

# Механика жидкости и газа

## Литература.

Абрамович г. Н. Прикладная газовая динамика

Сергель О. С. Прикладная гидрогазодинамика

Лепешинский И. А. Газовая динамика одно и двухфазных течений в реактивных двигателях

# Механика жидкости и газа

## Основные определения

**Рабочее тело** это вещество или совокупность веществ изучаемый системы, посредством которой осуществляется преобразование энергии в работу и обратно.

**Гидрогазодинамика** это наука изучающая законы поведения как в условиях равновесия, так и движения рабочих тел, с учетом силового, энергетического и массового взаимодействия с твердыми поверхностями, Или другими рабочими телами.

**Жидкость** это кабельное вещество обладающее свойством несжимаемости.

**Газ** это сжимаемая жидкость.

**Газовую динамику изучают** помимо механики твердого тела так как жидкость обладает свойством **легкоподвижности** то есть **текучести**. Это приводит к тому, что в жидкости появляется дополнительное, деформационное движение и законов механики твердого тела становится недостаточно для описания Ее поведения.

**Свойство текучести жидкости заключается** в способности жидкости легко изменять свою форму без изменения объема. То есть для описания движения жидкости помимо уравнений поступательного и вращательного движения ( как для твердого тела) необходимо учитывать еще и деформационное движение.

# Механика жидкости и газа

Основные разделы гидрогазодинамики.

**Гидростатика**- изучает законы равновесия рабочих тел.

**Кинематика**- изучаются движение рабочих тел Без учета определяющего взаимодействия.

**Динамика**- изучается движение рабочих тел с учетом взаимодействия с другими рабочими телами или твердыми поверхностями.

Различают **гидродинамику** ( гидравлику) в которой рассматриваются несжимаемые жидкости, и **газодинамику** в которой рассматриваются газообразный рабочая сила.

**Цель курса**- научиться проведению анализа и расчета поведение рабочих тел в условиях силового энергетического и массового взаимодействия с другими рабочими телами или твердыми поверхностями.

# Механика жидкости и газа

## Постановка задачи

**Задается** области течения жидкости или система, ее свойства, геометрия обтекаемой поверхности или силовое взаимодействие, энергетическое взаимодействие, массовое взаимодействия, значение параметров на границе области значение параметров на границе области или системы в начальный момент времени.

**Требуется определить** пространственно-временное поле всех параметров рабочего тела в системе (давление температура плотность скорость)

### Группы задач

**Внутренние**- течение в каналах соплах.

**Внешние**- обтекание каких-либо поверхностей.

**Струйные**- изучается истечение струй в пространство заполненная тем же рабочим телом или другим.

Различают прямые и обратные задачи.

**Прямые**- известны параметры на границах геометрия. Требуется определить поля параметров внутри системы

**Обратные**- известно распределение параметров внутри системы. Требуется определить геометрию.

# Механика жидкости и газа

## Способы решения задач и анализа системы.

Решение задачи анализ системы проводится на основе **математических моделей**. Инженерный анализ касается модельной задачи или реальной.

Для построения моделей *отбираются наиболее существенные* детали рассматриваемых процессов, а остальные считаются несущественными и отбрасываются.

Модели записываются в виде системы уравнений и позволяют получать решения, которые в основном согласуются с практикой моделируемого явления или процесса.

***Применимость моделей ограничена.***

**Модели** формулируются на основе физических законов с учетом свойств рабочего тела и особенностей течения. (законы сохранения массы, количества движения, энергии, определяющее уравнение, уравнение качества процесса).

### Методы решения задач

1. Аналитический
2. Моделирование или метод научного эксперимента
3. Натурный эксперимент

# Механика жидкости и газа

## Некоторые определения

**Поведение** рабочих тел необходимо изучать в *системе*.

**Система** это совокупность материальных тел со связями между ними заключённая внутри мысленно выделено границ или контрольной поверхности . Остальная часть материальных тел это окружающая среда.

**Поведение** системы характеризуется ее состоянием или взаимодействием с окружающей средой.

**Состояние** это совокупность свойств системы.

**Свойства системы** это любая величина изменение которой определяется только конечным состоянием , и не зависит от *характера процесса*.

**Процесс** это изменение состояния системы.

**Параметр состояния** это величина характеризующие состояние рабочего тела.(P, T, W, ρ)

Система называется *открытой* если она обменивается массы с окружающей средой.

