

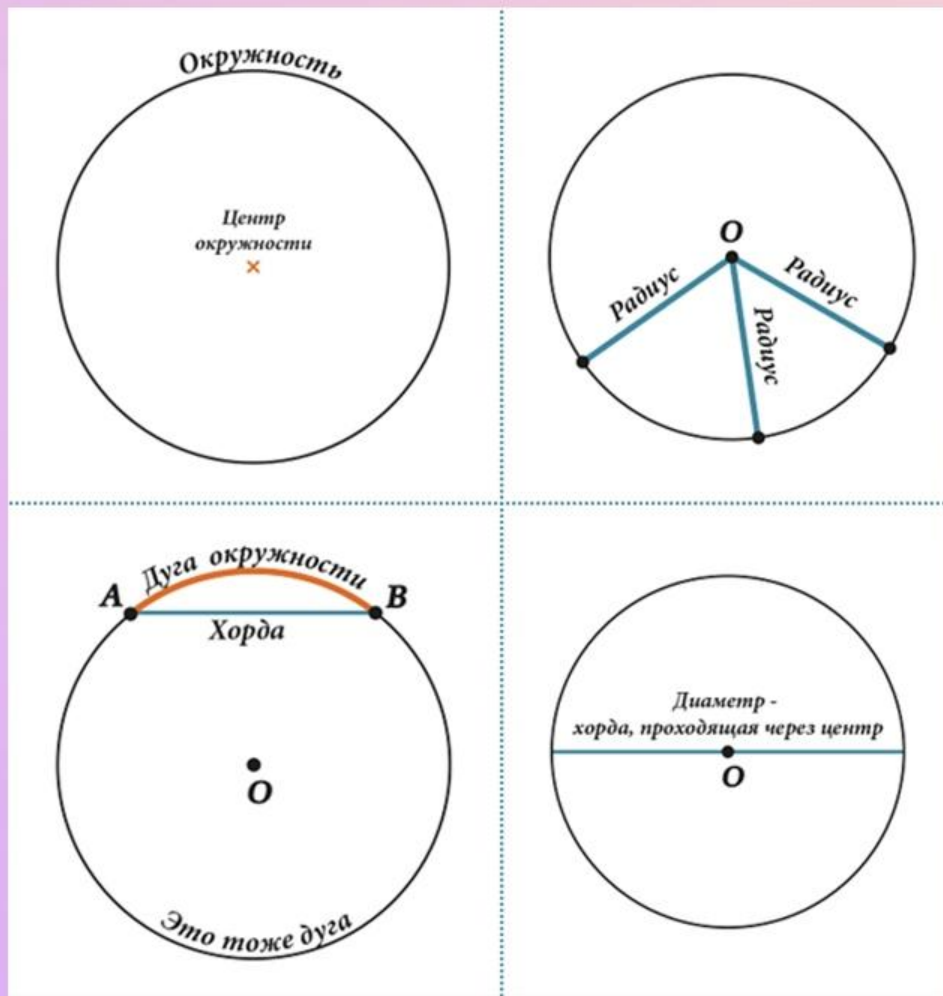
Мастер-группа по математике “Взлет”

Универсальная подготовка к ЕГЭ
по математике с Максимом Эйлером

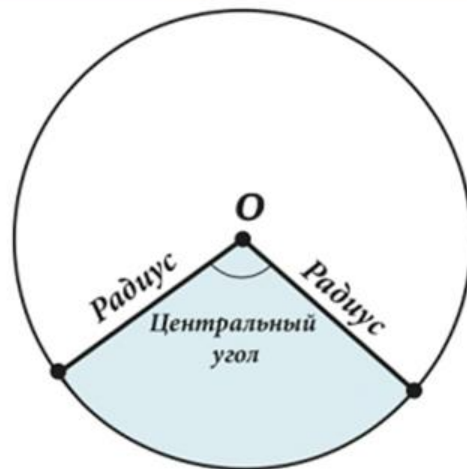
Онлайн школа “Вебинариум”



