом 676 объектов для определения каждого из двух коэффициентов корреляции.

Тестирование гипотез: сравнение двух средних значений параметра

- Выполнены условия для использования критерия Стьюдента:
  - Репрезентативные выборки случайным образом взяты из сравниваемых генеральных совокупностей.
  - Сравниваемые выборки независимы.
  - Наблюдения в пределах каждой выборки независимы.
  - Распределения признаков не отличаются от нормального.
  - Дисперсия признаков в сравниваемых генеральных совокупностях одинакова.

Тестирование гипотез: сравнение двух средних значений параметра

- Выполнены условия для использования критерия Стьюдента.
- Заданы:
  - минимальная величина различий, которую необходимо выявить (D);
  - допустимые вероятности ошибок как первого (α), так и второго (β) рода.
- $D = |X_{max} - X_{min}| / \sigma$

	Level of t-test																				
	0·01					0·02					0·05					0·1					
Single-sided test Double-sided test	$\alpha = 0{\cdot}005$ $\alpha = 0{\cdot}01$					$\alpha = 0{\cdot}01$ $\alpha = 0{\cdot}02$					$\alpha = 0{\cdot}025$ $\alpha = 0{\cdot}05$					$\alpha = 0{\cdot}05$ $\alpha = 0{\cdot}1$					
$\beta =$	0·01	0·05	0·1	0·2	0·5	0·01	0·05	0·1	0·2	0·5	0·01	0·05	0·1	0·2	0·5	0·01	0·05	0·1	0·2	0·5	
Value of $D = \frac{\delta}{\sigma}$ 0·05																					0·05
0·10																					0·10
0·15																					0·15
0·20																				137	0·20
0·25															124					88	0·25
0·30										123					87					61	0·30
0·35					110					90					64				102	45	0·35
0·40					85					70				100	50			108	78	35	0·40
0·45				118	68				101	55			105	79	39		108	86	62	28	0·45
0·50				96	55			106	82	45		106	86	64	32		88	70	51	23	0·50
0·55			101	79	46		106	88	68	38		87	71	53	27	112	73	58	42	19	0·55
0·60		101	85	67	39		90	74	58	32	104	74	60	45	23	89	61	49	36	16	0·60
0·65		87	73	57	34	104	77	64	49	27	88	63	51	39	20	76	52	42	30	14	0·65
0·70	100	75	63	50	29	90	66	55	43	24	76	55	44	34	17	66	45	36	26	12	0·70
0·75	88	66	55	44	26	79	58	48	38	21	67	48	39	29	15	57	40	32	23	11	0·75
0·80	77	58	49	39	23	70	51	43	33	19	59	42	34	26	14	50	35	28	21	10	0·80
0·85	69	51	43	35	21	62	46	38	30	17	52	37	31	23	12	45	31	25	18	9	0·85
0·90	62	46	39	31	19	55	41	34	27	15	47	34	27	21	11	40	28	22	16	8	0·90
0·95	55	42	35	28	17	50	37	31	24	14	42	30	25	19	10	36	25	20	15	7	0·95
1·00	50	38	32	26	15	45	33	28	22	13	38	27	23	17	9	33	23	18	14	7	1·00
1·1	42	32	27	22	13	38	28	23	19	11	32	23	19	14	8	27	19	15	12	6	1·1
1·2	36	27	23	18	11	32	24	20	16	9	27	20	16	12	7	23	16	13	10	5	1·2
1·3	31	23	20	16	10	28	21	17	14	8	23	17	14	11	6	20	14	11	9	5	1·3
1·4	27	20	17	14	9	24	18	15	12	8	20	15	12	10	6	17	12	10	8	4	1·4
1·5	24	18	15	13	8	21	16	14	11	7	18	13	11	9	5	15	11	9	7	4	1·5
1·6	21	16	14	11	7	19	14	12	10	6	16	12	10	8	5	14	10	8	6	4	1·6
1·7	19	15	13	10	7	17	13	11	9	6	14	11	9	7	4	12	9	7	6	3	1·7
Value of $D = \frac{\delta}{\sigma}$ 1·8	17	13	11	10	6	15	12	10	8	5	13	10	8	6	4	11	8	7	5		1·8
1·9	16	12	11	9	6	14	11	9	8	5	12	9	7	6	4	10	7	6	5		1·9
2·0	14	11	10	8	6	13	10	9	7	5	11	8	7	6	4	9	7	6	4		2·0
2·1	13	10	9	8	5	12	9	8	7	5	10	8	6	5	3	8	6	5	4		2·1
2·2	12	10	8	7	5	11	9	7	6	4	9	7	6	5		8	6	5	4		2·2
2·3	11	9	8	7	5	10	8	7	6	4	9	7	6	5		7	5	5	4		2·3
2·4	11	9	8	6	5	10	8	7	6	4	8	6	5	4		7	5	4	4		2·4
2·5	10	8	7	6	4	9	7	6	5	4	8	6	5	4		6	5	4	3		2·5
3·0	8	6	6	5	4	7	6	5	4	3	6	5	4	4		5	4	3			3·0
3·5	6	5	5	4	3	6	5	4	4		5	4	4	3		4	3				3·5
4·0	6	5	4	4		5	4	4	3		4	4	3			4					4·0

Тестирование гипотез: сравнение двух средних значений параметра

- Формула для приблизительной оценки:

$$N = 2 *(Z\alpha + Z\beta)^2 / D^2$$

- $Z\alpha = 1.96$ при $\alpha = 0.05$
- $Z\alpha = 2.58$ при $\alpha = 0.01$
- $Z\beta = 2.58$ при $\beta = 0.001$
- $Z\beta = 2.33$ при $\beta = 0.01$
- $Z\beta = 1.64$ при $\beta = 0.05$
- $Z\beta = 1.28$ при $\beta = 0.10$
- $Z\beta = 0.84$ при $\beta = 0.20$
- $Z\beta = 0.25$ при $\beta = 0.40$

Пример 11

- Выборки какого объема необходимы для того, чтобы обнаружить различия в длине листа, превышающие 3.0 мм, между двумя популяциями березы? ($\alpha = 0.05$, $\beta = 0.20$, $\sigma = 7.4$ мм).