Система называется *однородный* если ее свойства ,а следовательно параметры распределены равномерно. ( при этом состояние будет *равновесным*)

Система называется *стационарной* если ее свойства ,а следовательно параметры не зависит от времени.

# Механика жидкости и газа . Основные ГИПОТЕЗЫ

## Гипотеза сплошности. Постулат Даламбера-Эйлера.

При изучении направленного движения жидкостей и сил их взаимодействия с твердыми телами жидкости можно рассматривать как сплошную среду-континуум то есть среду лишенную молекул и межмолекулярных промежутков.

### Структура системы. Жидкие частицы.

**Жидкая частица** это мысленно выделенная весьма Малая масса жидкости неизменного состава по объему сравнимая с весьма малым объемом и имеющая весьма малую площадь поверхности. При движении она может деформироваться ну заключенная в ней масса остается неизменной, а макроскопические параметры ( давление температура скорость) отождествляются со свойствами потока в точке нахождения жидкой частицы.

**Жидкий объем** это мысленный выделенный объем состоящий из одних и тех же жидких частиц который может деформироваться но сохраняет массу. Особенно жидкого объема это его равновесное состояние.

# Механика жидкости и газа . Основные ГИПОТЕЗЫ

Структура системы. Жидкие частицы.

1) характерный размер, например, диаметр  $d$  жидкой частицы, должен быть существенно меньше характерного размера системы, например, длины канала  $L$ :

$$\frac{d}{L} \ll 1; \quad (2.1)$$

2) с другой стороны, жидкая частица должна содержать такое существенное число молекул, чтобы изменение этого числа за счет теплового хаотического движения не вызывало бы заметного изменения макропараметров. Это условие выполняется, если  $d$  существенно превышает длину свободного пробега молекул  $l$ , т. е.

$$\frac{d}{l} \gg 1. \quad (2.2)$$

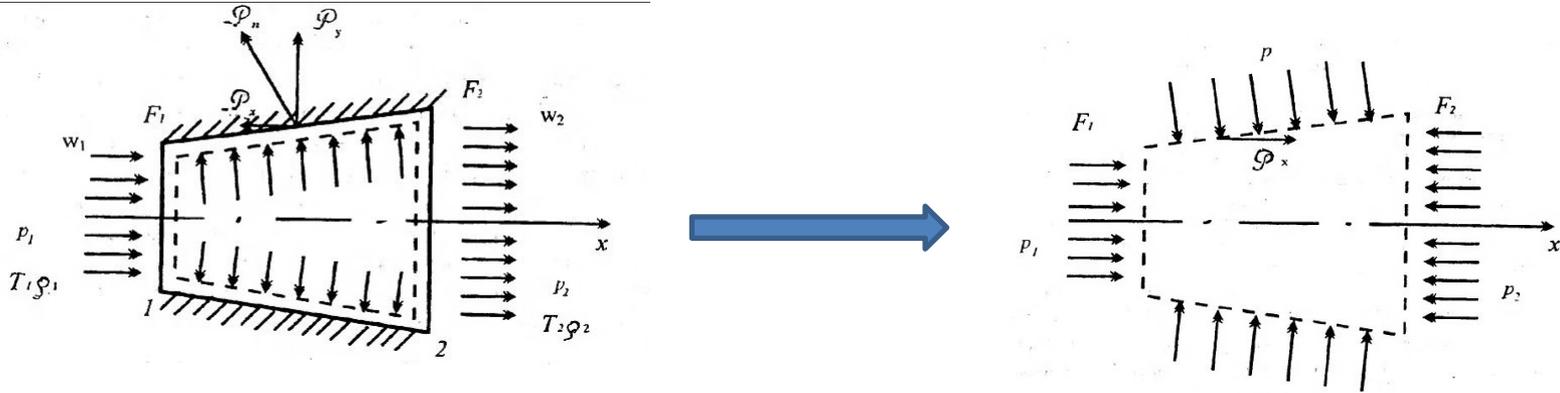
Критерием выполнения гипотезы сплошности служит число *Кнудсена* — отношение длины свободного пробега молекул газа  $l$  к характерному размеру системы  $L$

$$\text{Kn} = \frac{l}{L}, \quad (2.3)$$

а область существования континуума соответствует  $\text{Kn} < 0,01$ .