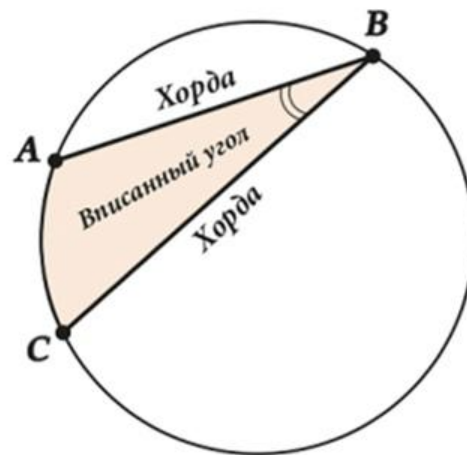
Окружность, теория



Вписанный и центральные углы

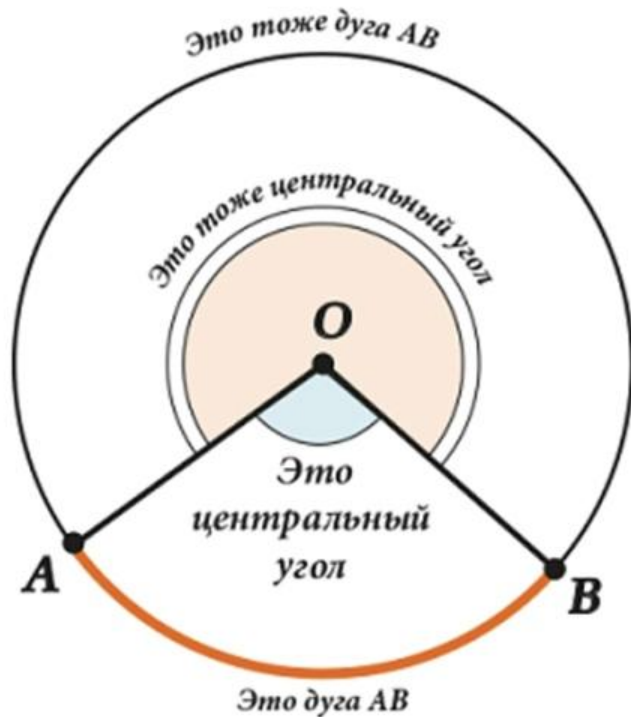


- **Центральный угол** – угол между двумя радиусами.



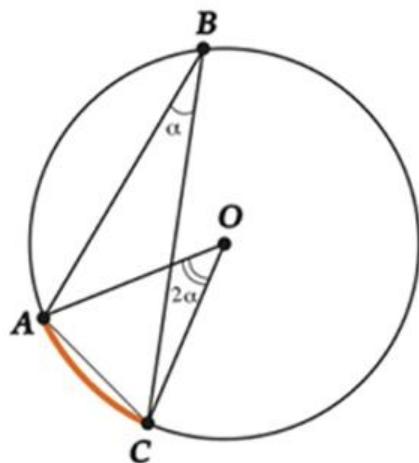
- **Вписанный угол** – угол между двумя хордами, которые пересекаются в точке на окружности.

Измерения дуг и углов

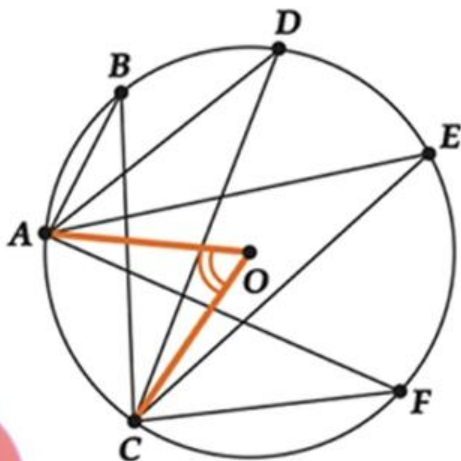


- **Градусная мера** (величина дуги) – это величина (в градусах) соответствующего центрального угла
- Большей дуге соответствует больший угол, а меньшей дуге соответствует меньший угол.

Соотношение между величинами вписанных и центральных углов



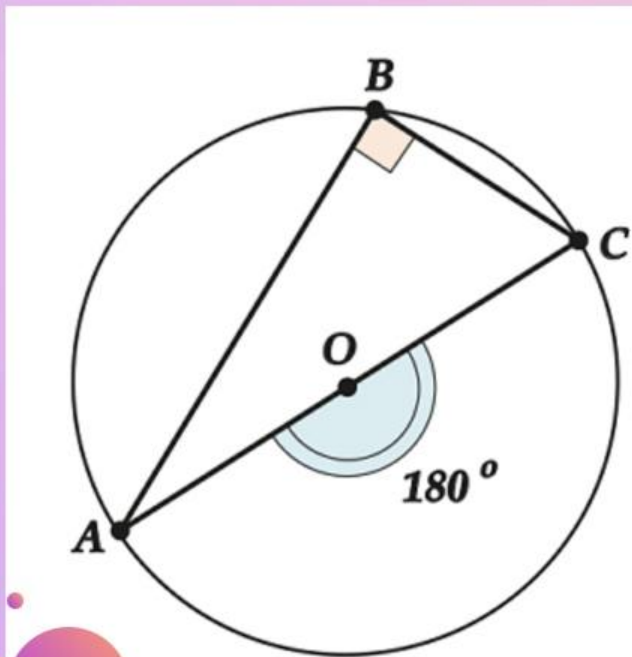
- **Теорема**
Величина вписанного угла вдвое меньше, чем величина соответствующего центрального угла.



- **Следствие 1**

Все вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, равны между собой.

Соотношение между величинами вписанных и центральных углов

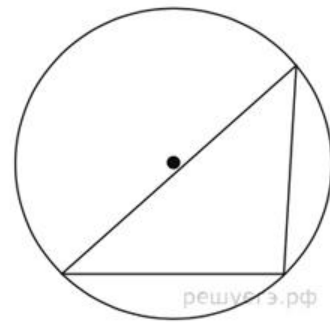


- **Следствие 2**

Угол, опирающийся на диаметр – прямой.

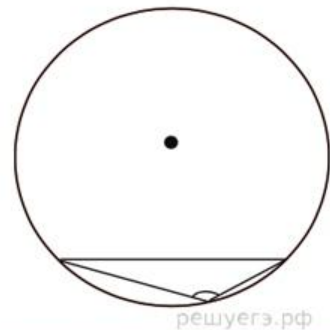
Практика

Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности?
Ответ дайте в градусах.



