

**Линейность в переменных и параметрах:**

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

**Эта последовательность вводит тему установки нелинейным моделям регресса.  
Сначала нам нужно определение линейности**

**Линейность в переменных и параметрах:**

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

**Модель, показанная выше, линейна в двух смыслах. Правая сторона линейна в переменных, потому что переменные включены точно, как определено, а не как функции.**

**Линейность в переменных и параметрах:**

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

**Это также линейно в параметрах, так как различный параметр появляется как мультипликативный фактор в каждом термине.**

**Линейность в переменных и параметрах:**

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

**Линейность в параметрах, нелинейность в переменных:**

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2^2 + \beta_3 \sqrt{X_3} + \beta_4 \log X_4 + u$$

**Вторая модель выше линейной в параметрах, но нелинейна в переменных.**

**Линейность в переменных и параметрах**

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

**Линейность в параметрах, нелинейность в переменных:**

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2^2 + \beta_3 \sqrt{X_3} + \beta_4 \log X_4 + u$$

$$Z_2 = X_2^2, \quad Z_3 = \sqrt{X_3}, \quad Z_4 = \log X_4$$

**Такие модели не представляют проблемы вообще. Определите новые переменные как показано.**

**Линейность в переменных и параметрах**

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

**Линейность в параметрах, нелинейных в переменных:**

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2^2 + \beta_3 \sqrt{X_3} + \beta_4 \log X_4 + u$$

$$Z_2 = X_2^2, \quad Z_3 = \sqrt{X_3}, \quad Z_4 = \log X_4$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 Z_2 + \beta_3 Z_3 + \beta_4 Z_4 + u$$

**С этими косметическими преобразованиями мы сделали модель линейной и в переменных и в параметрах**

## Линейность в переменных и параметрах

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

## Линейность в параметрах, нелинейность в переменных:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2^2 + \beta_3 \sqrt{X_3} + \beta_4 \log X_4 + u$$

$$Z_2 = X_2^2, \quad Z_3 = \sqrt{X_3}, \quad Z_4 = \log X_4$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 Z_2 + \beta_3 Z_3 + \beta_4 Z_4 + u$$

## Нелинейность в параметрах:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_2 \beta_3 X_4 + u$$

Эта модель нелинейна в параметрах, так как коэффициент  $X_4$  является результатом коэффициентов  $X_2$  и  $X_3$ . Как мы видим, некоторые модели, которые нелинейны в параметрах, могут линеаризоваться соответствующими преобразованиями, но это не один из тех

**Средние ежегодные темпы роста процента**

Занятость		GDP		Занятость		GDP	
Australia	2.57	3.52	Korea	1.11	4.48		
Austria	1.64	2.66	Luxembourg	1.34	4.55		
Belgium	1.06	2.27	Mexico	1.88	3.36		
Canada	1.90	2.57	Netherlands	0.51	2.37		
Czech Republic	0.79	5.62	New Zealand	2.67	3.41		
Denmark	0.58	2.02	Norway	1.36	2.49		
Estonia	2.28	8.10	Poland	2.05	5.16		
Finland	0.98	3.75	Portugal	0.13	1.04		
France	0.69	2.00	Slovak Republic	2.08	7.04		
Germany	0.84	1.67	Slovenia	1.60	4.82		
Greece	1.55	4.32	Sweden	0.83	3.47		
Hungary	0.28	3.31	Switzerland	0.90	2.54		
Iceland	2.49	5.62	Turkey	1.30	6.90		
Israel	3.29	4.79	United Kingdom	0.92	3.31		
Italy	0.89	1.29	United States	1.36	2.88		
Japan	0.31	1.85					

Эта модель нелинейна в параметрах, так как коэффициент X4 является результатом коэффициентов X2 и X3. Как мы будем видеть, некоторые модели, которые нелинейны в параметрах, могут линейризоваться соответствующими преобразованиями, но это не один из тех

