

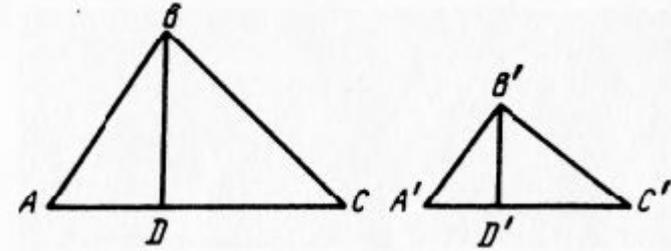
# Приближенное подобие и моделирование

Студент  
Курилов А.С.  
Группа  
М-ТЭ-18

Руководитель  
Севостьянов А.В

# Подобие

- Подобными называются явления, которые имеют одинаковую физическую природу и описываются одинаковыми по форме и по содержанию уравнениями.
- Подобными физическими системами называют однородные физические системы, в которых все описывающие их одноименные сходственные величины пропорциональны.
- Под однородными физическими системами понимаются однородные геометрические системы, внутри которых протекают физические явления одинаковой природы, например, гидродинамические, электрические и т.п.
- Для подобия двух однородных физических систем необходимо, чтобы в описывающих их совокупностях величин сходственные одноименные безразмерные параметры (приведенные к безразмерному виду одинаковым способом) были одинаковы.