Практика

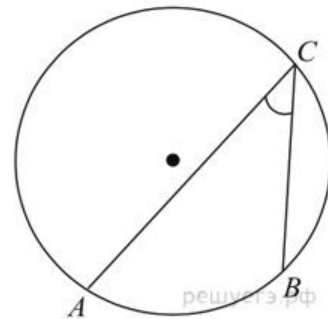
Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности?
Ответ дайте в градусах.



решуегэ.рф

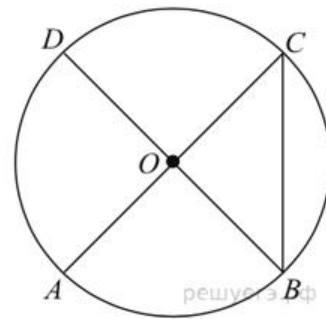
Практика

Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $\frac{1}{5}$ окружности. Ответ дайте в градусах.

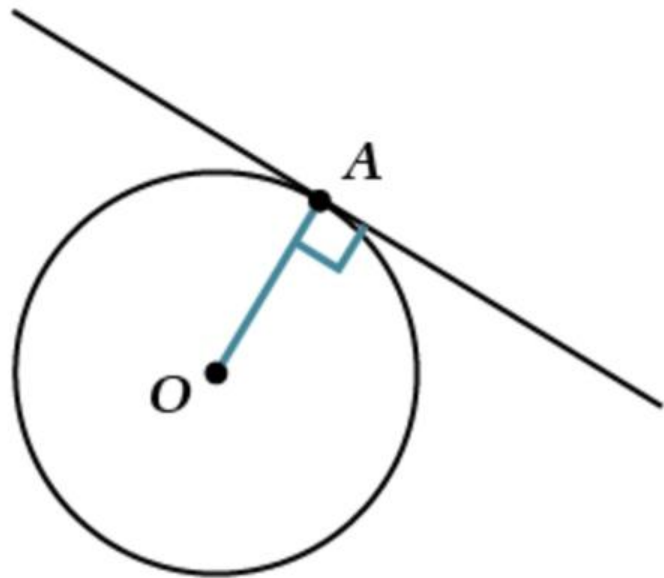


Практика

В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Вписанный угол ACB равен 38° .
Найдите центральный угол AOD . Ответ дайте в градусах.

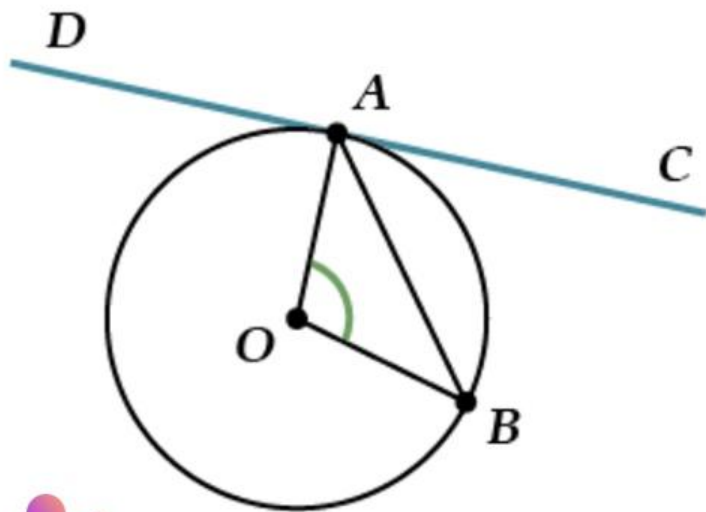


Теория



- **Касательная окружности** перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

Теория



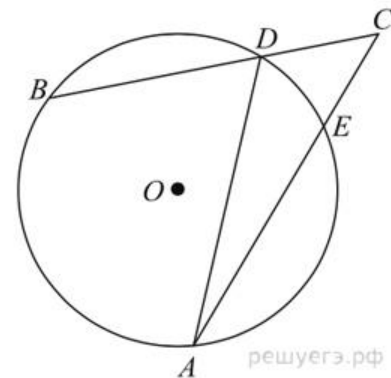
- Угол между касательной и хордой равен половине градусной меры дуги, которая находится внутри угла:

$$\angle CAB = \frac{1}{2} \angle AOB, \text{ где}$$

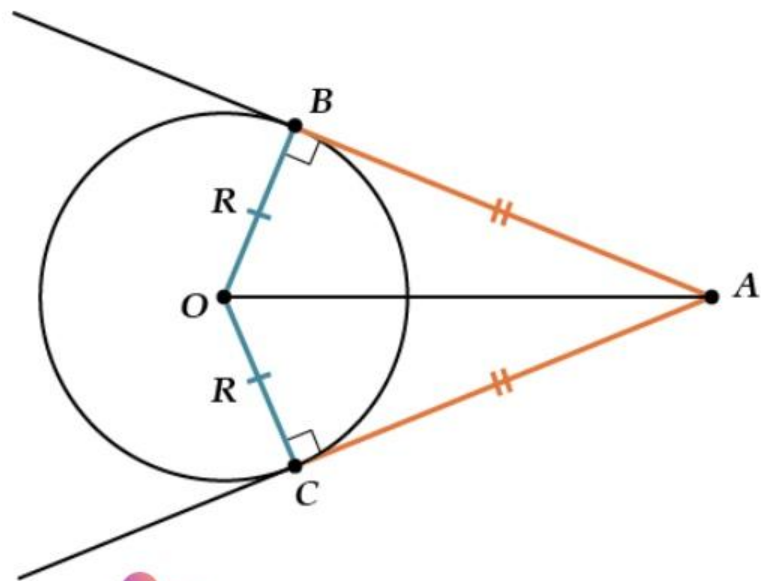
- DC - касательная,
- AB - хорда,
- BAC - угол, внутри которого находится дуга AB .

