Непрерывность функции

Дифференциальное исчисление

Для добавления текста щелкните мышью

Определение непрерывности функции

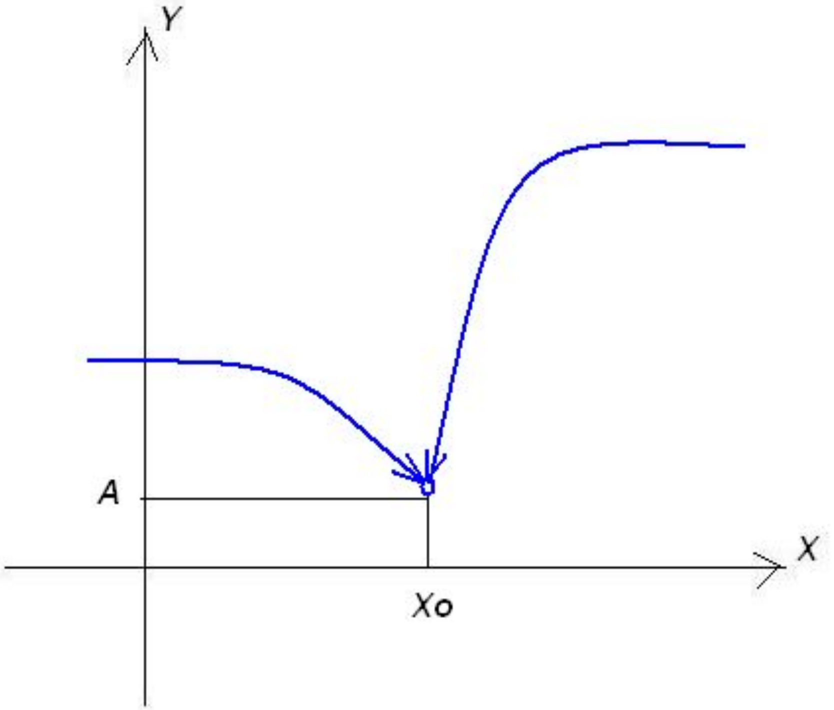
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta f(x) = 0$$

Классификация точек разрыва

1. Устранимый разрыв

$$\lim_{x\to x_0-0} f(x) = \lim_{x\to x_0+0} f(x) = A$$



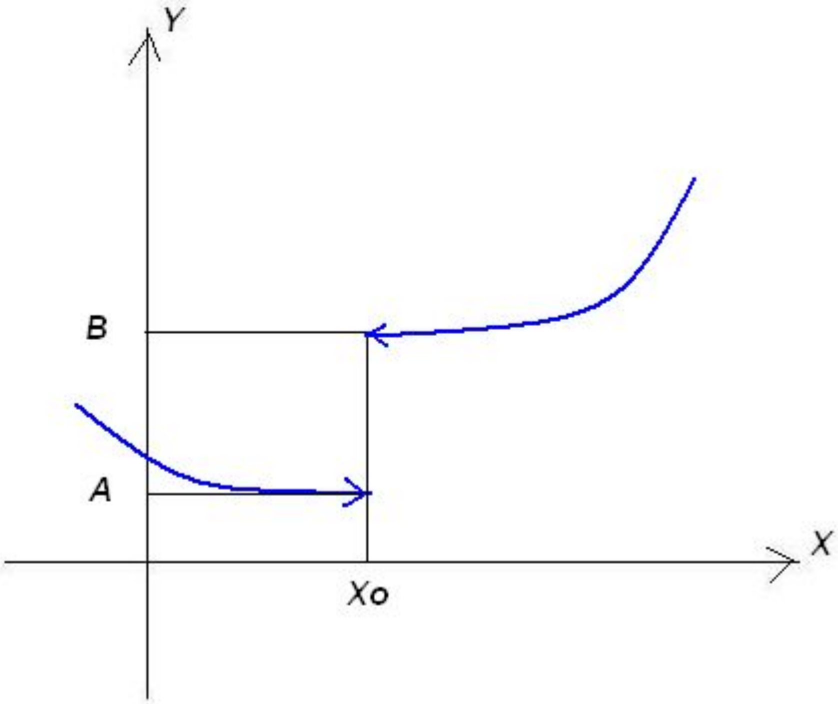
Классификация точек разрыва

2. Неустранимый разрыв 1 рода

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) \neq \lim_{x \to x_0 + 0} f(x)$$