Пример 11

- Выборки какого объема необходимы для того, чтобы обнаружить различия в длине листа, превышающие 3.0 мм, между двумя популяциями березы? (α = 0.05, β = 0.20, σ = 7.4 мм).
- D = 3.0 мм / 7.4 мм = 0.41.

	Level of *t*-test																				
	0·01					0·02					0·05					0·1					
Single-sided test	$\alpha = 0·005$					$\alpha = 0·01$					$\alpha = 0·025$					$\alpha = 0·05$					
Double-sided test	$\alpha = 0·01$					$\alpha = 0·02$					$\alpha = 0·05$					$\alpha = 0·1$					
$\beta =$	0·01	0·05	0·1	0·2	0·5	0·01	0·05	0·1	0·2	0·5	0·01	0·05	0·1	0·2	0·5	0·01	0·05	0·1	0·2	0·5	
Value of $D = \frac{\delta}{\sigma}$ 0·05																					0·05
0·10																					0·10
0·15																					0·15
0·20																				137	0·20
0·25															124					88	0·25
0·30										123					87					61	0·30
0·35					110					90					64				102	45	0·35
0·40					85					70				100	50			108	78	35	0·40
0·45				118	68				101	55			105	79	39		108	86	62	28	0·45
0·50				96	55			106	82	45		106	86	64	32		88	70	51	23	0·50
0·55			101	79	46		106	88	68	38		87	71	53	27	112	73	58	42	19	0·55
0·60		101	85	67	39		90	74	58	32	104	74	60	45	23	89	61	49	36	16	0·60
0·65		87	73	57	34	104	77	64	49	27	88	63	51	39	20	76	52	42	30	14	0·65
0·70	100	75	63	50	29	90	66	55	43	24	76	55	44	34	17	66	45	36	26	12	0·70
0·75	88	66	55	44	26	79	58	48	38	21	67	48	39	29	15	57	40	32	23	11	0·75
0·80	77	58	49	39	23	70	51	43	33	19	59	42	34	26	14	50	35	28	21	10	0·80
0·85	69	51	43	35	21	62	46	38	30	17	52	37	31	23	12	45	31	25	18	9	0·85
0·90	62	46	39	31	19	55	41	34	27	15	47	34	27	21	11	40	28	22	16	8	0·90
0·95	55	42	35	28	17	50	37	31	24	14	42	30	25	19	10	36	25	20	15	7	0·95
1·00	50	38	32	26	15	45	33	28	22	13	38	27	23	17	9	33	23	18	14	7	1·00
1·1	42	32	27	22	13	38	28	23	19	11	32	23	19	14	8	27	19	15	12	6	1·1
1·2	36	27	23	18	11	32	24	20	16	9	27	20	16	12	7	23	16	13	10	5	1·2
1·3	31	23	20	16	10	28	21	17	14	8	23	17	14	11	6	20	14	11	9	5	1·3
1·4	27	20	17	14	9	24	18	15	12	8	20	15	12	10	6	17	12	10	8	4	1·4
1·5	24	18	15	13	8	21	16	14	11	7	18	13	11	9	5	15	11	9	7	4	1·5
1·6	21	16	14	11	7	19	14	12	10	6	16	12	10	8	5	14	10	8	6	4	1·6
1·7	19	15	13	10	7	17	13	11	9	6	14	11	9	7	4	12	9	7	6	3	1·7
Value of $D = \frac{\delta}{\sigma}$ 1·8	17	13	11	10	6	15	12	10	8	5	13	10	8	6	4	11	8	7	5		1·8
1·9	16	12	11	9	6	14	11	9	8	5	12	9	7	6	4	10	7	6	5		1·9
2·0	14	11	10	8	6	13	10	9	7	5	11	8	7	6	4	9	7	6	4		2·0
2·1	13	10	9	8	5	12	9	8	7	5	10	8	6	5	3	8	6	5	4		2·1
2·2	12	10	8	7	5	11	9	7	6	4	9	7	6	5		8	6	5	4		2·2
2·3	11	9	8	7	5	10	8	7	6	4	9	7	6	5		7	5	5	4		2·3
2·4	11	9	8	6	5	10	8	7	6	4	8	6	5	4		7	5	4	4		2·4
2·5	10	8	7	6	4	9	7	6	5	4	8	6	5	4		6	5	4	3		2·5
3·0	8	6	6	5	4	7	6	5	4	3	6	5	4	4		5	4	3			3·0
3·5	6	5	5	4	3	6	5	4	4		5	4	4	3		4	3				3·5
4·0	6	5	4	4		5	4	4	3		4	4	3			4					4·0