Практика

Найдите угол ACB , если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно 118° и 38° . Ответ дайте в градусах.

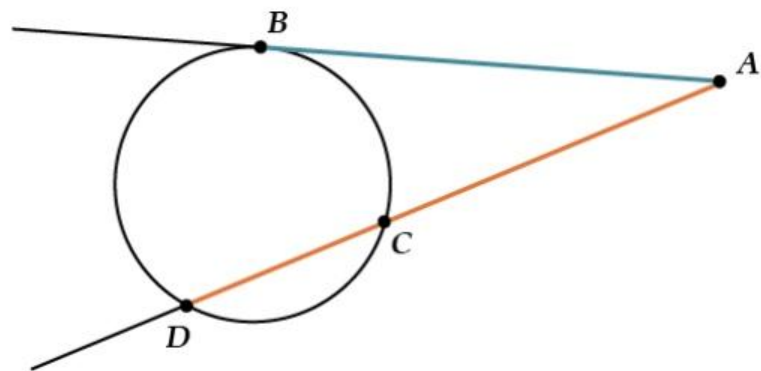


Теория



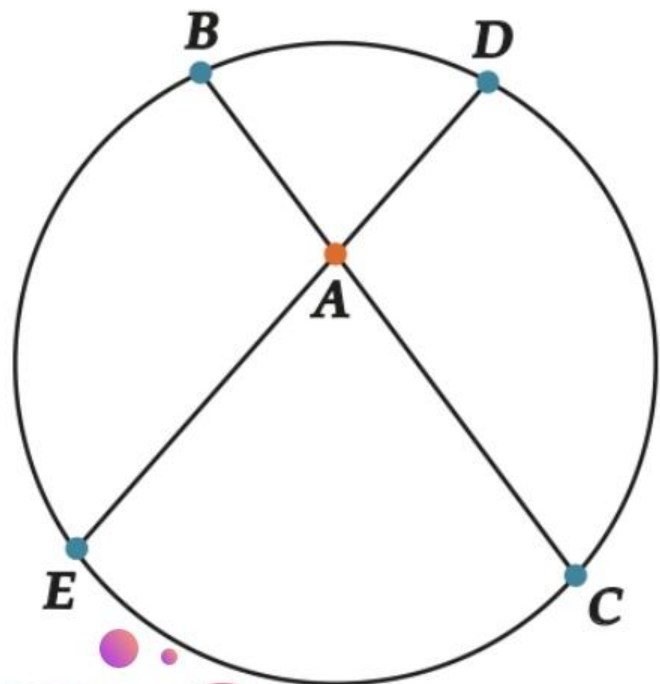
- **Отрезки касательных**, проведённых из одной точки к одной окружности, равны: $AB = AC$
- **Углы, образованные касательными**, проведёнными из одной точки, и прямой, проходящей через центр окружности и эту точку, равны: $\angle BAO = \angle CAO$.

Теория



- **Секущая** - прямая, которая пересекает окружность в двух различных точках: D и C .
- Для любой прямой AD , пересекающей окружность:
 $AD \cdot AC = AB^2$, где AB - отрезок касательной.

Теория

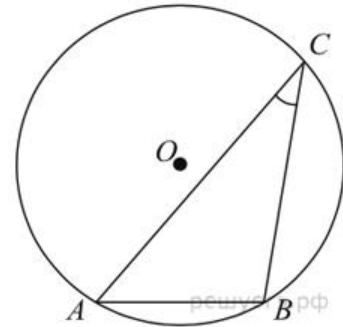


- Для любых двух хорд, проходящих через некоторую точку A , выполняется:

$$AB \cdot AC = AD \cdot AE.$$

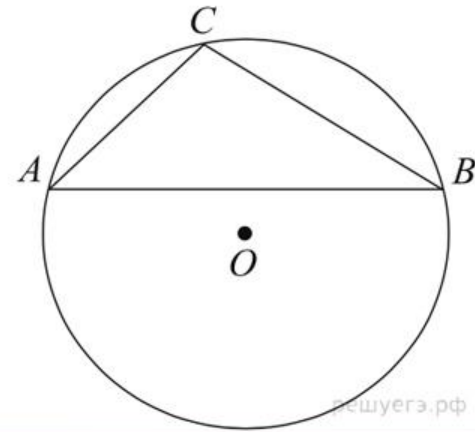
Практика

Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 3.