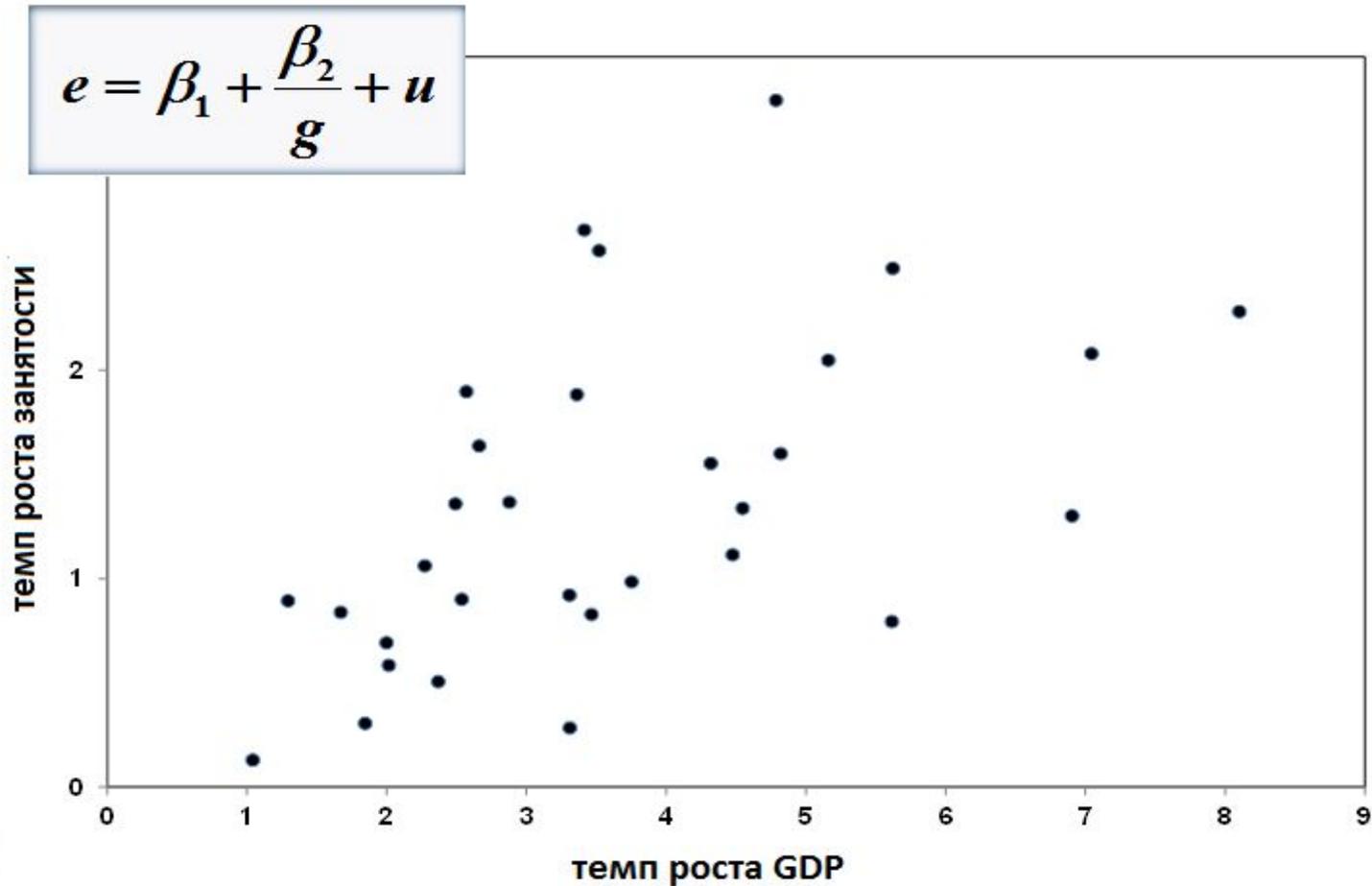