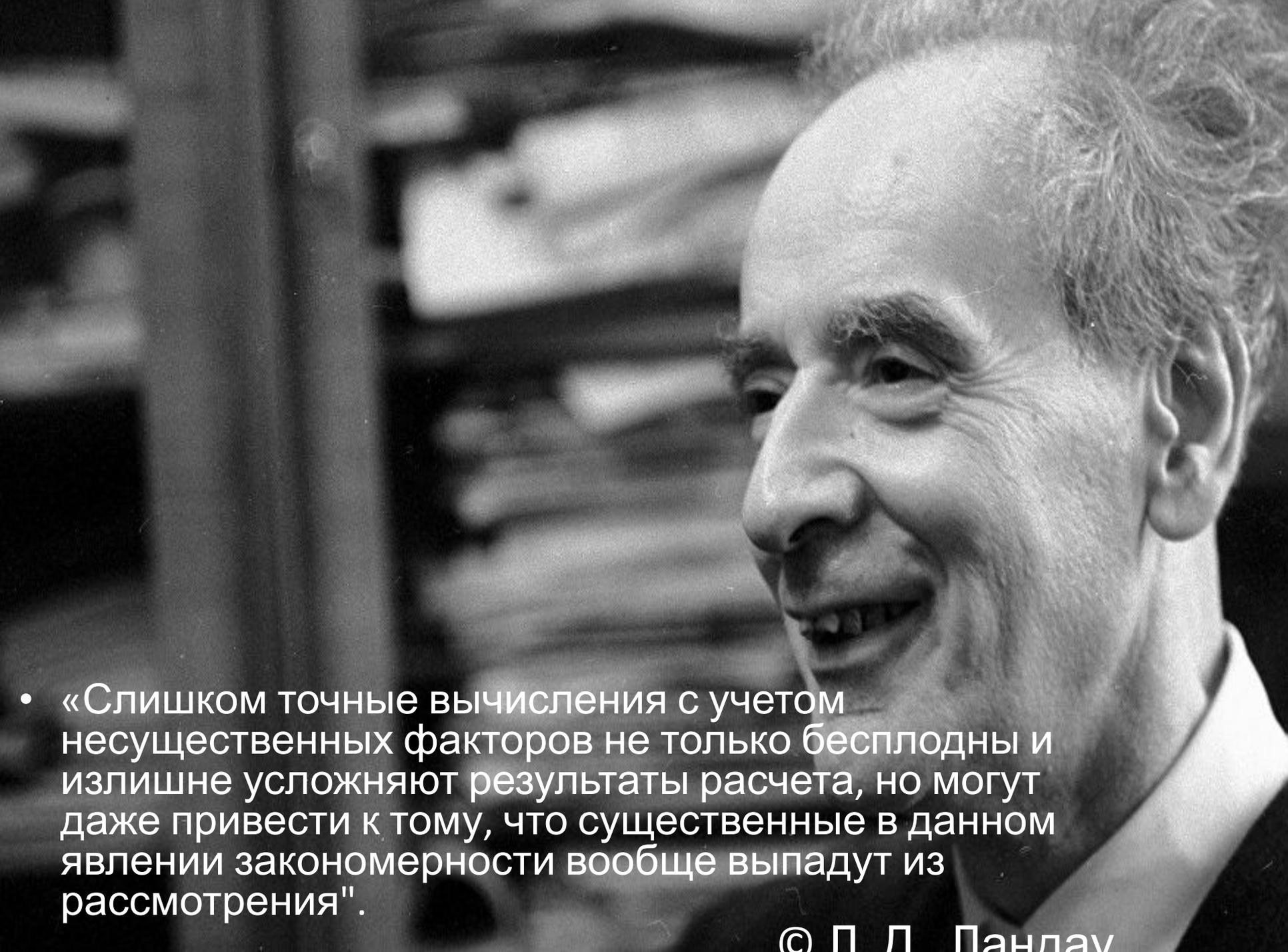


# Понятие о приближенном подоби и моделировании

Большие трудности встречаются, в частности, при моделировании таких процессов, как горение, продувка металла и шлака, теплообмен и т.д.

Чаще всего для решения инженерных и научно-технических задач целесообразным оказывается выявление лишь основных, наиболее существенных закономерностей процесса без учета второстепенных факторов, т.е. использование приближенных методов.





- «Слишком точные вычисления с учетом несущественных факторов не только бесплодны и излишне усложняют результаты расчета, но могут даже привести к тому, что существенные в данном явлении закономерности вообще выпадут из рассмотрения».

# Безразмерные величины

- **Размерными величинами** называются, числовые значения которые зависят от принятых масштабов, т.е. от системы единиц измерения.
- **Безразмерные величины**, производные физической величины, не зависящие от изменения в одно и то же число раз величин, выбранных за основные. Если, например, за основные величины выбраны длина  $L$ , масса  $M$  и время  $T$  и их изменения в одно и то же число раз не влияют на размер данной величины, то размерность такой величины равна  $L^0 M^0 T^0 = 1$ , и она в этой системе величин является безразмерной. К безразмерным величинам относятся все относительные величины: относительная плотность (плотность тела по отношению к плотности воды), относительное удлинение, относительные магнитная и диэлектрическая проницаемости и т.д., а также критерии подобия (числа Рейнольдса, Прандтля и другие выражаются в отвлечённых единицах. Относительные величины выражаются также в процентах (%) и промилле (‰)

# Отличия безразмерных зависимостей от размерных

- Важной особенностью **размерных зависимостей** является то, что информация о соотношениях между эффектами и об условиях однозначности в них фактически не разделена, так как каждая из величин, входящих в такие зависимости, выражена в универсальных единицах, т.е. сопоставляется с общепринятыми эталонами (масштабами) .
  - Содержится информация двух видов:
    - 1) об условиях однозначности, т.е. об области протекания рассматриваемого процесса;
    - 2) о количественных соотношениях между интенсивностями существенных для процесса физических эффектов или величин
- Особенностью **безразмерных зависимостей** является то, что при получении их вместо универсальных масштабов (единиц измерения) величин используются такие, которые являются существенными именно для рассматриваемых процессов. В результате универсальные масштабы (единицы измерения) фактически исключаются из безразмерных зависимостей, а следовательно, исключаются фактически сведения о размере области протекания конкретного процесса.
  - Остается только один вид информации — информация о количественных соотношениях между действующими физическими эффектами.

- Физический смысл безразмерных величин заключается в следующем: безразмерные физические величины являются приближенной количественной мерой соотношения интенсивностей физических эффектов.
- У подобных процессов, совпадают только количественные соотношения между соответствующими физическими эффектами, а размеры областей протекания процессов в общем случае не совпадают.

- **Физически подобными** называются такие геометрически и физически однородные процессы, у которых в исследуемом диапазоне совпадают количественные соотношения между интенсивностями соответствующих физических эффектов.
- Если процесс развивается под действием нескольких физических эффектов разной величины (интенсивности), то влияние на такой процесс эффекта малой величины по сравнению с остальными величинами должно быть незначительным и, следовательно, влиянием этого эффекта можно пренебречь.

- Принцип пренебрежения влиянием эффектов (членов уравнений) малой по сравнению с другими величины широко используется в настоящее время в различных отраслях науки и техники и является одним их важнейших при решении многих инженерно-технических задач.
- Так, в математике при разложении функций в бесконечные ряды пренебрегают членами ряда высокого порядка для получения удобных приближенных формул. При выводе формул для частных производных и полного дифференциала функции нескольких переменных известная формула

$$df(x, y) = (df/dx) dx + (df/dy) dy$$

получена путем отбрасывания членов, содержащих такие малые величины высокого порядка, как

$$dx^2, dy^2, dx dy$$

- Этот принцип широко применяется в гидроаэромеханике. Так, при получении приближенных решений уравнения Навье—Стокса ( для турбулентного режима пренебрегают членом, учитывающим действие сил вязкости, а для ламинарного режима — членом, учитывающим действие сил инерции ).