Практика

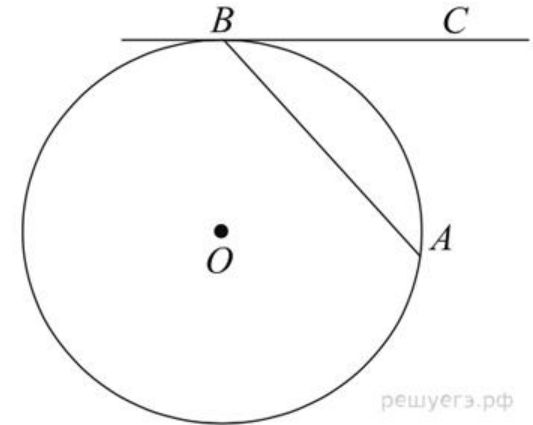
Хорда AB делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как $5:7$. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



reshuerz.rf

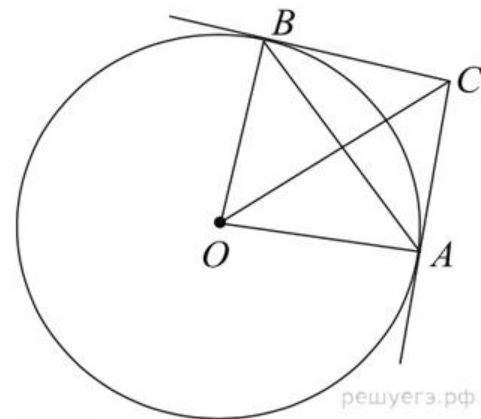
Практика

Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.



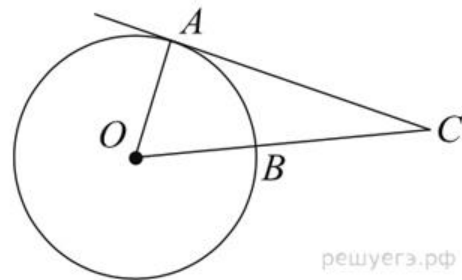
Практика

Через концы A, B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC .
Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



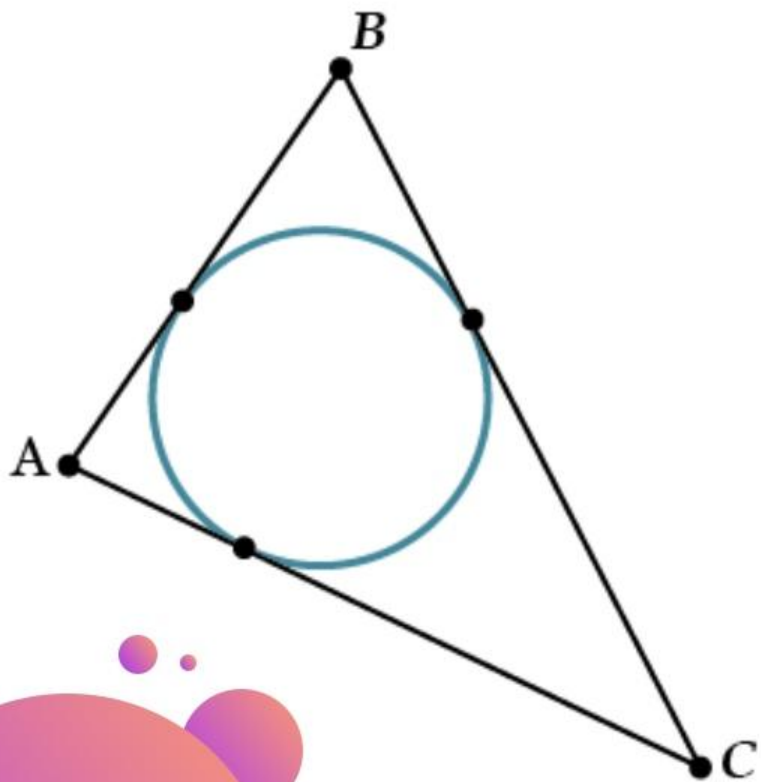
Практика

Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, дуга AB — равна 64° . Ответ дайте в градусах.



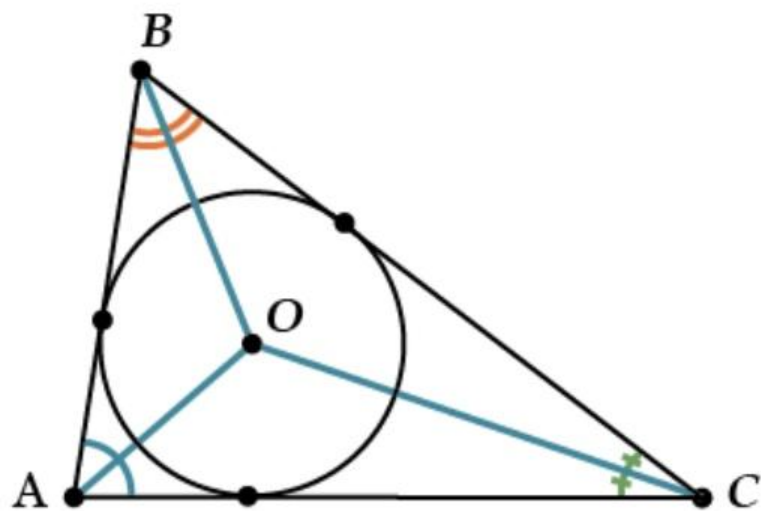
решуегэ.рф

Теория



Окружность называется **вписанной в треугольник**, если она **касается всех** (трёх) его **сторон**.