# Механика жидкости и газа . Основные ГИПОТЕЗЫ

Силы и напряжения действующие в жидкости (на жидкий объем)



Различают поверхностные и массовые силы

**Поверхностные силы** представляет собой воздействие среды на поверхность системы (выделенного объема)

**Массовые силы** это сила приложенная каждой жидкой частицы то есть силы пропорциональные массе

Напряжение массовые силы это  $\vec{J}_m$  [м/с<sup>2</sup>, Н/кг]

Вектор массовой

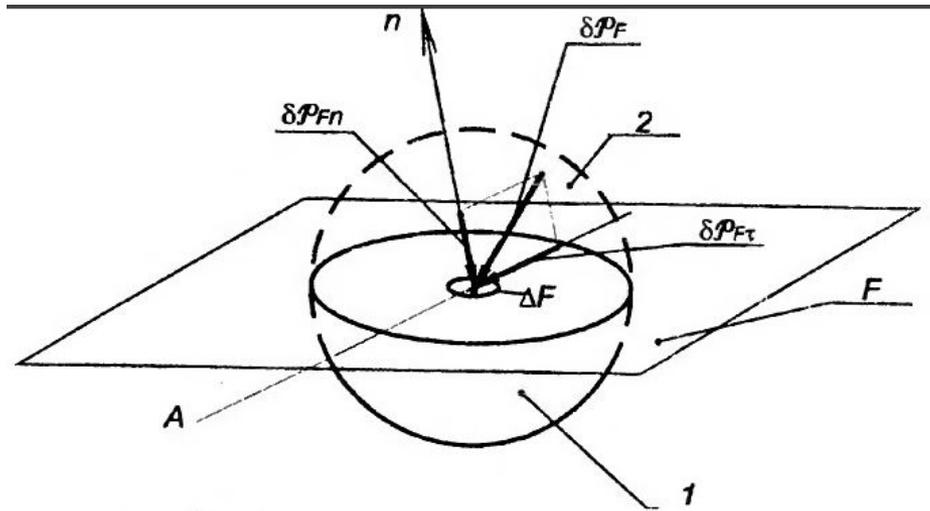
силы

$$\vec{J}_m = \lim \frac{\delta P_m}{\delta m}$$

Элементарная масса

# Механика жидкости и газа . Основные ГИПОТЕЗЫ

Силы и напряжения действующие в жидкости (на жидкий объем)



Поверхностные силы

$$\vec{J} = \lim \frac{\delta P_F}{\Delta F}, \quad \text{Н/м}^2.$$

Напряжение нормальной поверхностной силы, или *нормальное напряжение*,

$$\sigma = - \lim \frac{\delta P_{Fn}}{\Delta F}, \quad \text{Н/м}^2.$$

Знак “-” показывает, что за положительное принято растягивающее напряжение.

Напряжение трения, или *касательное напряжение*,

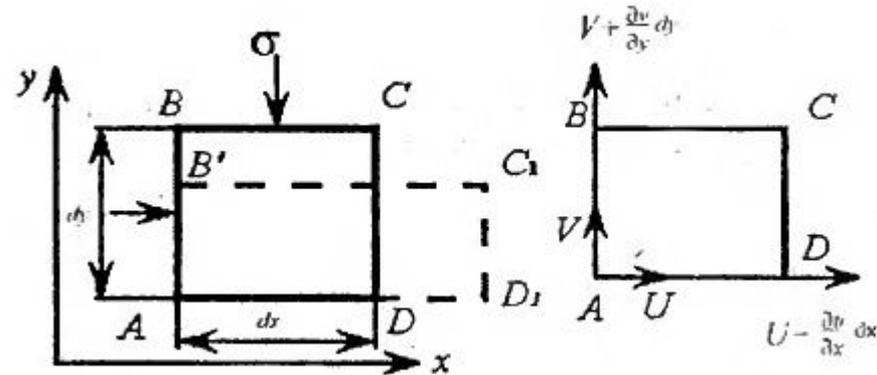
$$\tau = \lim \frac{\delta P_{F\tau}}{\Delta F}, \quad \text{Н/м}^2.$$