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = A$$

$$\lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = B$$

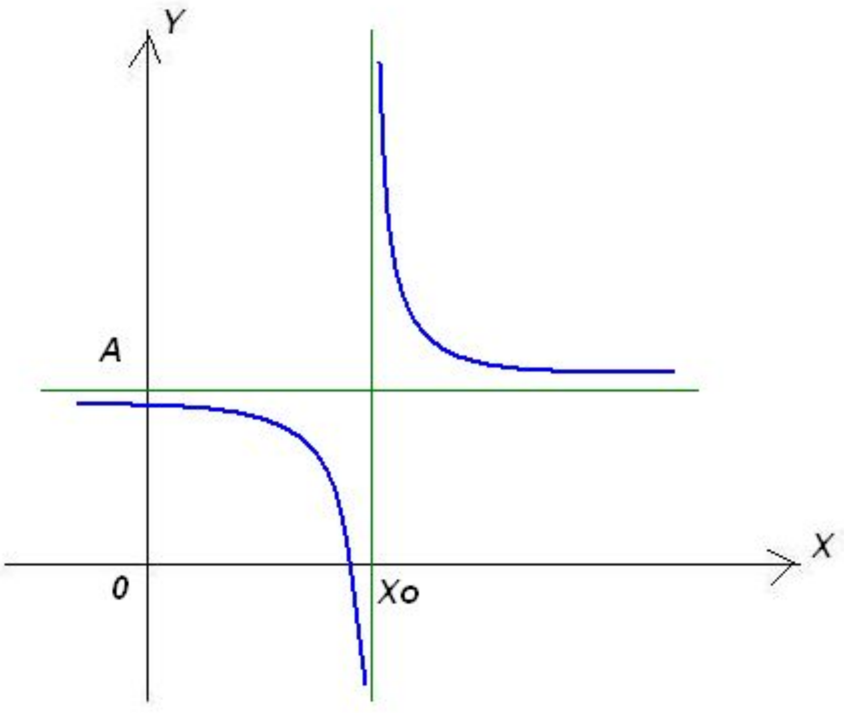


Классификация точек разрыва

3. Неустранимый разрыв 2 рода

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = \infty$$

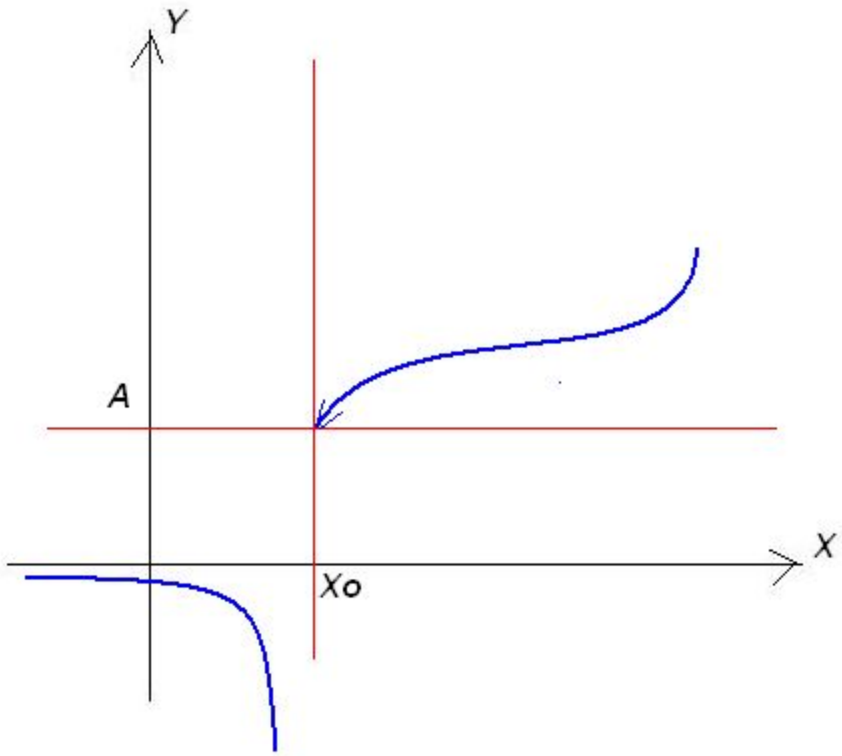


Классификация точек разрыва

3. Неустранимый разрыв 2 рода

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = A$$