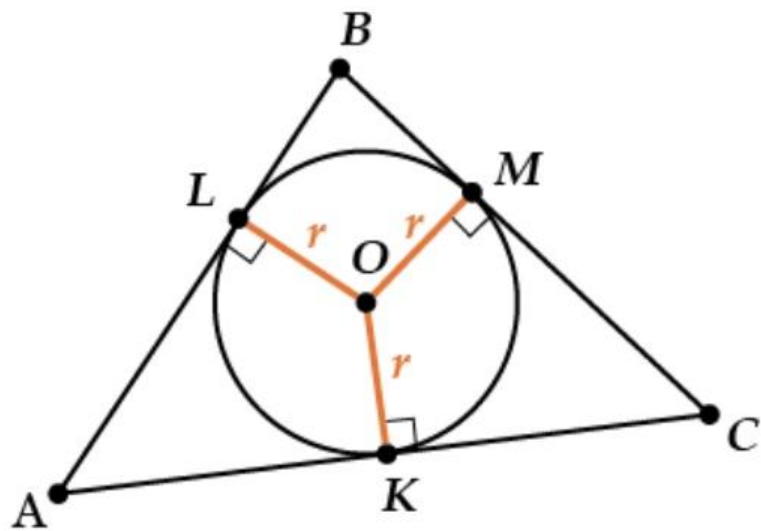
Теория



Во **всякий треугольник** можно **вписать окружность**, причём **единственным** образом.

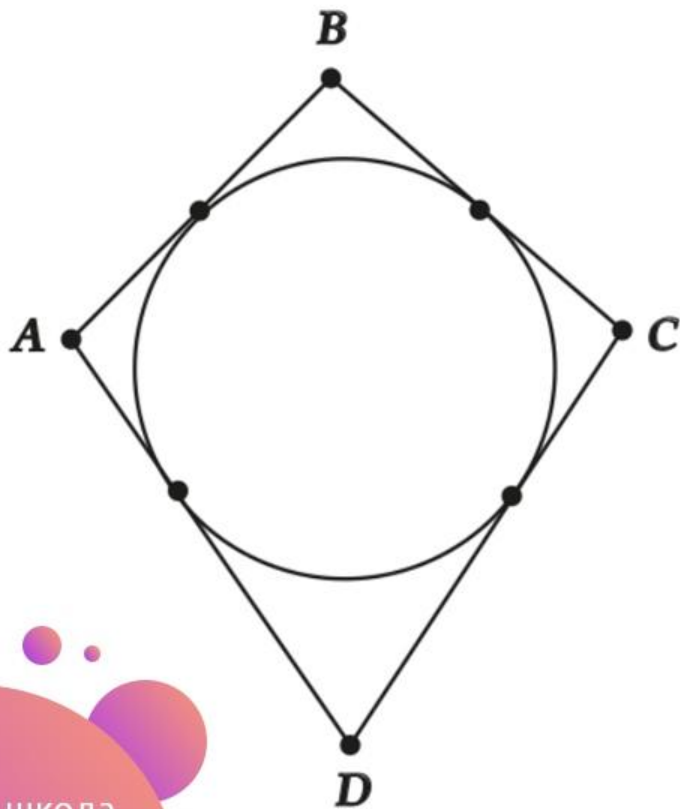
Центр вписанной окружности лежит на пересечении **биссектрис углов** треугольника.

Теория



Посмотри, пусть у нас в $\triangle ABC$ вписана окружность с центром O . Тогда отрезки OK , OL , и OM – радиусы этой окружности.

Теория

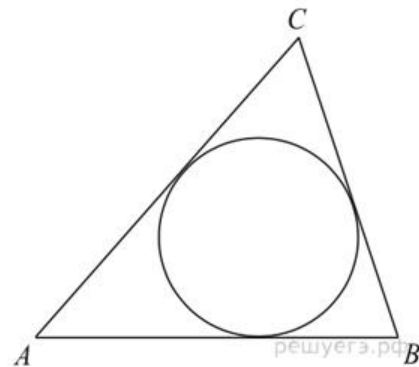


- В четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны. В буквах:

$$AB + CD = AD + BC$$

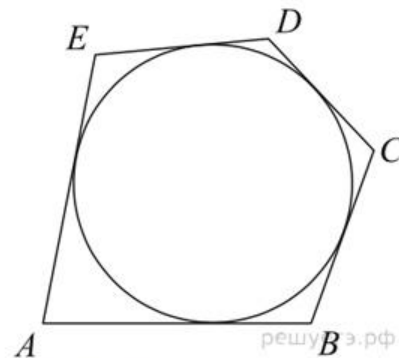
Практика

Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



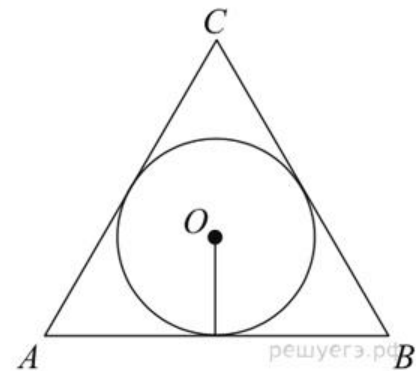
Практика

Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 20. Найдите его площадь.



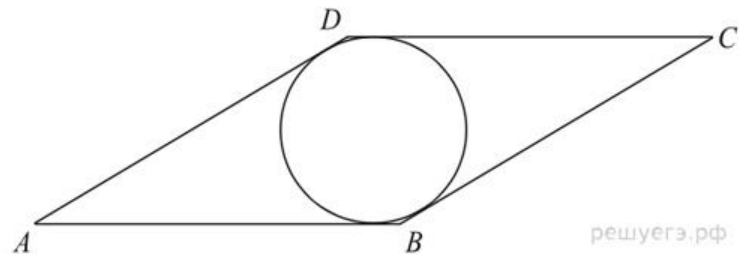
Практика

Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 6.



