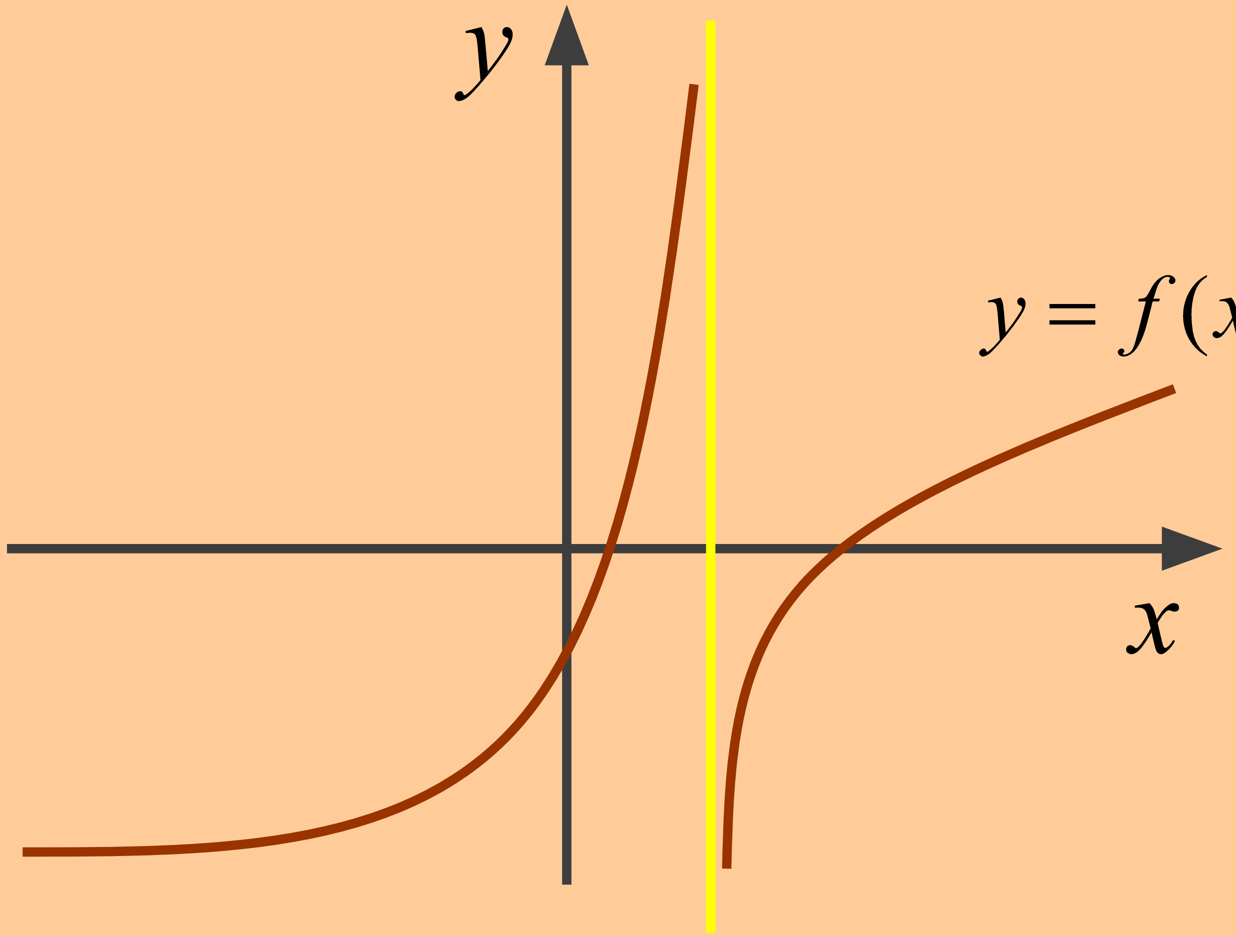
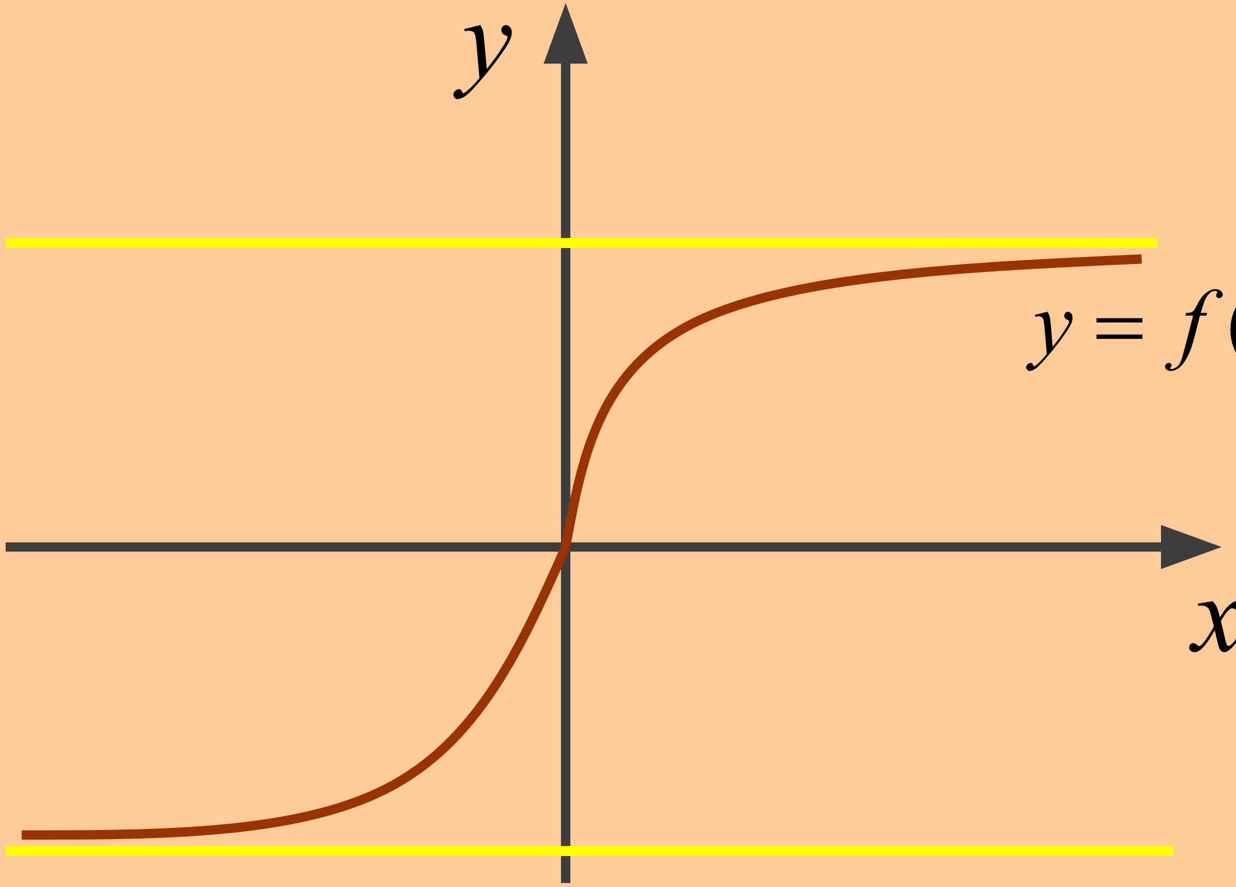
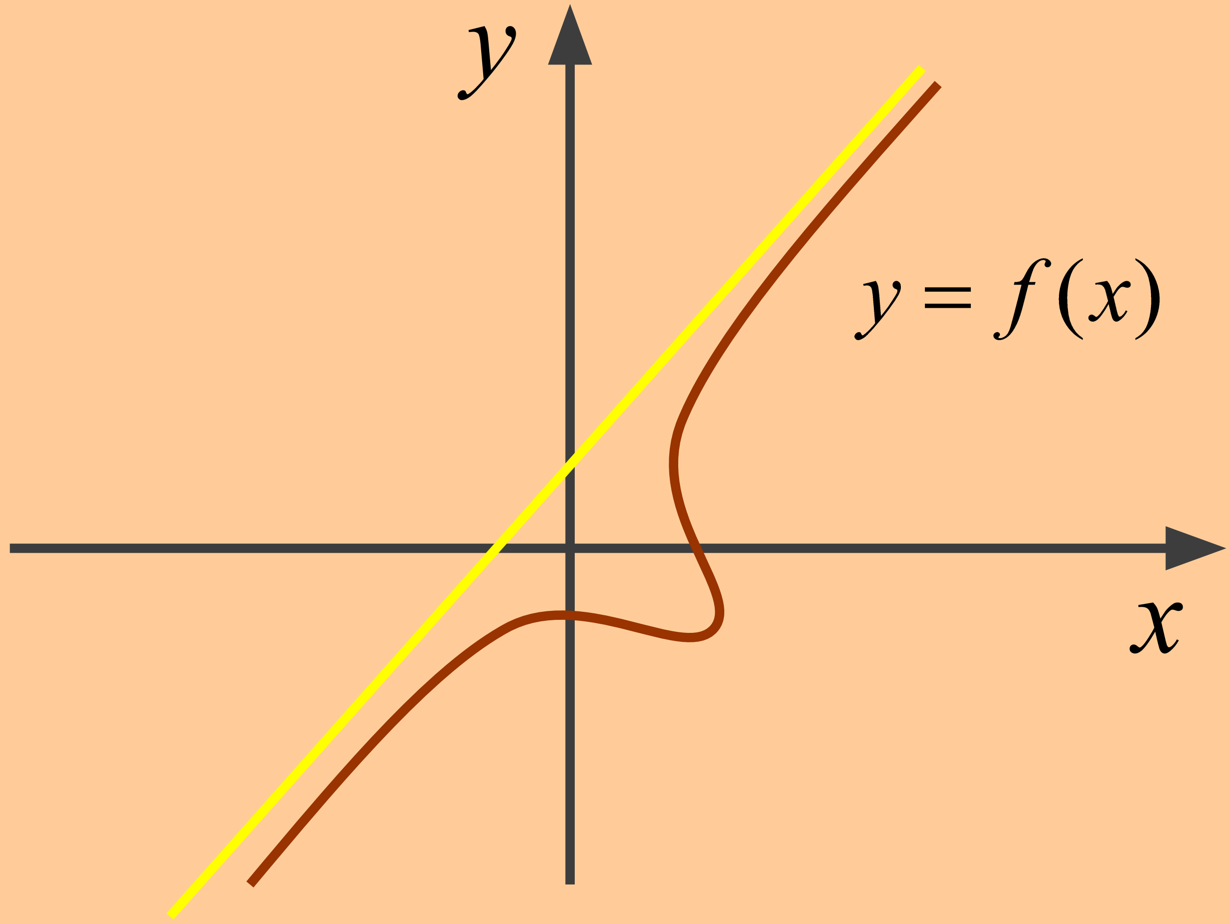
Егер y=f(x) функциясының графигінің М нүктесі шексіздікке ұмтылғанда бір L түзуінен ара қашықтығы нөлге ұмтылса, онда L түзуін y=f(x) функциясының асимптотасы деп атайды.



