



Преобразование графиков тригонометрических функций

Содержание



■ Теория

- Как построить график функции $y = f(x) + b$
- Как построить график функции $y = f(x + a)$
- Как построить график функции $y = mf(x)$
- Как построить график функции $y = f(kx)$

■ Практика

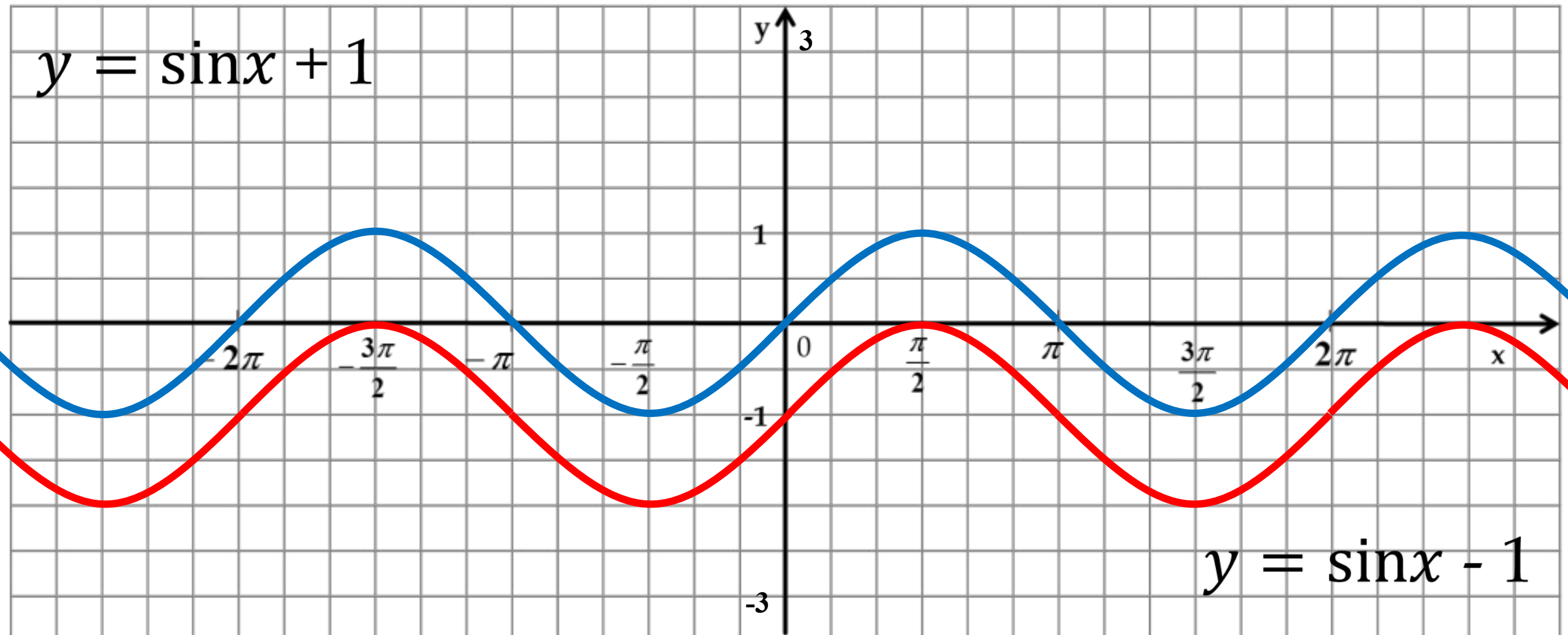
- Соотнесение графиков функций с их формулами
- Построение графиков функций
- Составление аналитической записи функции по её графику
- Самостоятельная работа