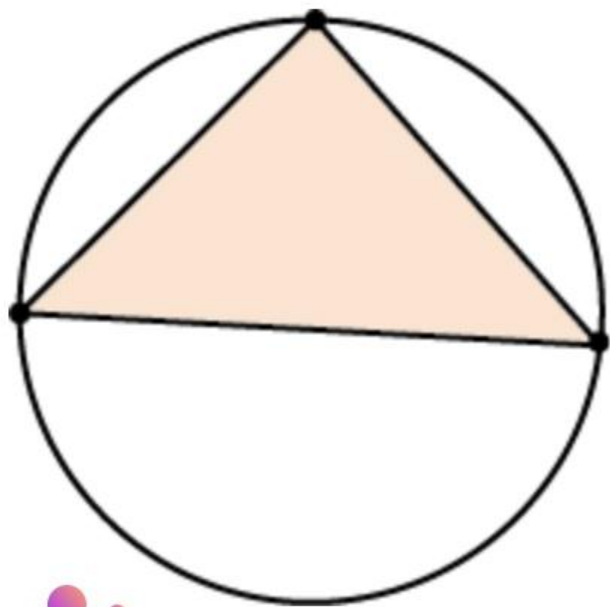
Практика

Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



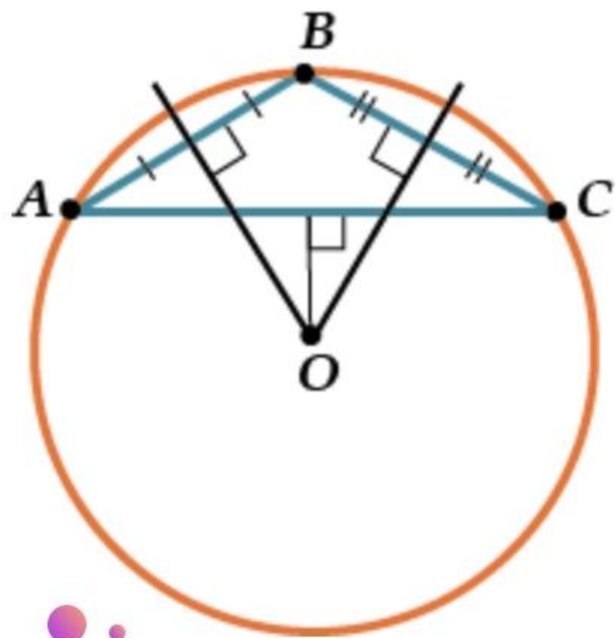
решуегэ.рф

Теория



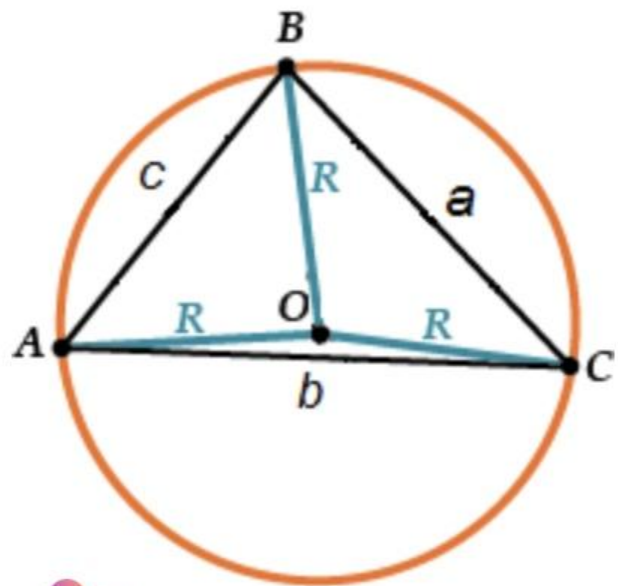
- Вокруг всякого треугольника можно описать окружность.

Теория



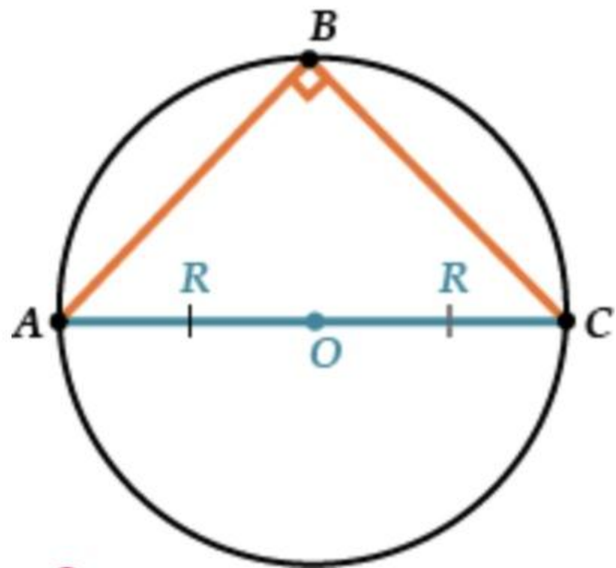
- Вокруг всякого треугольника можно описать окружность, при том единственным образом.
- Центр этой окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