# Механика жидкости и газа . Основные

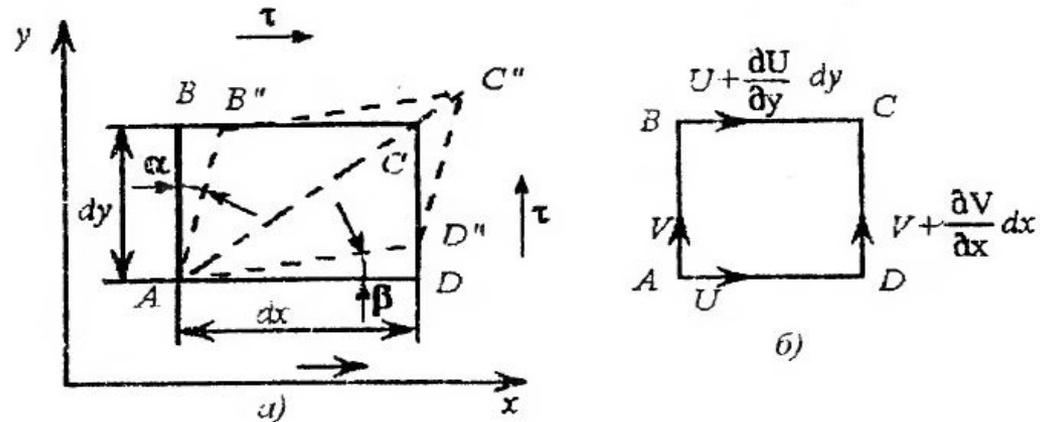
## ГИПОТЕЗЫ

Силы и напряжения действующие в жидкости (на жидкий объем).

Деформация.  
Объемная



Сдвиговая  
деформация



# Механика жидкости и газа . Основные ГИПОТЕЗЫ

## Гипотеза прилипания Прандтля

*При обтекании жидкостью тел молекулы жидкости, непосредственно прилегающие к поверхности, всегда движутся со скоростью этой поверхности, т. е. как бы прилипают к ней.*

**Вязкость** или **внутреннее трение** это свойство всех реальных жидкостей оказывать сопротивление относительному сдвигу частиц , то есть изменению формы

$$\tau = \mu \frac{\partial U}{\partial y}, \quad \text{Закон вязкого трения Ньютона}$$

где  $\tau = \frac{P}{F}$ , Н/м<sup>2</sup> — напряжение трения,

$P$ , Н — сила трения

$F$ , м<sup>2</sup> — площадь

$\mu$ , Н·с/м<sup>2</sup> коэффициент динамической вязкости

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad \text{м}^2/\text{с}$$

Коэффициент кинематической вязкости

$$\mu = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^n$$

Зависимость вязкости от температуры

**Идеальная жидкость (газ) – жидкость лишенная вязкости**

$$\mu = 0.$$

# Механика жидкости и газа . Основные ГИПОТЕЗЫ

## Статическое (гидростатическое ) давление

При отсутствии трения в невязкой жидкости касательные напряжения обращаются в нуль:

В этом случае напряжения не зависят от ориентации площадки, а напряжение, взятое с обратным знаком, называют *гидростатическим* или *статическим* давлением:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -p.$$

**Давление в отличии от напряжения всегда действует внутрь выделенного объема**

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = -P * \eta * \varepsilon$$

Кoeffициент второй вязкости

Скорость деформации

# Механика жидкости и газа . Основные ГИПОТЕЗЫ

## Гипотеза совершенного газа. Сжимаемость

Определяющее уравнение как уравнение состояния. В фундаментальных законах сохранения, используемых для построения математических моделей, не содержится никаких параметров, характеризующих конкретное рабочее тело. Поэтому к ним следует добавить определенное число уравнений состояния, где учтены специфические свойства рассматриваемого рабочего тела. В термодинамике сплошных сред эти уравнения называют *определяющими* [14].

$$\rho = \text{const}$$

$$p = \rho RT \quad R = \frac{R_m}{m} \quad C_p = C_v + R.$$

$$C_v = \frac{du}{dT}, \quad \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \quad k = C_p / C_v$$

$$C_p = \frac{di}{dT}, \quad \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

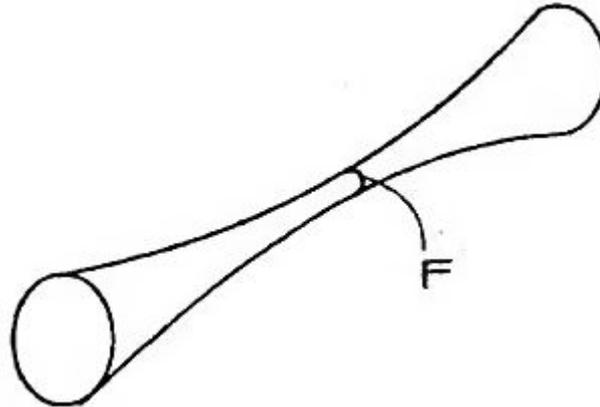
*Сжимаемость* — способность среды изменять свой объем (и плотность) при изменениях давления и температуры. Для характеристики сжимаемости используется *модуль упругости*, или *коэффициент сжимаемости среды*.