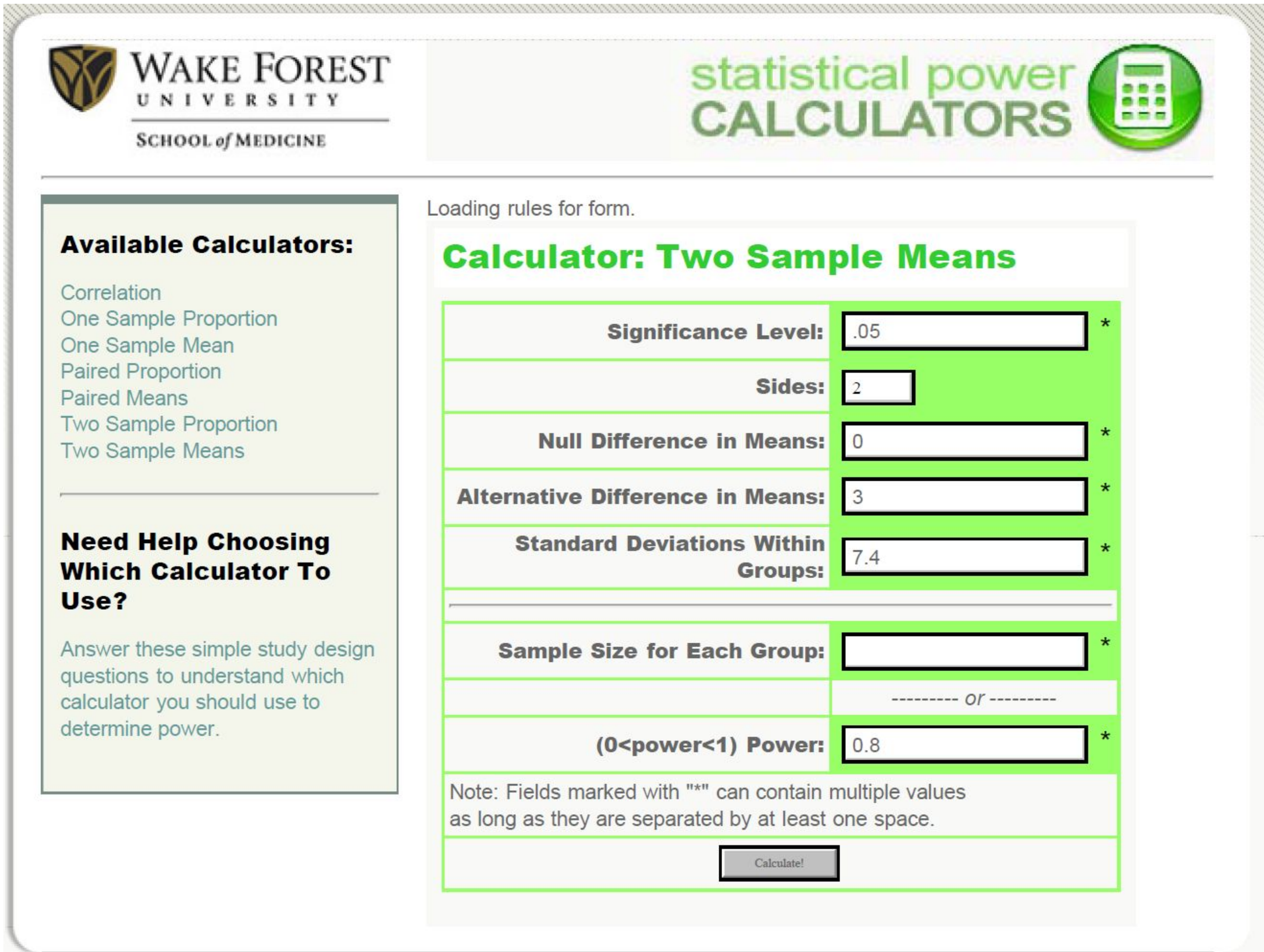
Пример 11

- Выборки какого объема необходимы для того, чтобы обнаружить различия в длине листа, превышающие 3.0 мм, между двумя популяциями березы? (α = 0.05, β = 0.20, σ = 7.4 мм).
- D = 3.0 мм / 7.4 мм = 0.41
- Из таблицы определяем объем выборки: нужно измерить листья у 100 берез из каждой популяции.

Пример 11

- Выборки какого объема необходимы для того, чтобы обнаружить различия в длине листа, превышающие 3.0 мм, между двумя популяциями березы? (α = 0.05, β = 0.20, σ = 7.4 мм).
- D = 3.0 мм / 7.4 мм = 0.41.
- $N = 2 *(Z\alpha + Z\beta)^2 / D^2$
- $Z\alpha$ = 1.96 при α = 0.05
- $Z\beta$ = 0.84 при β = 0.20
- $N = 2 *(1.96 + 0.84)^2 / 0.41^2$ = 93 дерева.

Сетевой калькулятор:


WAKE FOREST UNIVERSITY
SCHOOL of MEDICINE

statistical power CALCULATORS

Available Calculators:

Correlation
One Sample Proportion
One Sample Mean
Paired Proportion
Paired Means
Two Sample Proportion
Two Sample Means

Need Help Choosing Which Calculator To Use?

Answer these simple study design questions to understand which calculator you should use to determine power.

Loading rules for form.

Calculator: Two Sample Means

Significance Level:	.05	*
Sides:	2	
Null Difference in Means:	0	*
Alternative Difference in Means:	3	*
Standard Deviations Within Groups:	7.4	*
Sample Size for Each Group:		*
	--------- or ---------	
(0<power<1) Power:	0.8	*

Note: Fields marked with "*" can contain multiple values as long as they are separated by at least one space.

Calculate!