Свойства непрерывных функций

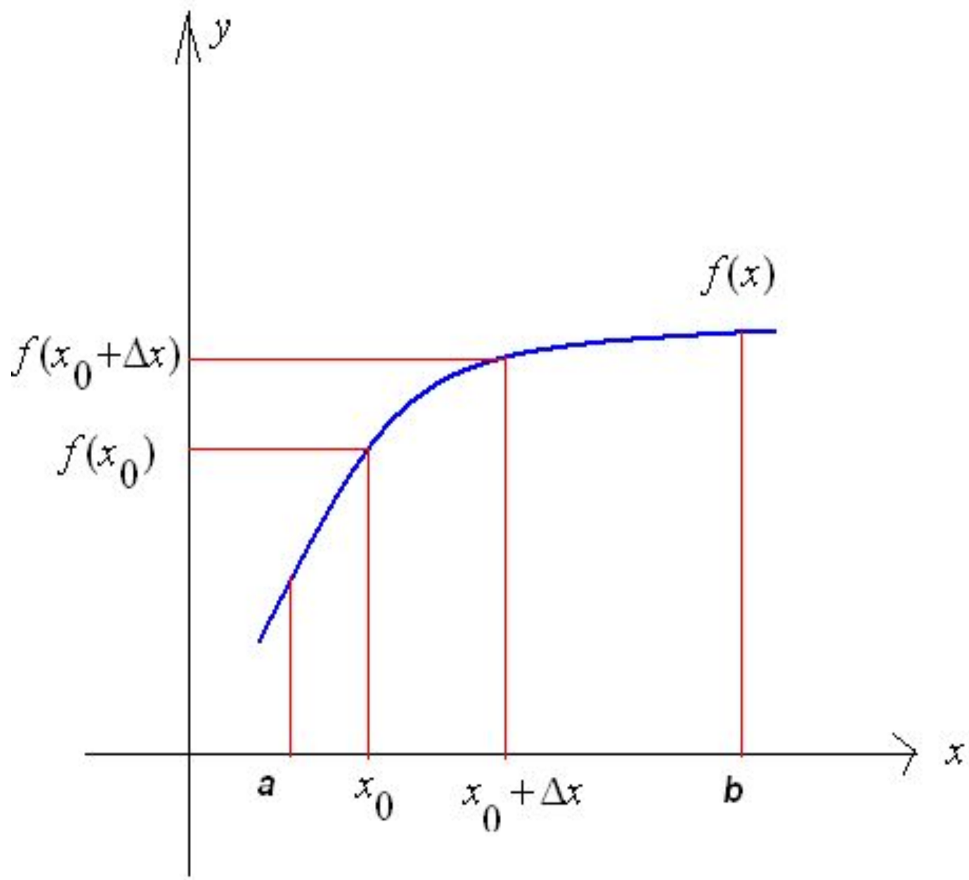
1. *Все основные функции непрерывны в области их определения.*
2. *Функция является непрерывной на интервале (a; b), если она непрерывна в каждой точке этого интервала.*

Свойства непрерывных функций

3. *Если функции* $f(x)$ *и* $g(x)$ *непрерывны в* x_0, *то* $f(x)+g(x)$, $f(x)-g(x)$, $f(x)g(x)$, $f(x)/g(x)$ *непрерывны в* x_0
4. *Функция* $f(g(x))$ *– непрерывная.*