вертикальды асимптота



Горизонтальды асимптота



Көлбеу асимптота

1-ТЕОРЕМА

Аймағы x_0 нүктесінде айқындалған y=f(x) функциясы берілсін (осы нүктені қоспағанда). Кем дегенде функцияның бір шегі шексіздікке тең

$$x \to x_0 - 0 \qquad (сол)$$

немесе

$$x \to x_0 + 0 \qquad (он)$$

яғни

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = \infty$$

немесе

$$\lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = \infty$$

Онда $x=x_0$ нүктесі $y=f(x)$ функциясы графигінің <u>вертикальды асимптотасы деп аталады.</u>

Егер функция x_0 нүктесінде үзіліссіз болса, онда $x=x_0$ түзуі вертикальды асимптота болмайтыны анық, яғни

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

болғандықтан $x=x_0$ вертикальды асимптотаны $y=f(x)$ функциясының үзілген нүктесінен немесе (a,b) анықталу облысының соңынан іздеу қажет, егер a және b – соңғы сан болса.

2-ТЕОРЕМА

y=f(x) функциясы ең үлкен X болғанда айқындалса, соңғы шектер мынадай болады.

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = b$$

Онда y=b түзуі y=f(x) функциясы графигінің <u>горизонтальды асимптотасы болады.</u>

ТЕОРЕМА 3.

У =f(x) функциясы ең үлкен Х болғанда айқындалса, соңғы шектер мынадай болады.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=k$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(f(x)-k\cdot x\right)=b$$

Онда y=kx+b түзуі y=f(x) функциясы графигінің көлбеу <u>асимптотасы болады.</u>

МЫСАЛ.

Функцияның асимтотты графигін табу

$$y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

ШЕШУІ:

1 Функцияның үзілген нүктесі болмағандықтан, оның вертикальды асимптотасы жоқ.

2 Горизонтальды асимптоталарды іздейміз:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^2+1}=\infty$$

Шек шексіздікке тең болғандықтан, горизонтальды асимптот жоқ.

3 Көлбеу асимптоталарды іздейміз:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^2+1}:x=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2+1}=1 \Rightarrow k=1$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(f(x)-kx\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{x^2+1}-x\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-x^3-x}{x^2+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x}{x^2+1}=0$$

$$\Rightarrow b=0$$

болғандықтан $y=x$

түзуі көлбеу асимптота болады.