Теория



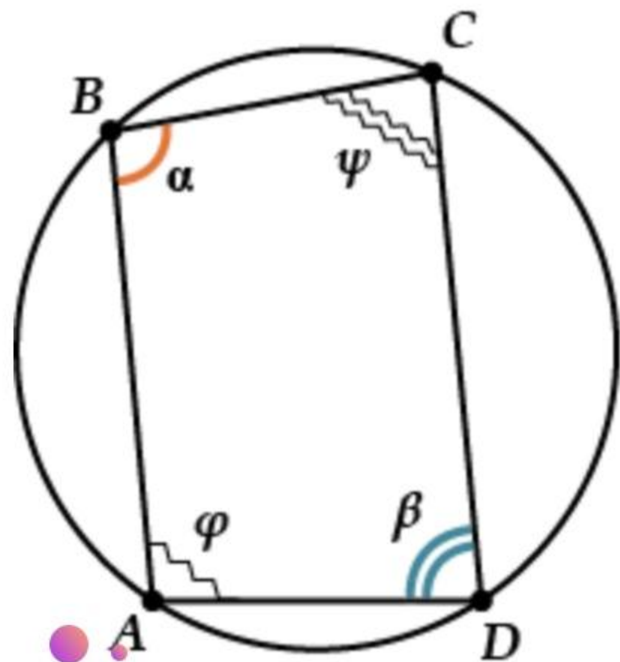
$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$$

Теория



- В **прямоугольном** треугольнике **центр описанной окружности** лежит на **середине гипотенузы**, а радиус равен половине гипотенузы.

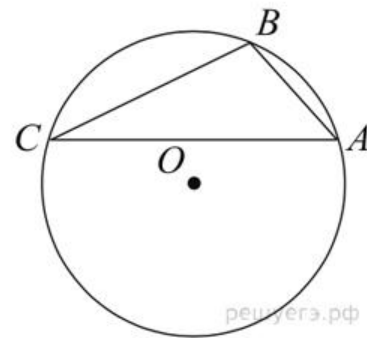
Теория



Четырехугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда **сумма двух его противоположных углов равна 180°** .

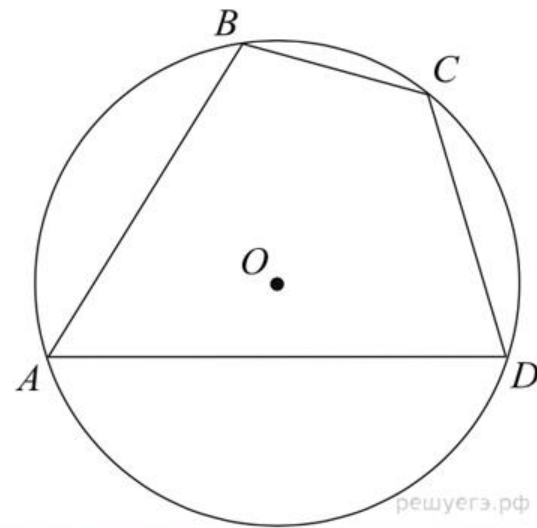
Практика

Точки A , B , C , расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные величины которых относятся как $1 : 3 : 5$. Найдите больший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.



Практика

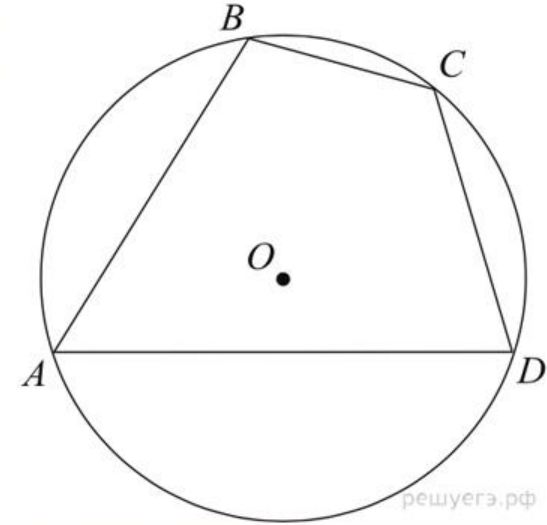
Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 58° .
Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



решуегэ.рф

Практика

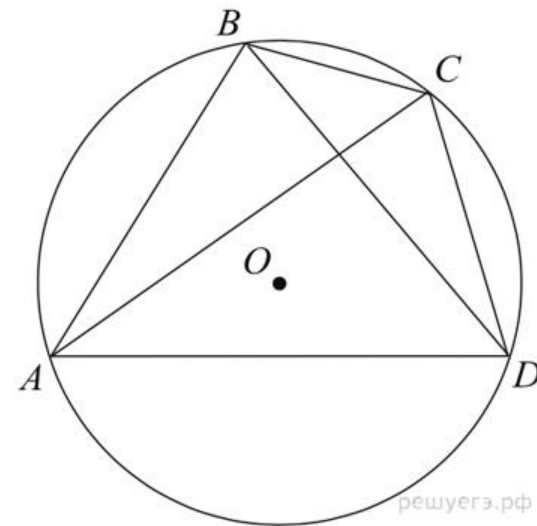
Точки A , B , C , D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB , BC , CD и AD , градусные величины которых относятся соответственно как $4 : 2 : 3 : 6$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



решуегэ.рф

Практика

Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 105° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



решуегз.рф

Практика

Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