$$y = f(x) + b$$

Параллельный перенос вдоль оси ординат



$$y = \sin x + 1$$



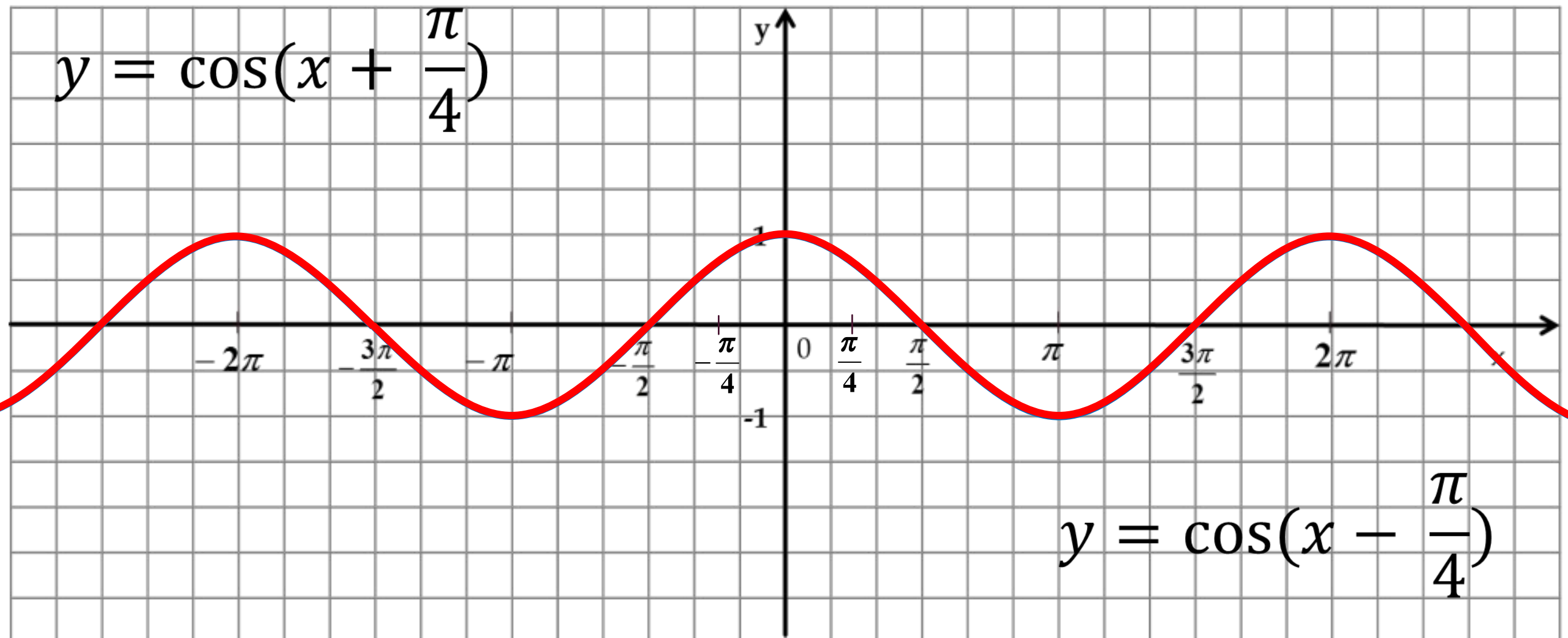
$$y = \sin x - 1$$

$$y = f(x + a)$$

Параллельный перенос вдоль оси ординат



$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$



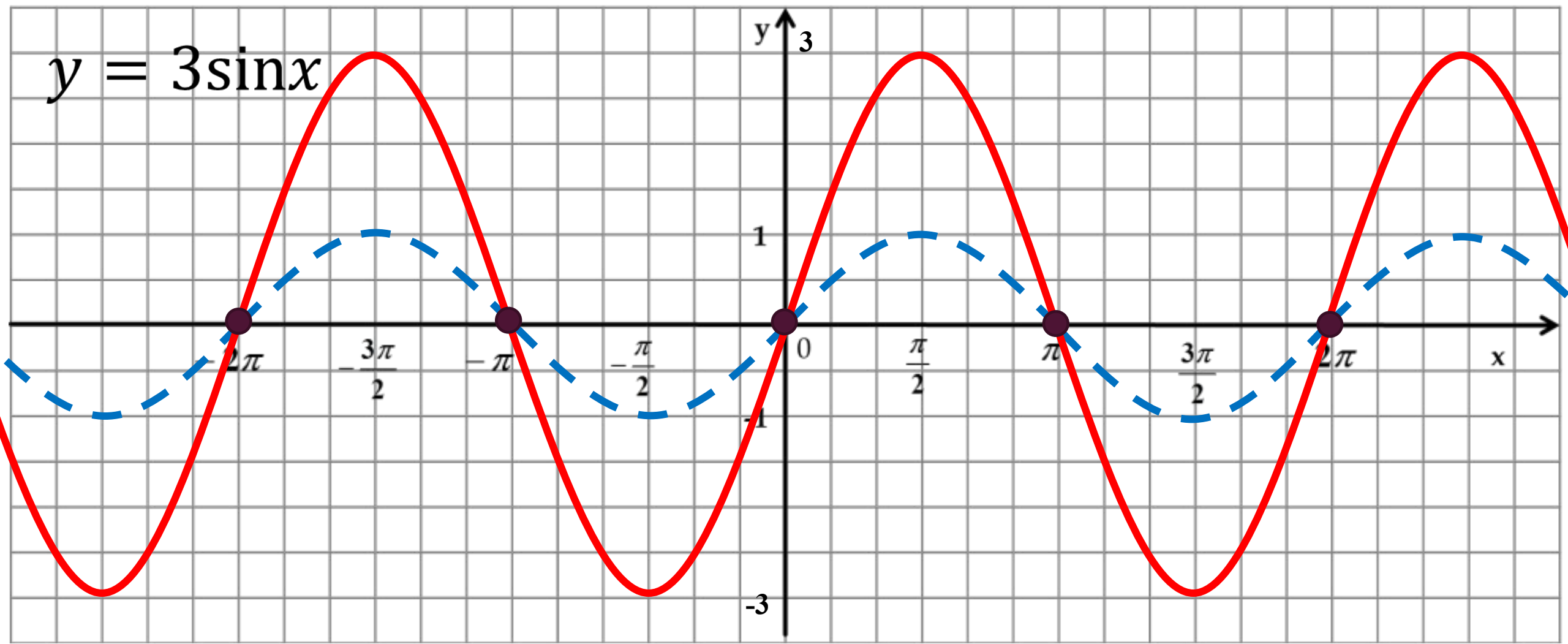
$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = mf(x), \text{ где } m > 1$$