Сетевой калькулятор:

The POWER Procedure
Two-sample t Test for Mean Difference

Fixed Scenario Elements	
Distribution	Normal
Method	Exact
Number of Sides	2
Null Difference	0
Alpha	0.05
Mean Difference	3
Standard Deviation	7.4
Nominal Power	0.8

Computed N Per Group	
Actual Power	N Per Group
0.802	97

Одно- и двухсторонние тесты

- Когда нас не интересует, в какую сторону экспериментальное значение отклоняется от контрольного (то есть будет ли оно больше или меньше), применяются *two-tailed* методы проверки гипотезы (первая таблица).
- Когда нас интересуют только случаи превышения контрольного значения (типичный пример – повышение урожайности), можно использовать *one-tailed* методы (вторая таблица).

Тестирование гипотез: сравнение двух процентных соотношений

- Строки таблицы соответствуют меньшей из двух сравниваемых величин, столбцы – разнице между большей и меньшей величинами.
- Для величин, превышающих 50%, следует использовать обратное значение, то есть значение, полученное вычитанием заданной величины из 100% (заменять 30% на 70%).

- Число повторностей (в каждой из двух выборок), необходимых для сравнения двух процентных соотношений
- ***Two-tailed test.***
- Три строки соответствуют:
  - α = 0.05, β = 0.20;
  - α = 0.05, β = 0.10;
  - α = 0.01, β = 0.05.

P_1 = smaller % success	$\delta = P_2 - P_1$ = larger *minus* smaller percentage of success													
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
5	420	130	69	44	31	24	20	16	14	12	10	9	9	7
	570	175	93	59	42	32	25	21	18	15	13	11	10	9
	960	300	155	100	71	54	42	34	28	24	21	19	16	14
10	680	195	96	59	41	30	23	19	16	13	11	10	9	7
	910	260	130	79	54	40	31	24	21	18	15	13	11	10
	1550	440	220	135	92	68	52	41	34	28	23	21	18	15
15	910	250	120	71	48	34	26	21	17	14	12	10	9	8
	1220	330	160	95	64	46	35	27	22	19	16	13	11	10
	2060	560	270	160	110	78	59	47	37	31	25	21	19	16
20	1090	290	135	80	53	38	28	22	18	15	13	10	9	7
	1460	390	185	105	71	51	38	29	23	20	16	14	11	10
	2470	660	310	180	120	86	64	50	40	32	26	21	19	15
25	1250	330	150	88	57	40	30	23	19	15	13	10	9	..
	1680	440	200	115	77	54	40	31	24	20	16	13	11	..
	2840	740	340	200	130	92	68	52	41	32	26	21	18	..
30	1380	360	160	93	60	42	31	23	19	15	12	10	..	..
	1840	480	220	125	80	56	41	31	24	20	16	13	..	..
	3120	810	370	210	135	95	69	53	41	32	25	21	..	..
35	1470	380	170	96	61	42	31	23	18	14	11	..	..	..
	1970	500	225	130	82	57	41	31	23	19	15	..	..	..
	3340	850	380	215	140	96	69	52	40	31	23	..	..	..
40	1530	390	175	97	61	42	30	22	17	13	..	..	..	..
	2050	520	230	130	82	56	40	29	22	18	..	..	..	..
	3480	880	390	220	140	95	68	50	37	28	..	..	..	..
45	1560	390	175	96	60	40	28	21	16	..	..	..	..	..
	2100	520	230	130	80	54	38	27	21	..	..	..	..	..
	3550	890	390	215	135	92	64	47	34	..	..	..	..	..
50	1560	390	170	93	57	38	26	19	..	..	..	..	..	..
	2100	520	225	125	77	51	35	24	..	..	..	..	..	..
	3550	880	380	210	130	86	59	41	..	..	..	..	..	..

- Число повторностей (в каждой из двух выборок), необходимых для сравнения двух процентных соотношений
- ***One-tailed test.***
- Три строки соответствуют:
  - α = 0.05, β = 0.20;
  - α = 0.05, β = 0.10;
  - α = 0.01, β = 0.05.

P_1 = smaller % success	$\delta = P_2 - P_1$ = larger *minus* smaller percentage of success													
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
5	330	105	55	35	25	20	16	13	11	9	8	7	6	6
	460	145	76	48	34	26	21	17	15	13	11	9	8	7
	850	270	140	89	63	47	37	30	25	21	19	17	14	13
10	540	155	76	47	32	23	19	15	13	11	9	8	7	6
	740	210	105	64	44	33	25	21	17	14	12	11	9	8
	1370	390	195	120	81	60	46	37	30	25	21	19	16	14
15	710	200	94	56	38	27	21	17	14	12	10	8	7	6
	990	270	130	77	52	38	29	22	19	16	13	10	10	8
	1820	500	240	145	96	69	52	41	33	27	22	20	17	14
20	860	230	110	63	42	30	22	18	15	12	10	8	7	6
	1190	320	150	88	58	41	31	24	20	16	14	11	10	8
	2190	590	280	160	105	76	57	44	35	28	23	20	17	14
25	980	260	120	69	45	32	24	19	15	12	10	8	7	..
	1360	360	165	96	63	44	33	25	21	16	14	11	9	..
	2510	660	300	175	115	81	60	46	36	29	23	20	16	..
30	1080	280	130	73	47	33	24	19	15	12	10	8	..	..
	1500	390	175	100	65	46	33	25	21	16	13	11	..	..
	2760	720	330	185	120	84	61	47	36	28	22	19	..	..
35	1160	300	135	75	48	33	24	19	15	12	9	..	..	..
	1600	410	185	105	67	46	33	25	20	16	12	..	..	..
	2960	750	340	190	125	85	61	46	35	27	21	..	..	..
40	1210	310	135	76	48	33	24	18	14	11	..	..	..	..
	1670	420	190	105	67	46	33	24	19	14	..	..	..	..
	3080	780	350	195	125	84	60	44	33	25	..	..	..	..
45	1230	310	135	75	47	32	22	17	13	..	..	..	..	..
	1710	430	190	105	65	44	31	22	17	..	..	..	..	..
	3140	790	350	190	120	81	57	41	30	..	..	..	..	..
50	1230	310	135	73	45	30	21	15	..	..	..	..	..	..
	1710	420	185	100	63	41	29	21	..	..	..	..	..	..
	3140	780	340	185	115	76	52	37	..	..	..	..	..	..