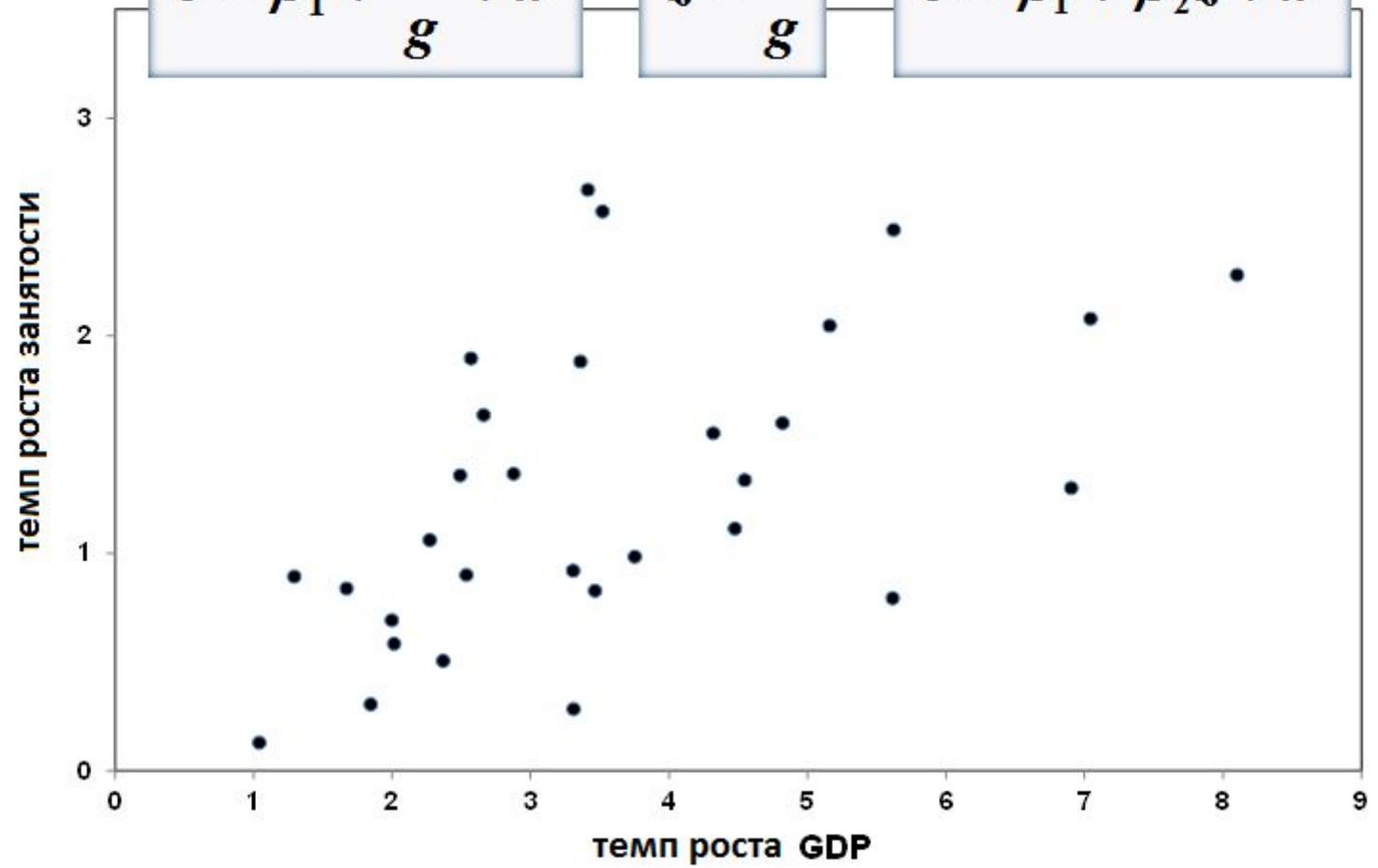