Растяжение от оси x с коэффициентом m



$$y = 3\sin x$$

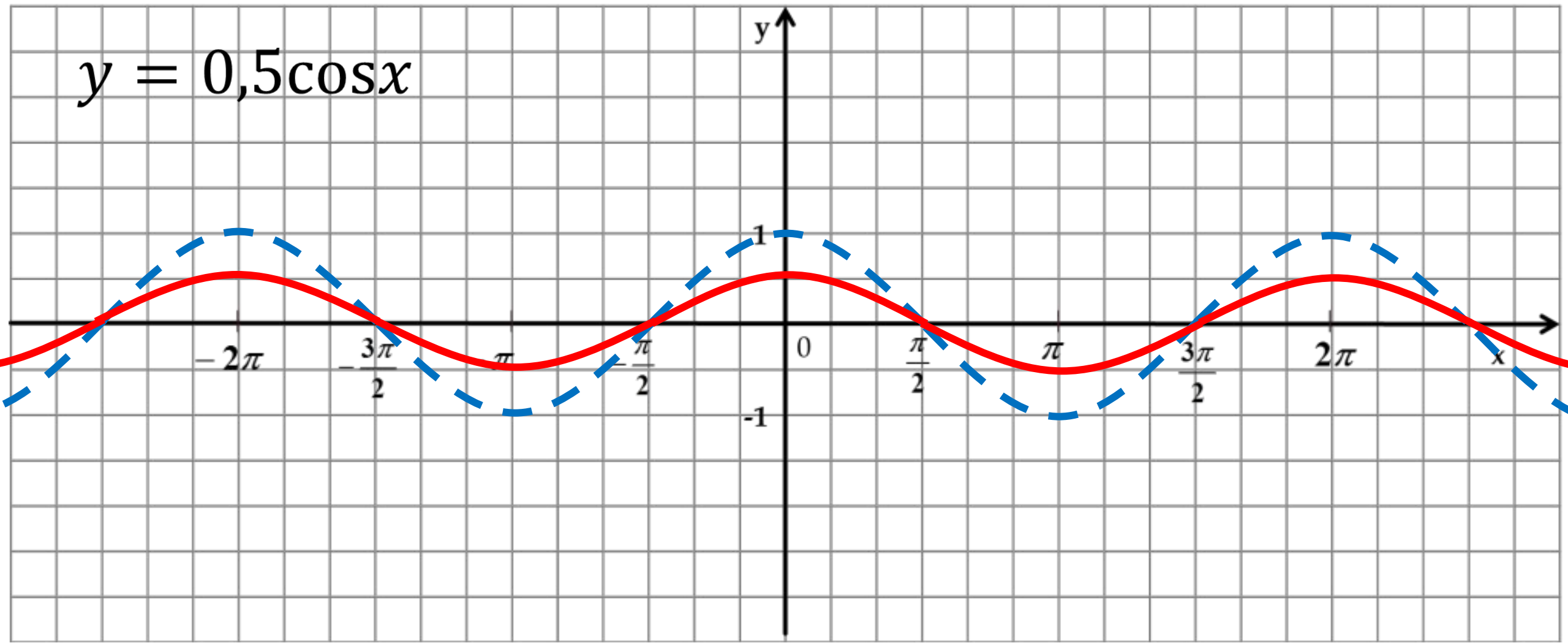


$y = mf(x)$, где $0 < m < 1$

Сжатие к оси x с коэффициентом $\frac{1}{m}$



$$y = 0,5\cos x$$