Пример 12

- Применяемое лекарство помогает 30% пациентов. Новое лекарство, которое сравнивается со старым, должно помогать как минимум 40% пациентов для того, чтобы его имело смысл внедрять в клиническую практику. $\alpha = 0.05$, $1 - \beta = 0.80$. Сколько пациентов должно участвовать в эксперименте?

Пример 12

- Применяемое лекарство помогает 30% пациентов. Новое лекарство, которое сравнивается со старым, должно помогать как минимум 40% пациентов для того, чтобы его имело смысл внедрять в клиническую практику. $\alpha = 0.05$, $1 - \beta = 0.80$. Сколько пациентов должно участвовать в эксперименте?
- Меньшая из сравниваемых величин = 30%, минимальная разница 40% - 30% = 10%.
- Поскольку новое лекарство может оказаться хуже старого, применяем *two-tailed* тест.

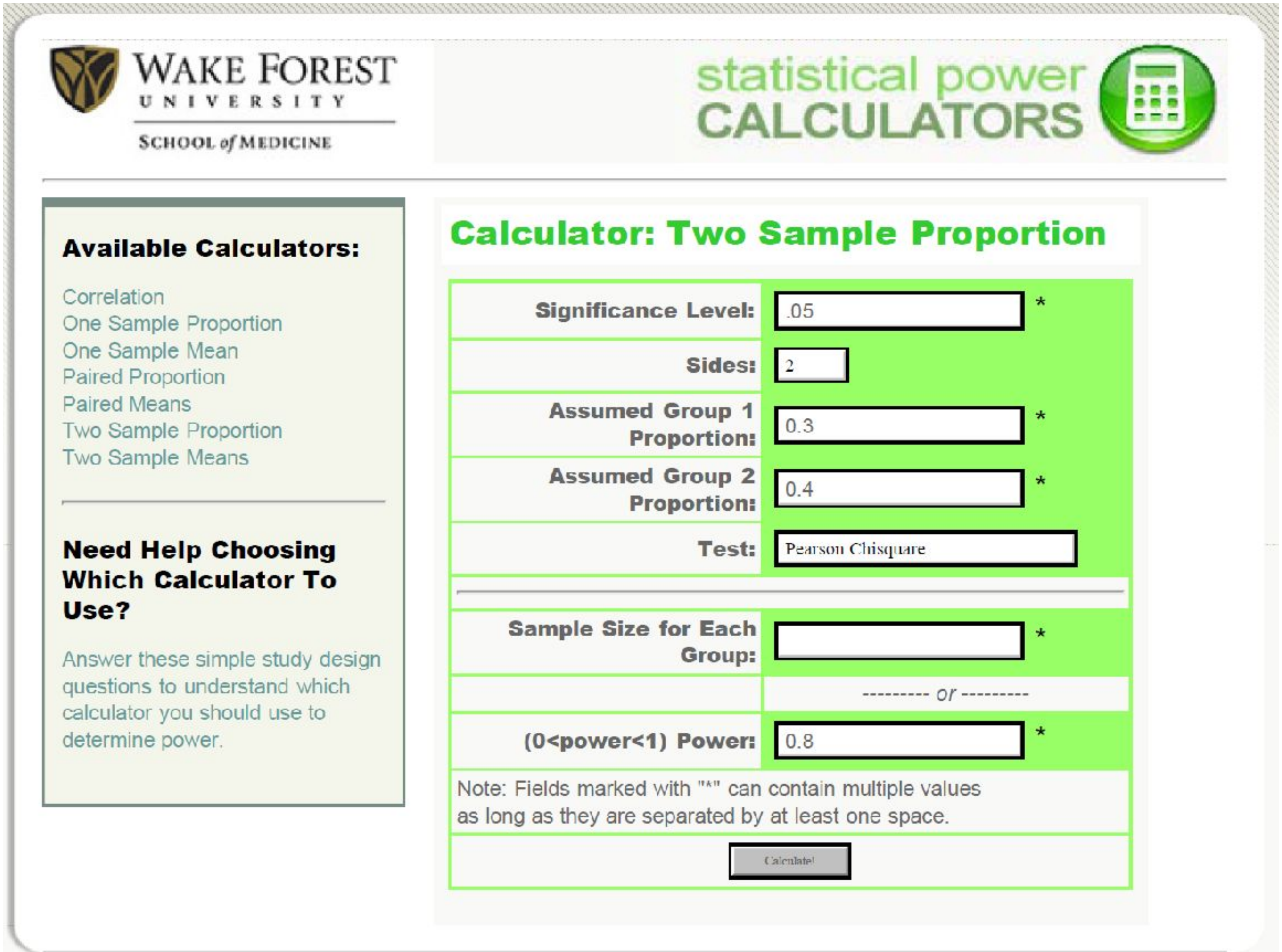
- Число повторностей (в каждой из двух выборок), необходимых для сравнения двух процентных соотношений
- ***Two-tailed test*.**
- Три строки соответствуют:
  - **$\alpha = 0.05$, $\beta = 0.20$;**
  - $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$;
  - $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.05$.