График данных показывает, что отношения явно нелинейны. Мы будем считать различные нелинейные технические требования для отношений в ходе этой главы, начинающейся с гиперболической модели показанными.

$$e = \beta_1 + \frac{\beta_2}{g} + u$$

$$z = \frac{1}{g}$$

$$e = \beta_1 + \beta_2 z + u$$



Это нелинейно в  $g$ , но если мы определяем  $z = 1/g$ , мы можем переписать модель так, чтобы это было линейно в переменных, а также параметрах.

Средние ежегодные темпы роста процента

	e	g	z		e	g	z
Australia	2.57	3.52	0.2841	Korea	1.11	4.48	0.2235
Austria	1.64	2.66	0.3757	Luxembourg	1.34	4.55	0.2199
Belgium	1.06	2.27	0.4401	Mexico	1.88	3.36	0.2976
Canada	1.90	2.57	0.3891	Netherlands	0.51	2.37	0.4221
Czech Republic	0.79	5.62	0.1781	New Zealand	2.67	3.41	0.2929
Denmark	0.58	2.02	0.4961	Norway	1.36	2.49	0.4013
Estonia	2.28	8.10	0.1234	Poland	2.05	5.16	0.1938
Finland	0.98	3.75	0.2664	Portugal	0.13	1.04	0.9603
France	0.69	2.00	0.5004	Slovak Republic	2.08	7.04	0.1420
Germany	0.84	1.67	0.5980	Slovenia	1.60	4.82	0.2075
Greece	1.55	4.32	0.2315	Sweden	0.83	3.47	0.2885
Hungary	0.28	3.31	0.3021	Switzerland	0.90	2.54	0.3941
Iceland	2.49	5.62	0.1779	Turkey	1.30	6.90	0.1449
Israel	3.29	4.79	0.2089	United Kingdom	0.92	3.31	0.3024
Italy	0.89	1.29	0.7723	United States	1.36	2.88	0.3476
Japan	0.31	1.85	0.5417				

Здесь представляется таблица данных вторым разом, показывая ценности  $z$ , вычисленного из тех  $g$ . Нет никакой потребности на практике, чтобы выполнить вычисления самостоятельно. У приложений регресса всегда есть средство для создания новых переменных как функции существующих.