- **Приближенное моделирование**

Такое моделирование, при котором обеспечивается равенство на модели и оригинале критериев, существенно влияющих на процесс в интересующей областях, и не выполняется равенство критериев, незначительно (слабо) влияющих на процесс.

- Основной задачей теории приближенного подоби́я следует считать разработку методов оценки значимости критериев
- **Существенным** следует считать такой критерий, изменение численного значения которого при неизменности значений других приводит к существенному изменению численного значения безразмерной функции.
- **Несущественным** следует считать такой критерий, изменение численного значения которого при неизменности значения остальных не приводит к изменению численного значения безразмерной функции.

# Необоснованное пренебрежение условиями подобия

Покажем опасность такого "моделирования" на примере исследования движения жидкости (газа) в каком-либо агрегате. Из гидродинамики известно, что при точном моделировании такого процесса необходимо выполнить равенство для модели и образца критериев  $Re$ :

$$Re' = Re$$
$$w' d' / \nu' = w d / \nu.$$

можно найти, что при точном моделировании скорость жидкости для модели нужно выбирать по такому соотношению:

$$w' = w (\nu' / \nu) (d / d')$$

Примем, например, что для интересующего нас процесса в оригинале  $Re = 50000$ . Если при моделировании мы используем ту же жидкость, что и в оригинале ( $\nu' = \nu$ ), а линейные размеры модели примем в 10 раз меньше оригинала  $d' = 0,1d$ , то  $w' = 10w$  т.е. для модели нужно выбрать скорость в 10 раз больше.

Если же необоснованно пренебречь условиями подобия и выбрать скорость на модели, например, в 10 раз меньше (как и линейный масштаб), чем в оригинале  $w' = 0,1 w$ , то получим:

$$Re' = \frac{w' d'}{\nu'} = \frac{1}{10} \frac{w}{10} \frac{d}{\nu} = \frac{1}{100} Re = 500.$$

При таком значении  $Re$  ( $Re < 2300$ ) режим движения на модели будет ламинарным, тогда как на образце он турбулентный ( $Re > 10000$ ). Следовательно, такая "модель" даст совершенно неверную картину движения и перемешивания газа.

# ВЫРОЖДЕНИЕ ВЛИЯНИЯ КРИТЕРИЕВ

- Бесконечное уменьшение и увеличение численного значения критерия говорит о несоизмеримости сопоставляемых эффектов, влияние на процесс бесконечно больших и малых критериев должно вырождаться.
- При приближенном моделировании критерии целесообразно подразделять на следующие группы:
  - 1) существенные;
  - 2) вырожденные несущественные;
  - 3) вырожденные формальные (несамостоятельные)

- **Существенные критерии** - отражают соотношение между соизмеримыми физическими эффектами, а изменение численного значения которых при неизменности любых других существенно влияет на значение безразмерной функции.
- **Вырожденные** - критерии, отражающие соотношения между несоизмеримыми эффектами. Признаком вырожденности является несоизмеримость критерия с единицей. Любой критерий при обоих предельных значениях ( $- \rightarrow 0$ ;  $- \rightarrow \infty$ ) вырождается
- Признаком несамостоятельности, т.е. формальности критериев в рассматриваемой совокупности, является несоизмеримость с единицей не одного, а сразу двух или более критериев, имеющих общую группу физических величин. Причем, формальными следует считать все такие несоизмеримые с единицей критерии.

- Методика моделирования в значительной степени зависит от целей и требуемой точности исследований. В связи с этим прежде всего необходимо четко уяснить и сформулировать задачу
- Например, если при моделировании процесса продувки металла нас интересует только глубина внедрения газовых струй в металл, то можно использовать очень простую методику, которая требует соблюдения равенства в модели и оригинале только безразмерного импульса струи  $I = i / (\rho_j g l^3)$ , так как безразмерная глубина внедрения  $I/h$  практически не зависит от других факторов. Если же перед моделированием поставлена более сложная задача — выбор оптимальной конструкции продувочных форм (число, угол наклона, расположение и диаметр сопел), обеспечивающих минимальный вынос брызг при хорошем перемешивании ванны, то моделирование по безразмерному импульсу уже недостаточно и необходимо обеспечивать равенство для модели и оригинала еще ряда критериев, что усложняет методику.