P_1 = smaller % success	$\delta = P_2 - P_1$ = larger *minus* smaller percentage of success													
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
5	420	130	69	44	31	24	20	16	14	12	10	9	9	7
	570	175	93	59	42	32	25	21	18	15	13	11	10	9
	960	300	155	100	71	54	42	34	28	24	21	19	16	14
10	680	195	96	59	41	30	23	19	16	13	11	10	9	7
	910	260	130	79	54	40	31	24	21	18	15	13	11	10
	1550	440	220	135	92	68	52	41	34	28	23	21	18	15
15	910	250	120	71	48	34	26	21	17	14	12	10	9	8
	1220	330	160	95	64	46	35	27	22	19	16	13	11	10
	2060	560	270	160	110	78	59	47	37	31	25	21	19	16
20	1090	290	135	80	53	38	28	22	18	15	13	10	9	7
	1460	390	185	105	71	51	38	29	23	20	16	14	11	10
	2470	660	310	180	120	86	64	50	40	32	26	21	19	15
25	1250	330	150	88	57	40	30	23	19	15	13	10	9	..
	1680	440	200	115	77	54	40	31	24	20	16	13	11	..
	2840	740	340	200	130	92	68	52	41	32	26	21	18	..
30	1380	360	160	93	60	42	31	23	19	15	12	10	..	..
	1840	480	220	125	80	56	41	31	24	20	16	13	..	..
	3120	810	370	210	135	95	69	53	41	32	25	21	..	..
35	1470	380	170	96	61	42	31	23	18	14	11	..	..	..
	1970	500	225	130	82	57	41	31	23	19	15	..	..	..
	3340	850	380	215	140	96	69	52	40	31	23	..	..	..
40	1530	390	175	97	61	42	30	22	17	13	..	..	..	..
	2050	520	230	130	82	56	40	29	22	18	..	..	..	..
	3480	880	390	220	140	95	68	50	37	28	..	..	..	..
45	1560	390	175	96	60	40	28	21	16	..	..	..	..	..
	2100	520	230	130	80	54	38	27	21	..	..	..	..	..
	3550	890	390	215	135	92	64	47	34	..	..	..	..	..
50	1560	390	170	93	57	38	26	19	..	..	..	..	..	..
	2100	520	225	125	77	51	35	24	..	..	..	..	..	..
	3550	880	380	210	130	86	59	41	..	..	..	..	..	..

Пример 12

- Применяемое лекарство помогает 30% пациентов. Новое лекарство, которое сравнивается со старым, должно помогать как минимум 40% пациентов для того, чтобы его имело смысл внедрять в клиническую практику. $\alpha = 0.05$, $1 - \beta = 0.80$. Сколько пациентов должно участвовать в эксперименте?
- Меньшая из сравниваемых величин = 30%, минимальная разница 40% - 30% = 10%.
- Поскольку новое лекарство может оказаться хуже старого, применяем *two-tailed* тест.
- Каждая выборка должна включать 360 пациентов, то есть всего в эксперименте должны участвовать 720 пациентов.

С использованием калькулятора:



С использованием калькулятора:

The POWER Procedure
Pearson Chi-square Test for Two Proportions

Fixed Scenario Elements	
Distribution	Asymptotic normal
Method	Normal approximation
Number of Sides	2
Alpha	0.05
Group 1 Proportion	0.3
Group 2 Proportion	0.4
Nominal Power	0.8
Null Proportion Difference	0

Computed N Per Group	
Actual Power	**N Per Group**
0.800	356

Тестирование гипотез: сравнение количества видов в двух фаунах

- Как правило, сравниваемые сообщества отличаются не только видовым богатством, но и обилием особей.
- Сравнение видового разнообразия двух и более сообществ предъявляет специальные требования к объему выборок.