# БАЗИСНАЯ ПРОЦЕДУРА

```
. gen z = 1/g
```

```
. reg e z
```

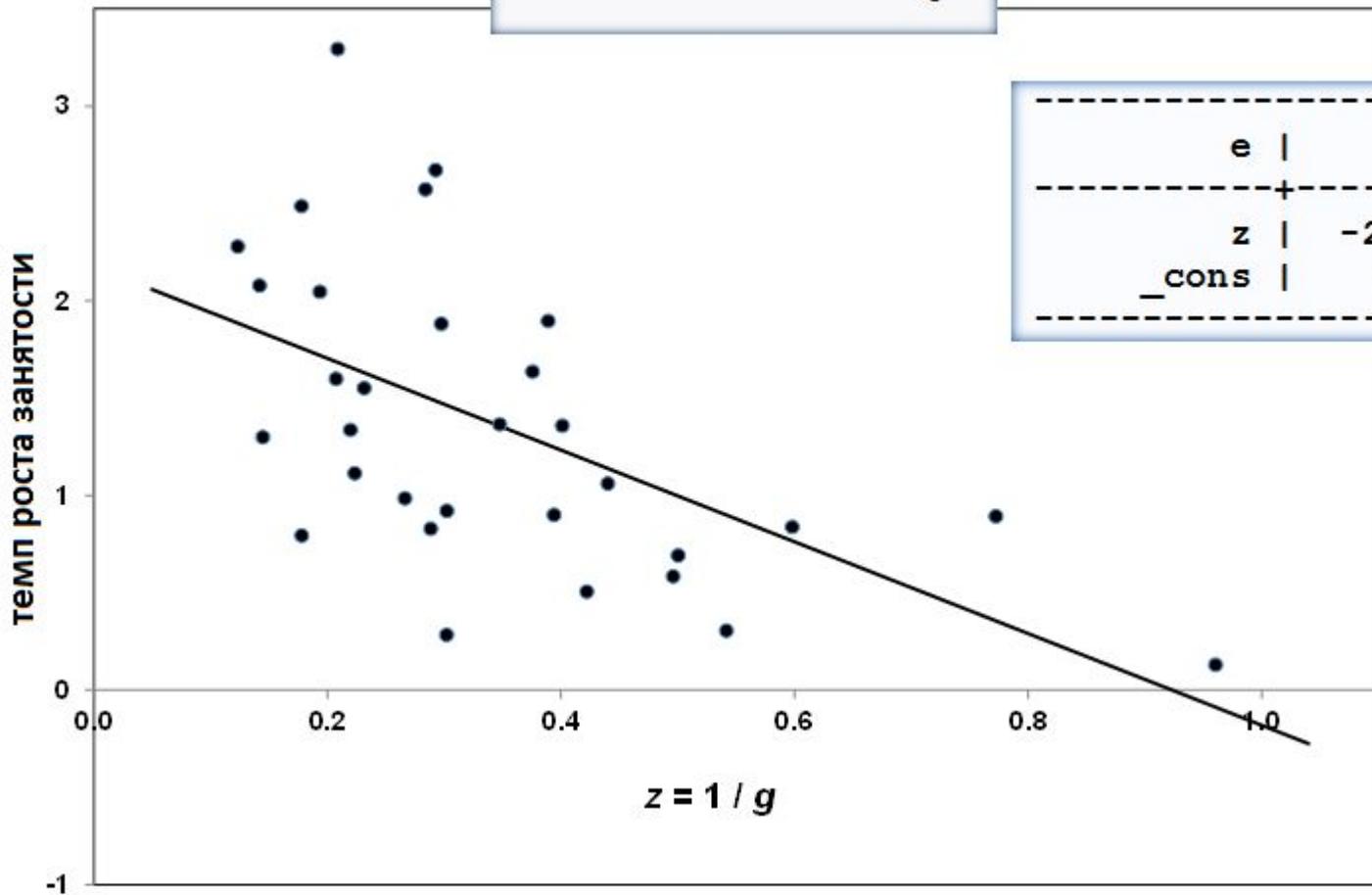
Источник	SS	df	MS	Number of obs = 31		
Модель	5.80515811	1	5.80515811	F( 1, 29) =	13.68	
Остаток	12.3041069	29	.424279548	Prob > F =	0.0009	
Всего	18.109265	30	.603642167	R-squared =	0.3206	
				Adj R-squared =	0.2971	
				Root MSE =	.65137	

e	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
z	-2.356137	.6369707	-3.70	0.001	-3.658888	-1.053385
_cons	2.17537	.249479	8.72	0.000	1.665128	2.685612