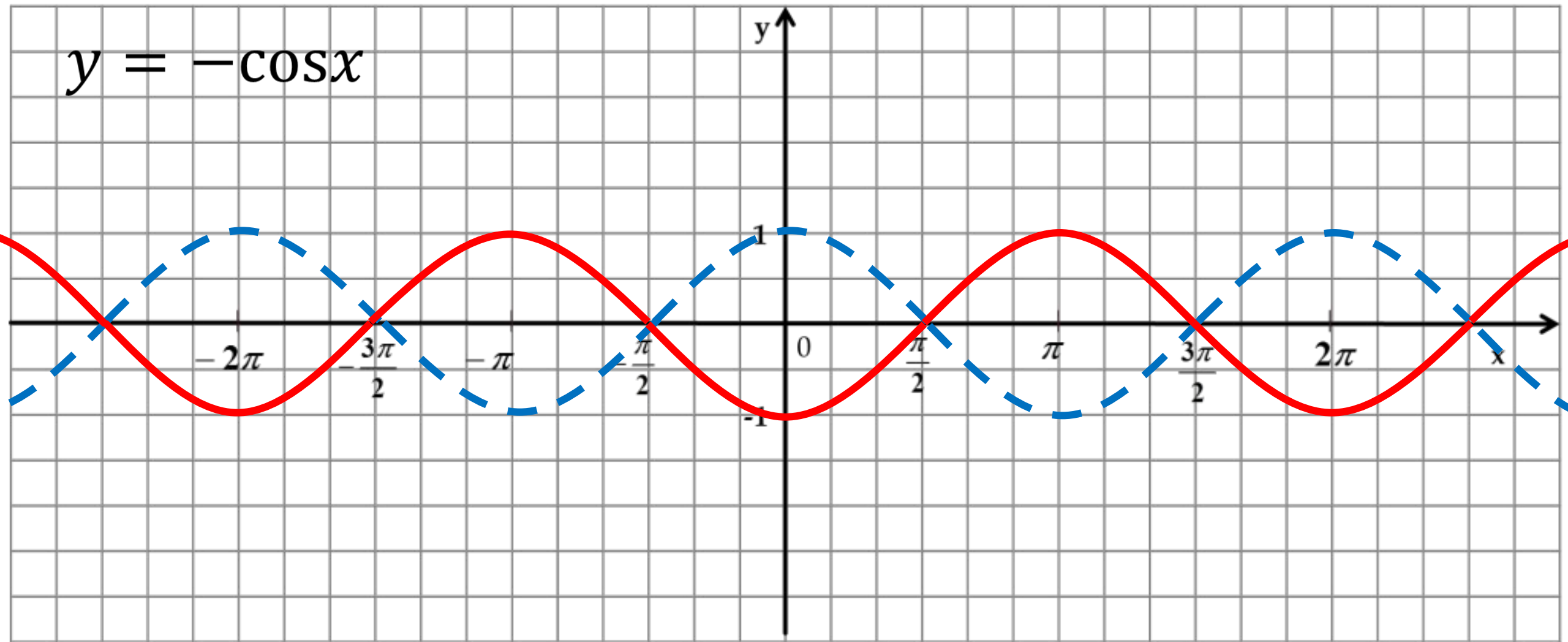


$$y = mf(x), \text{ где } m=-1$$

Преобразование симметрии относительно оси x



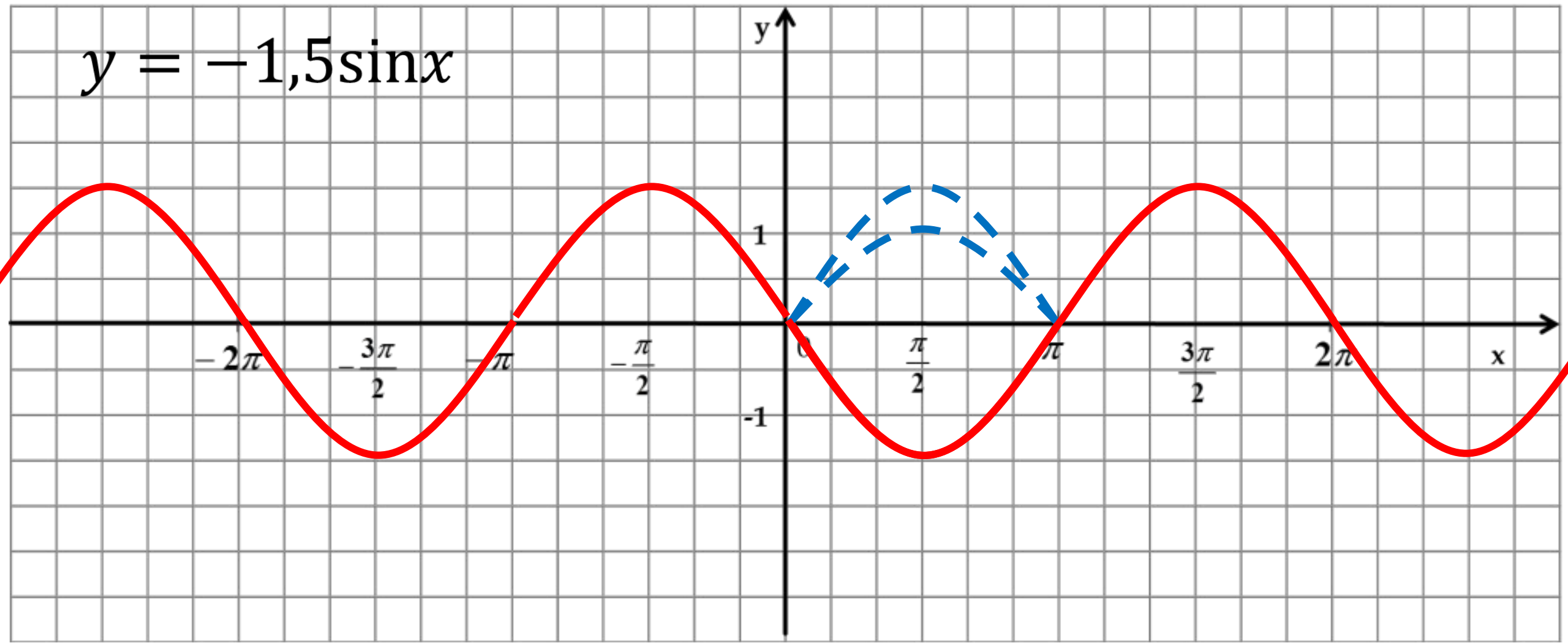
$$y = -\cos x$$



$$y = mf(x), \text{ где } m < 0$$