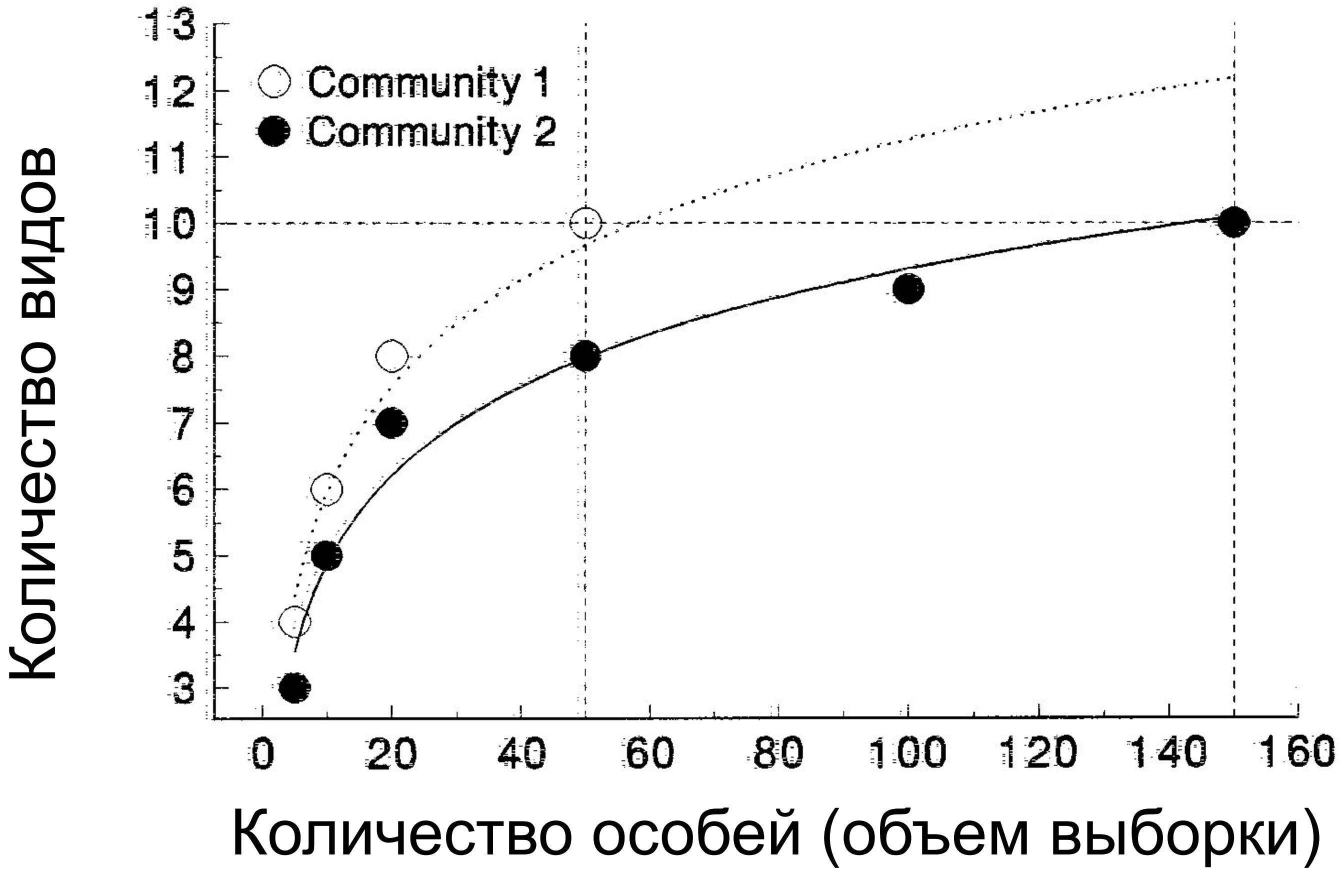
Тестирование гипотез: сравнение количества видов в двух фаунах

- Известно, что плотность популяций мелких млекопитающих уменьшается при приближении к источнику загрязнения.
- Равные усилия по сбору материала (1000 ловушко-суток) привели к следующим результатам: 7 особей 1 вида в «грязном» биотопе и 88 особей 6 видов в «чистом» биотопе.
- Правомерен ли вывод о более низком видовом разнообразии мелких млекопитающих в «грязном» биотопе?

Тестирование гипотез: сравнение количества видов в двух фаунах

- Известно, что плотность популяций мелких млекопитающих уменьшается при приближении к источнику загрязнения.
- Равные усилия по сбору материала (1000 ловушко-суток) привели к следующим результатам: 7 особей 1 вида в «грязном» биотопе и 88 особей 6 видов в «чистом» биотопе.
- Правомерен ли вывод о более низком видовом разнообразии мелких млекопитающих в «грязном» биотопе?
- Для обоснованного ответа не хватает данных.

Связь количества видов с объемом выборки



Тестирование гипотез: сравнение количества видов в двух фаунах

- Сравнение числа видов в выборках разного объема не может использоваться для выводов о видовом разнообразии двух сообществ.
- При существенной разнице в обилии необходимо прилагать бóльшие усилия для сбора материала в сообществе с меньшим обилием.

Тестирование гипотез: сравнение количества видов в двух фаунах

- Для сравнения оценок видового разнообразия используют метод «разреживания» (rarefaction).
- Метод рассчитывает среднее количество видов (± ошибка) в случайной выборке, состоящей из фиксированного числа особей (меньшего, чем реально собранное).
- Исходные данные – количество особей каждого из видов.