Понятие производной

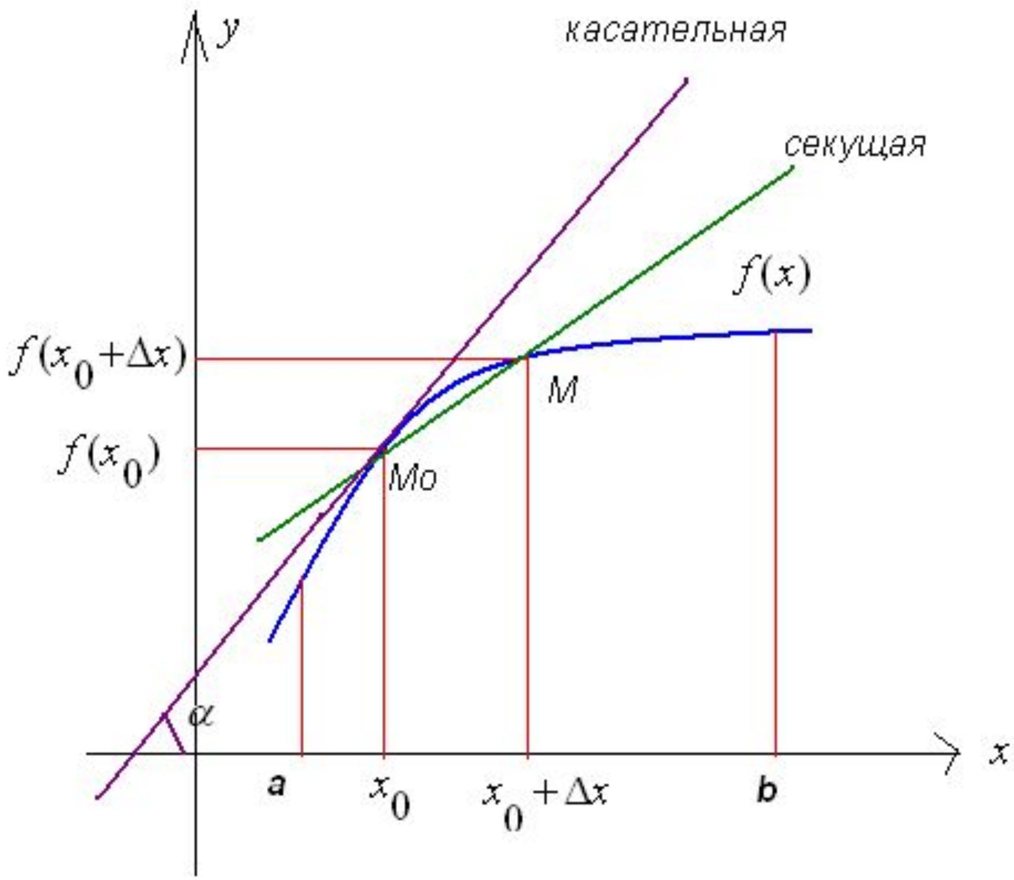
$$y'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$



Геометрический смысл производной

$$y'(x_0) = tg\alpha = k$$

$$M \to M_0$$



Если функции *u*=*u*(*x*) и *v*=*v*(*x*) дифференцируемы в точке *x*, тогда справедливы следующие *правила дифференцирования*: Здесь с –постоянная

1. $(cu)' = c \cdot u'$
2. $(u \pm v)' = u' \pm v'$
3. $(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$
4. $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$

5. **Пусть функция *y*=*f*(*u*), где *u*=*u*(*x*). Тогда *y* есть сложная функция от *x: y*=*f*(*u*(*x*)), а *u* — промежуточный аргумент. Производная от сложной функции находят по правилу**

$$y'(x) = \frac{dy}{dx} = y'(u) \cdot u'(x)$$ **или** $$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

Таблица основных формул дифференцирования

1. $y = c, y' = 0, c$ - постоянная

2. $y = x^{\alpha}, y' = \alpha \cdot x^{\alpha - 1}.$

3. $y = a^{x}, y' = a^{x} \ln a; y = e^{x}, y' = e^{x}.$

4. $y = \log_a x, y' = \dfrac{1}{x \ln a}.$

5. $y = \sin x, y' = \cos x.$ $y = \cos x, y' = -\sin x.$

6. $y = tgx, y' = \dfrac{1}{\cos^2 x}.$

7. $y = ctgx, y' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}.$

Таблица производных основных элементарных функций

1. $C' = 0$;
2. $x' = 1$;
3. $(x^2)' = 2x$;
4. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$;
5. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$;

5* $(e^x)' = e^x$;

6. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$;

6*. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$;

7. $(\sin x)' = \cos x$;
8. $(\cos x)' = -\sin x$;
9. $(tg\, x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$;
10. $(ctg\, x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$;
11. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;
12. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; (2.1)
13. $(arctg\, x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$;
14. $(arcctg\, x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$.