$$y = -1,5\sin x$$

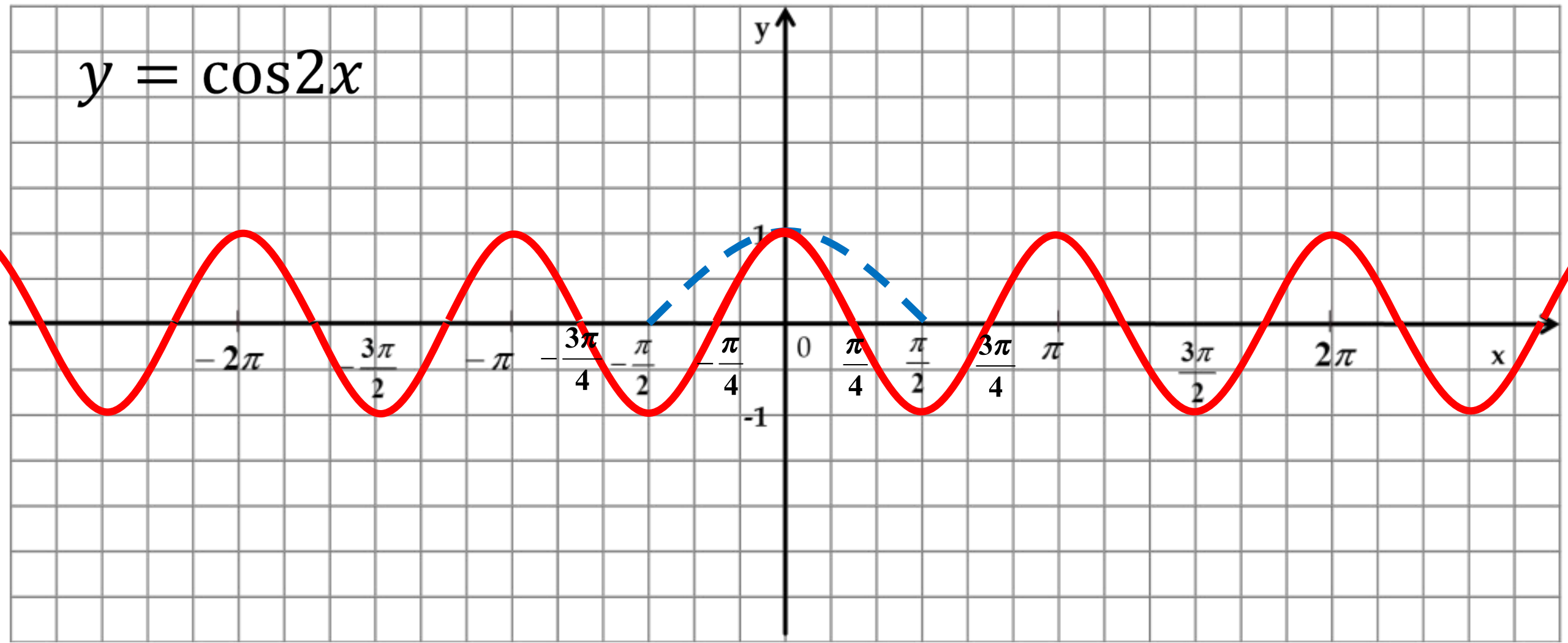


$$y = f(kx), \text{ где } k > 1$$

Сжатие к оси y с коэффициентом k



$$y = \cos 2x$$

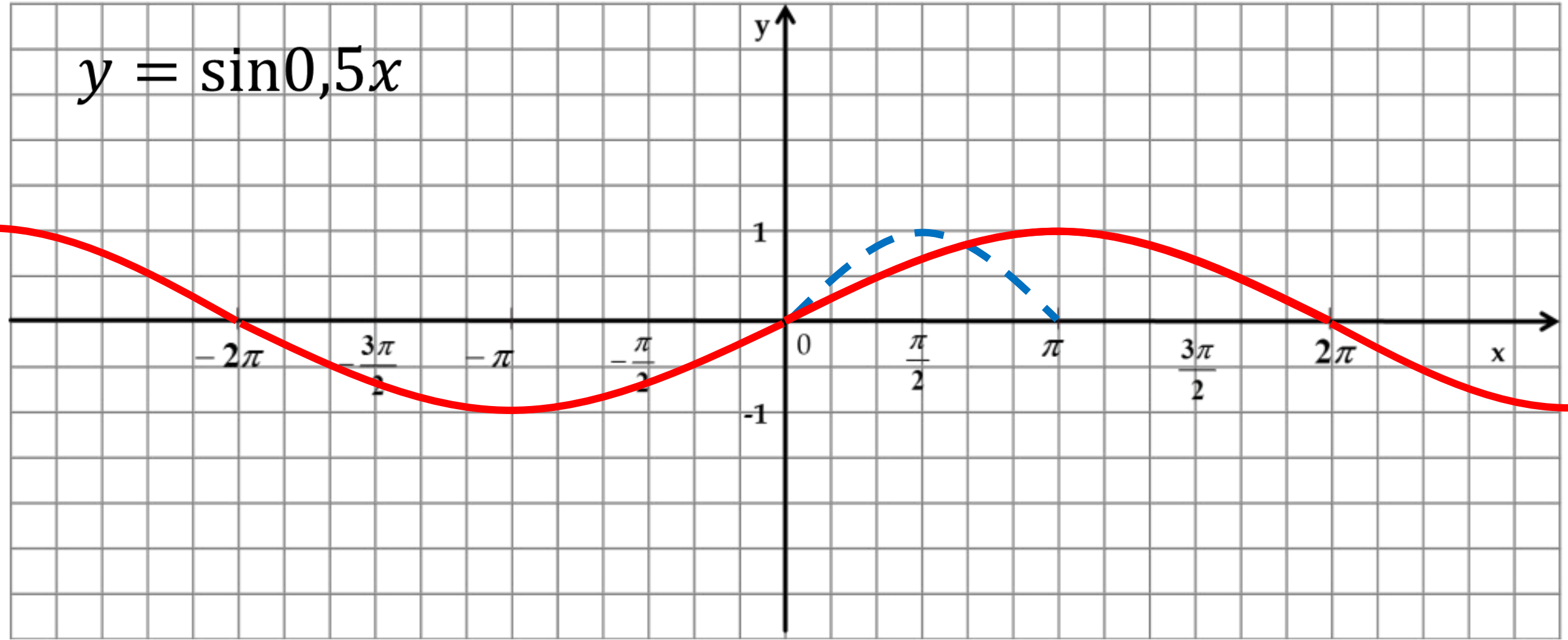