# Механика жидкости и газа . Основные ГИПОТЕЗЫ

## Некоторые дополнительные определения

**Траектория** — геометрическое место положений одной и той же частицы. В переменных Эйлера для геометрической интерпретации потока используются линии тока. **Линия тока** — это линия, в каждой точке которой в данное мгновение вектор скорости совпадает с касательной к этой линии. Совпадение линий тока и траекторий имеет место только в случае установившегося течения.

**Элементарная струйка.** Выберем в жидкости замкнутый контур  $F$ . Через все точки контура проведем линии тока. Поверхность, образованная линиями тока, проходящими через все точки замкнутого контура, называется **трубкой тока**, а жидкость, движущаяся внутри трубки тока, — **струйкой**. Уменьшая поперечное сечение струйки, можно добиться того, что параметры будут изменяться только вдоль оси



# Механика жидкости и газа . Основные ГИПОТЕЗЫ

## Методы изучения и описания движения жидкости

Для математического описания движения жидкости используется метод Лагранжа или метод Эйлера. В *методе Лагранжа* изучается движение каждой отдельной частицы, которая помечается ее координатами  $(x_0, y_0, z_0)$  в начальный момент времени  $t_0$ , а движение жидкости задается параметрическими уравнениями траекторий всех частиц жидкости

$$x = x(x_0, y_0, z_0, t), \quad y = y(x_0, y_0, z_0, t), \quad z = z(x_0, y_0, z_0, t).$$

При этом скорости частиц (их проекции на координатные оси) определяются как  $u = \frac{dx}{dt}$ ,  $v = \frac{dy}{dt}$ ,  $w = \frac{dz}{dt}$ , а  $x_0, y_0, z_0$  — как переменные Лагранжа.

В *методе Эйлера* изучается движение, происходящее во времени в точках  $x, y, z$  системы. Поэтому задается все поле скоростей в движущейся жидкости как функция координат и времени:  $u = u(x, y, z, t)$ ,  $v = v(x, y, z, t)$ ,  $w = w(x, y, z, t)$

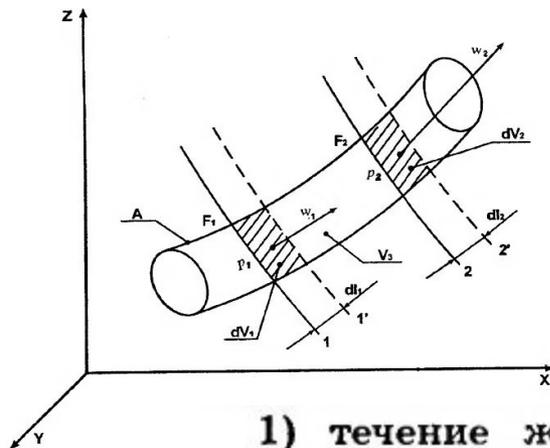
---

Для нахождения скорости необходимо только задать координаты точки, т. е. положить  $x = a$ ,  $y = b$ ,  $z = c$ . При этом  $x, y, z, t$  — переменные Эйлера.

# Механика жидкости и газа .

## Математическая модель элементарной струйки.

### Основы динамики элементарной струйки



$$dV_1 = F_1 dl_1$$

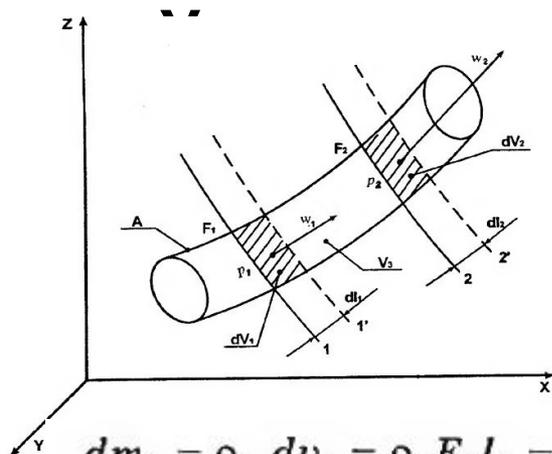
$$dV_2 = F_2 dl_2$$

### Основные допущения

- 1) течение жидкости ~~результирующее~~ в системе элементарной струйки
- 2) движение жидкости — установившееся
- 3) параметры потока постоянны в поперечных сечениях и изменяются только вдоль оси;
- 4) жидкость — сжимаемая, вязкая
- 5) диффузионным переносом массы, количества движения и энергии пренебрегаем и учитываем только конвективный перенос;
- 6) учитываются внутренняя и кинетическая энергия, потенциальная энергия давления и потенциальная гравитационная энергия положения, а также обмен массой количеством движения и энергией между системой и окружающей средой.