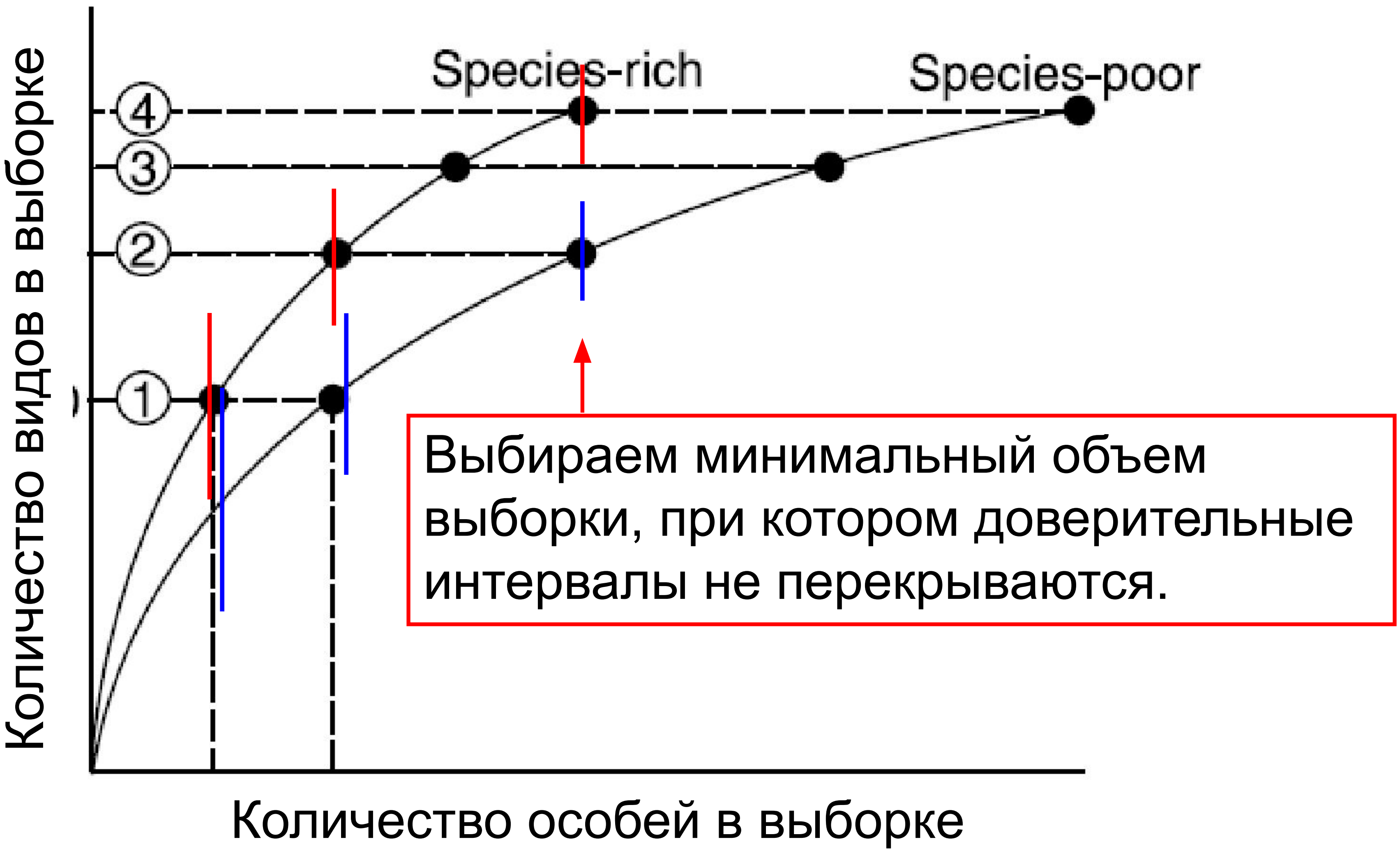
Тестирование гипотез: сравнение количества видов в двух фаунах

- Равные усилия по сбору материала (1000 ловушко-суток) привели к следующим результатам: 7 особей 1 вида в «грязном» биотопе и 88 особей 6 видов (66+10+7+3+1+1) в «чистом» биотопе.
  - http://biome.sdsu.edu/fastgroup/cal_tools.htm
  - http://www2.biology.ualberta.ca/jbrzusto/rarefact.php#Calculator
- В случайной выборке из 7 особей будет 2.42 ± 0.31 видов.
- CI_{95} = 1.8 … 3.0 видов.
- Значение 1 вид не попадает в CI_{95}; значит, разнообразие действительно уменьшилось.

Сравнение количества видов в двух фаунах

- Насколько мне известно, методы для определения объема выборок не разработаны.
- Можно предложить следующий алгоритм:
  - Задаем величину эффекта, то есть разницу в количестве видов, которую мы хотим выявить.
  - Из самого богатого фаунистического списка (в котором для каждого вида приведено количество особей) удаляем (случайным образом) заданное количество видов.
  - Строим кривые разрежения для выборок разного объема, включая доверительные интервалы для заданной величины σ.

Сравнение количества видов в двух фаунах



Тестирование гипотез: дисперсионный анализ

- Определение объема выборок (n, число повторностей в каждой из сравниваемых k групп) ***методом последовательных приближений*** возможно, если заданы:
  - k, число сравниваемых групп;
  - D, минимальное *абсолютное* различие между средними значениями, которое мы намереваемся обнаружить
  - среднеквадратичное отклонение σ (изменчивость *внутри* каждой из сравниваемых групп
  - α, уровень значимости;
  - 1 – β, сила анализа.

Тестирование гипотез: дисперсионный анализ

- Выбирают номограмму (по числу сравниваемых групп);
- Выбирают примерное значение n0;
- Из номограммы (по α и 1-β) определяют коэффициент *Ф*;
- Рассчитывают $n1 = (2k*\Phi^2*\sigma^2)/D^2$;
- При существенном различии между n0 и n1 процедуру повторяют.

Пример 13

- Мы планируем выявить различия в годичном приросте побега 2го порядка сосны обыкновенной при различных уровнях изъятия хвои текущего года.
- Мы сравниваем 5 уровней повреждения и контроль.
- Мы хотим выявить различия, превышающие 10 мм.
- Известно, что $\sigma = 100$.
- $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.20$
- Определить минимально необходимое количество особей сосны в каждой группе.

Выбрали номограмму

v1 = число сравниваемых групп минус один.

n0=10 (интуитивный выбор)

Ф ≈ 1.9

Пример 13

- n0 = 10
- Ф = 1.9
- N1 = 43
- 43 >> 10, продолжаем подбор.
  - n0 = 20
  - Ф = 1.7
  - N1 = 35
  - 35 >> 20, продолжаем подбор.
    - n0 = 30
    - Ф = 1.6
    - N1 = 31
    - 31 ≈ 30, подбор завершен.

Это полезно запомнить…

- Для расчета объема выборки при тестировании гипотез необходимо **знать**:
  - Тип распределения, которому подчиняется исследуемая величина;
  - Приближенные оценки характеристик распределения (зависят от типа распределения).
- Для расчета объемов выборок необходимо **задать**:
  - Вероятности ошибок первого и второго рода;
  - Величину эффекта, который предполагается обнаружить.