$y = f(kx)$, где $0 < k < 1$

Растяжение от оси y с коэффициентом $\frac{1}{k}$



$$y = \sin 0,5x$$

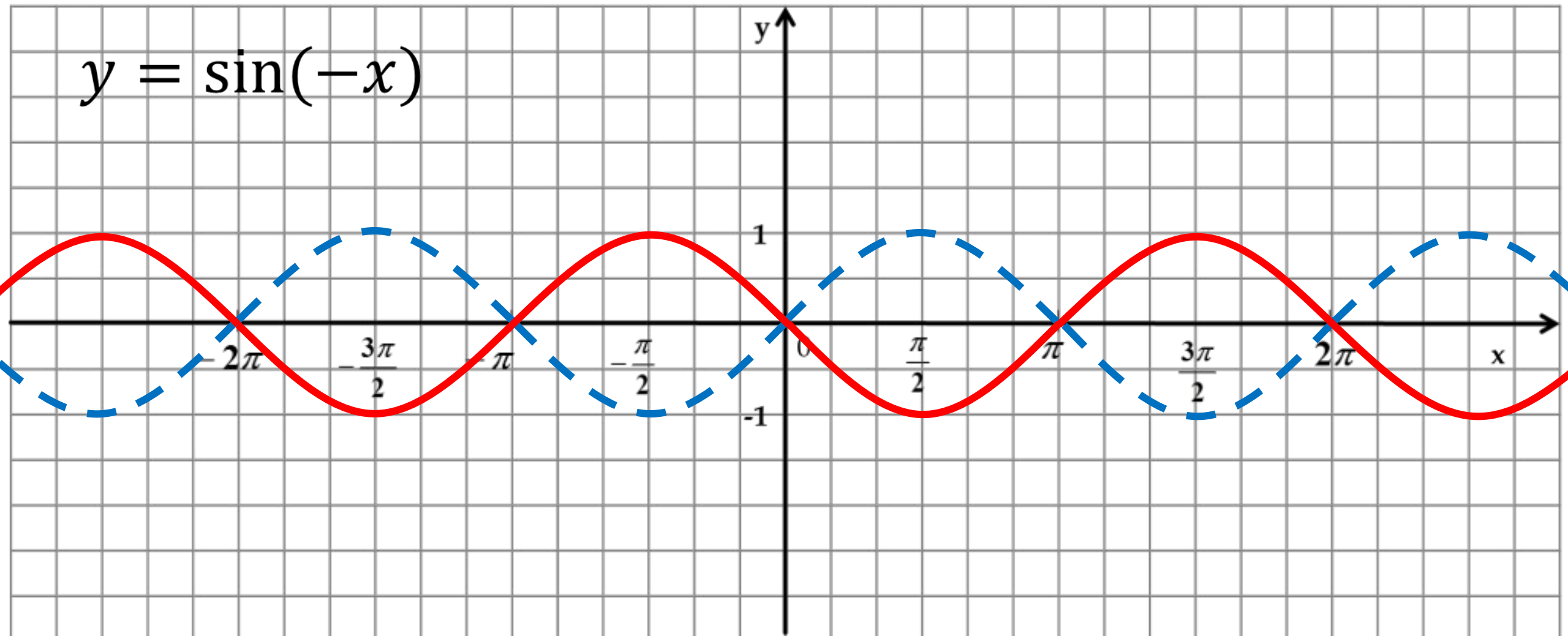


$$y = f(kx), \text{ где } k=-1$$

Преобразование симметрии относительно оси y