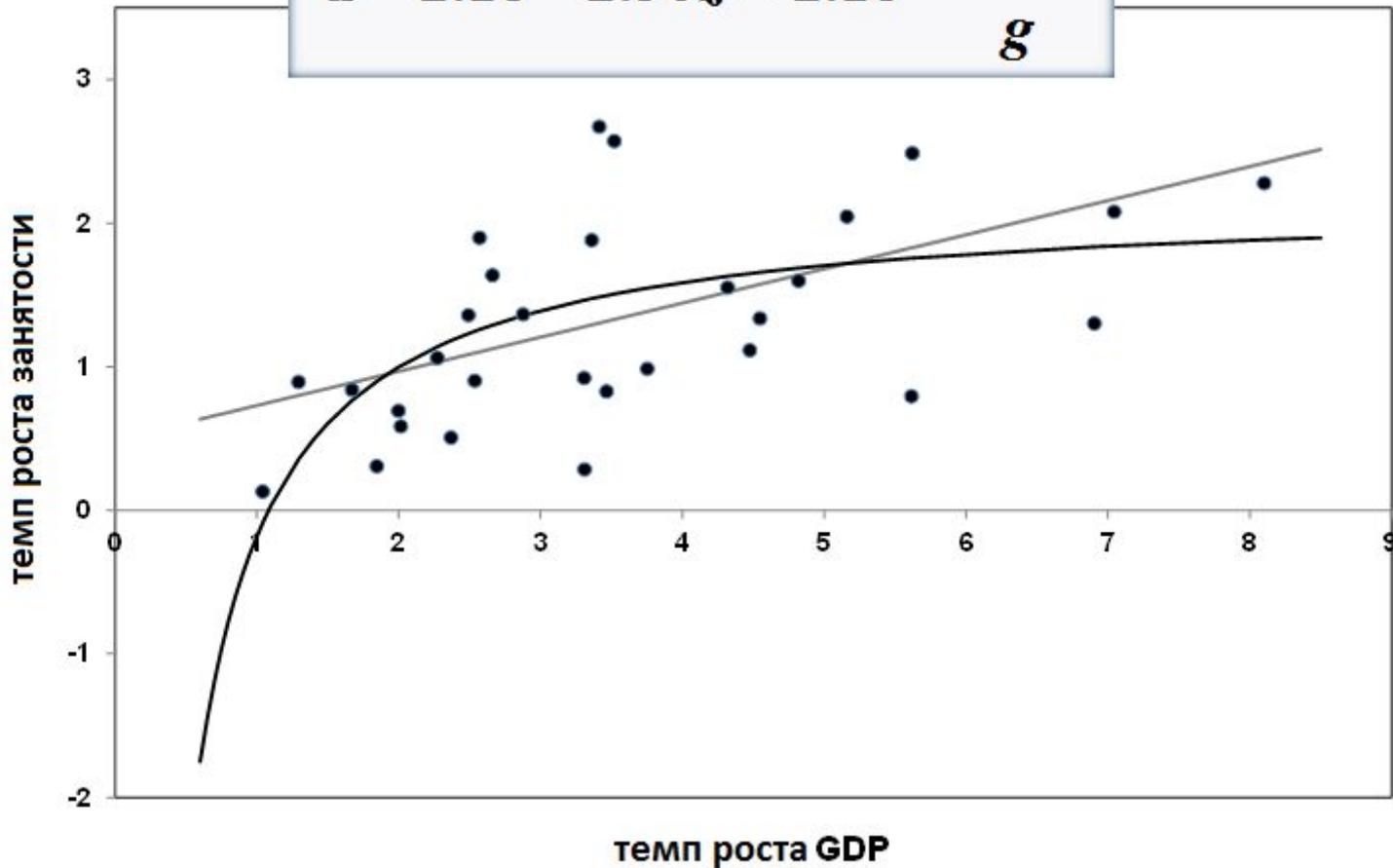
Здесь результат для регресса e на z

$$\epsilon = 2.18 - 2.36z$$



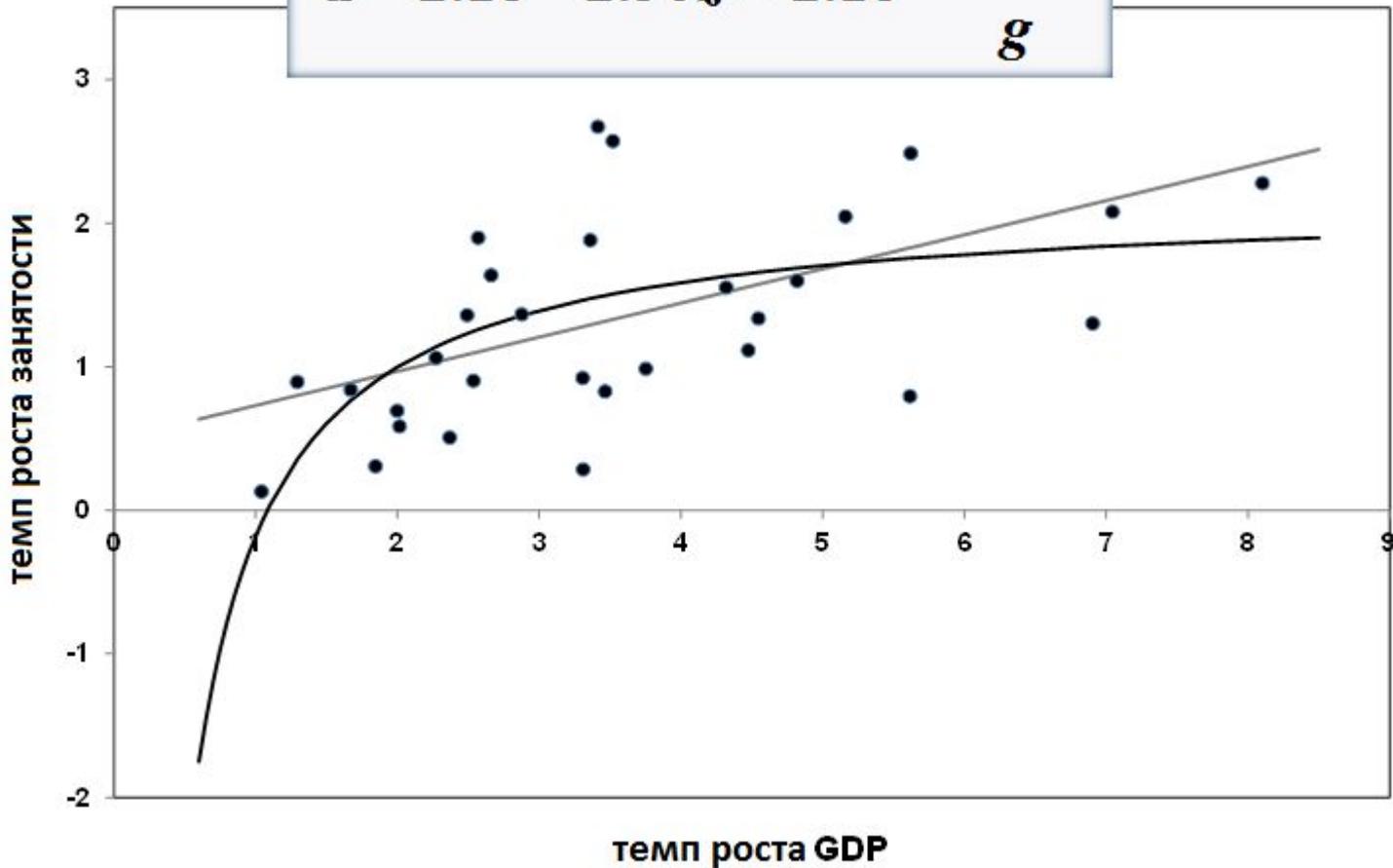
Данные показывают преобразованные данные и линию регресса для регресса  $e$  на  $z$

$$\epsilon = 2.18 - 2.36z = 2.18 - \frac{2.36}{g}$$



Заменяя  $1/g$  на  $z$ , мы получаем нелинейные отношения между  $\epsilon$  и  $g$ . Данные показывают эти отношения, подготовленные в оригинальной диаграмме. Линейный регресс  $\epsilon$  на  $g$ , о котором сообщают в Упражнении 1.5, также показывают для сравнения

$$\epsilon = 2.18 - 2.36z = 2.18 - \frac{2.36}{g}$$



В этом случае было легко видеть, что отношения между  $e$  и  $g$  были нелинейны. В случае многократного регрессионного анализа нелинейность могла бы быть обнаружена, используя графическую технику, описанную в предыдущем слайд-шоу.