# Механика жидкости и газа .

## Математическая модель элементарной струйки.



Уравнение  
неразрывности  
струйки

(закон сохранения  
массы)

$$dV_2 = F_2 dl_2$$

$$dl_1 = w_1 dt \quad \text{и} \quad dl_2 = w_2 dt.$$

$$dm_1 = \rho_1 dv_1 = \rho_1 F_1 l_1 = \rho_1 F_1 w_1 dt;$$

$$dm_2 = \rho_2 dv_2 = \rho_2 F_2 l_2 = \rho_2 F_2 w_2 dt.$$

$$dm_1 = dm_2$$

$$\rho_1 w_1 F_1 = \rho_2 w_2 F_2 = \rho w F = \text{const, кг/с.}$$

Для несжимаемой жидкости

$$w_1 F_1 = w_2 F_2 = w F = \text{const.}$$

Величина  $G = \frac{dm}{dt}$ , кг/с называется *массовым секундным расходом*  $G = \rho w F$ , кг/с

Величина  $q_w = \rho w = G/F$ , кг/м<sup>2</sup> · с называется *плотностью тока*.

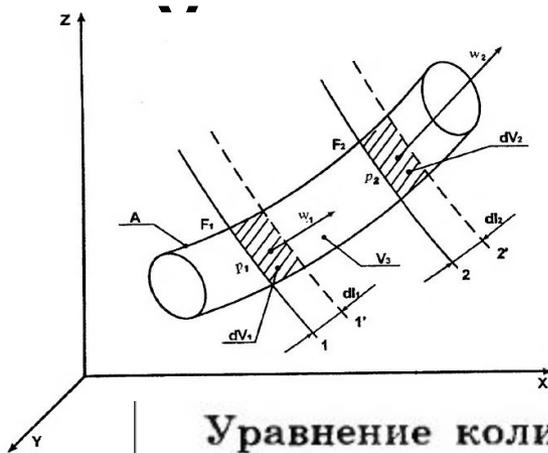
Величина  $Q = w F$ , м<sup>3</sup>/с называется *объемным расходом*.

$$dG = \rho w dF + \rho F dw + F w d\rho \longrightarrow \frac{dG}{G} = \frac{dF}{F} + \frac{dw}{w} + \frac{d\rho}{\rho} \quad \text{Дифференциальное уравнение}$$

$$\frac{dF}{F} + \frac{dw}{w} + \frac{d\rho}{\rho} = 0. \quad \text{Для случая постоянства массы в системе ГИ}$$

# Механика жидкости и газа .

## Математическая модель элементарной струйки.



Уравнение количества движения элементарной струйки

(закон сохранения)

$$dV_1 = F_1 dl_1 \quad dl_1 = w_1 dt \quad \text{и} \quad dl_2 = w_2 dt.$$

$$dV_2 = F_2 dl_2 \quad G = \text{const}, \quad dG/G = 0.$$

Уравнение количества движения выражает второй закон механики Ньютона применительно к течению жидкости и является векторным уравнением. Теорема об изменении количества движения (2-й закон Ньютона) формулируется так: “изменение количества движения системы равно импульсу суммы всех сил, действующих на систему”, т. е.  $\sum \vec{P} dt = d\sum m\vec{w}$ .

$$\sum P_x dt = d\sum mw_x$$

$$d\sum mw_x = dm_2 w_{2x} - dm_1 w_{1x} \longrightarrow d\sum mw_x = G_2 dt w_{2x} - G_1 dt w_{1x} = G (w_{2x} - w_{1x})$$

$$\sum P_x = G(w_{2x} - w_{1x}),$$

$$V = Fdx, \text{ тогда } -Fdp = GdW, G = \rho WF,$$

$$-dP = \rho WdW, \text{ m.e. } -\frac{dP}{\rho} = WdW$$