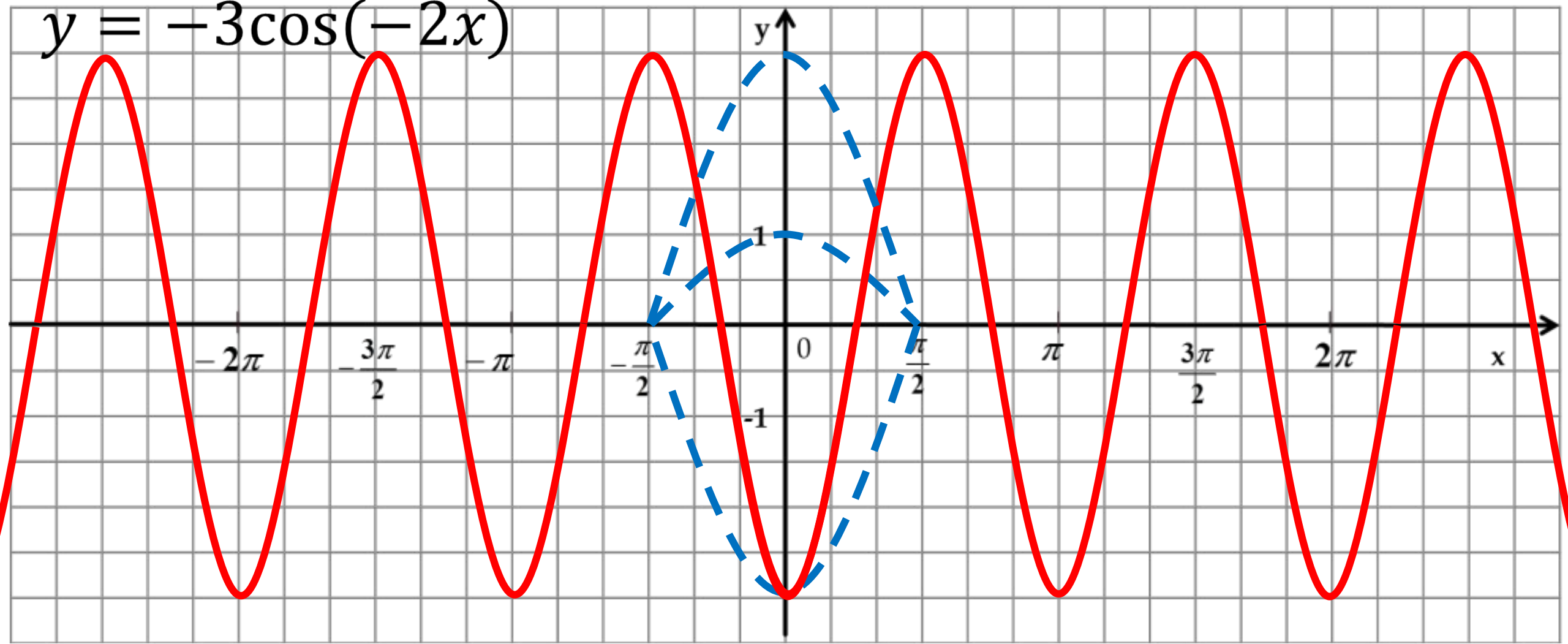
$$y = \sin(-x)$$



$$y = f(kx), \text{ где } k < 0$$



$$y = -3\cos(-2x)$$



$$y = \sin 2x$$

$$y = \sin 0,5x$$

$$y = 0,5 \sin x$$

$$y = 2 \sin x$$

$$y = 2 \sin(-0,5x)$$

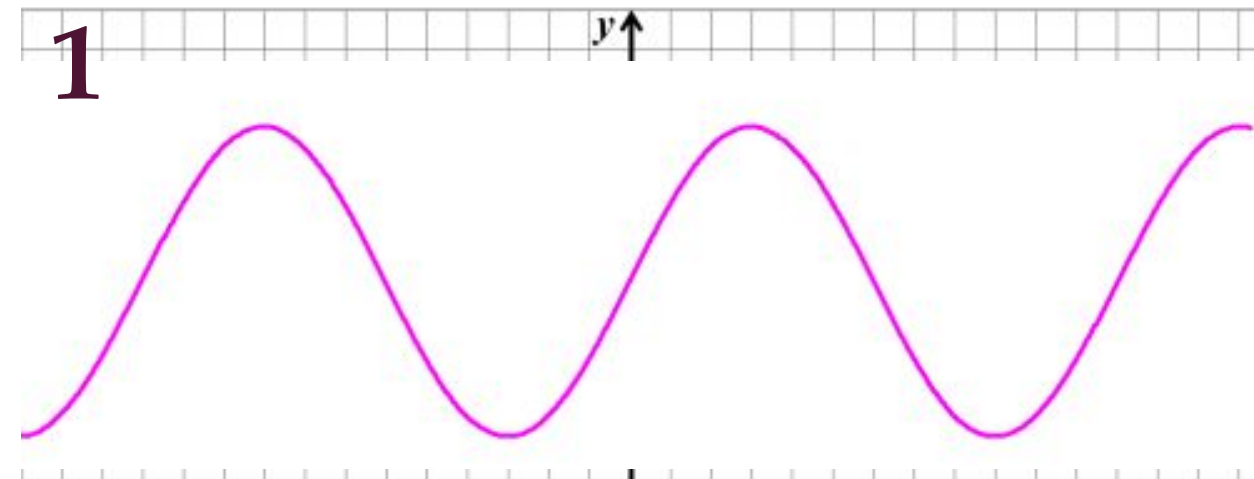
$$y = -2 \sin 2x$$

$$y = -2 \sin 0,5x$$



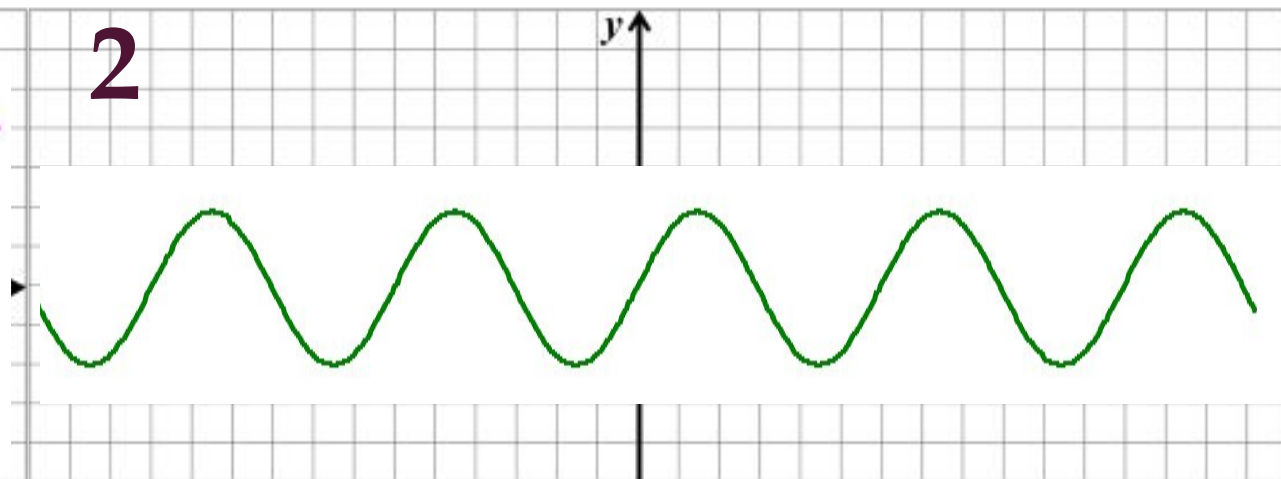
1

y↑



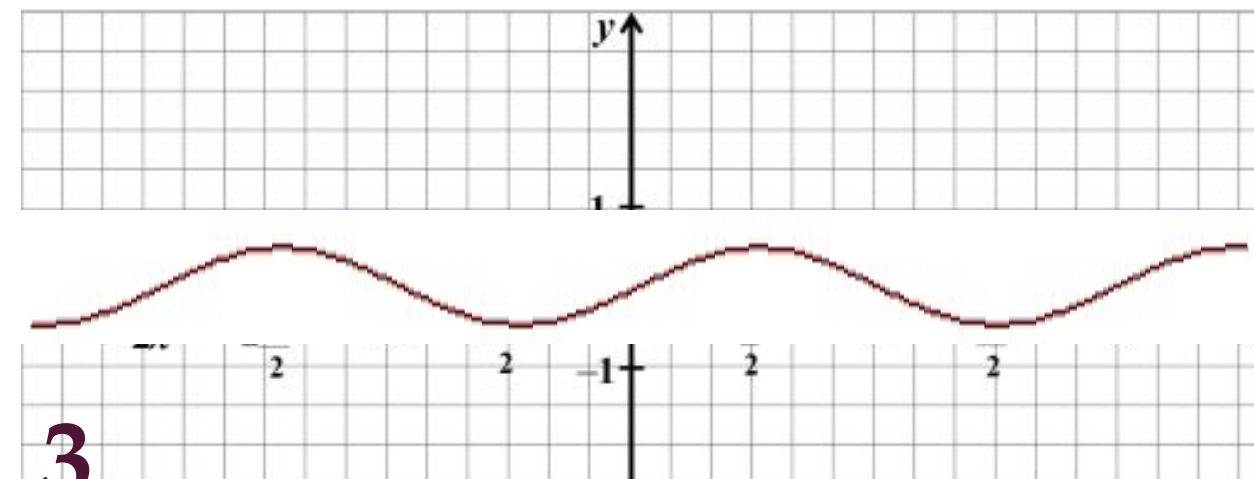
2

y↑



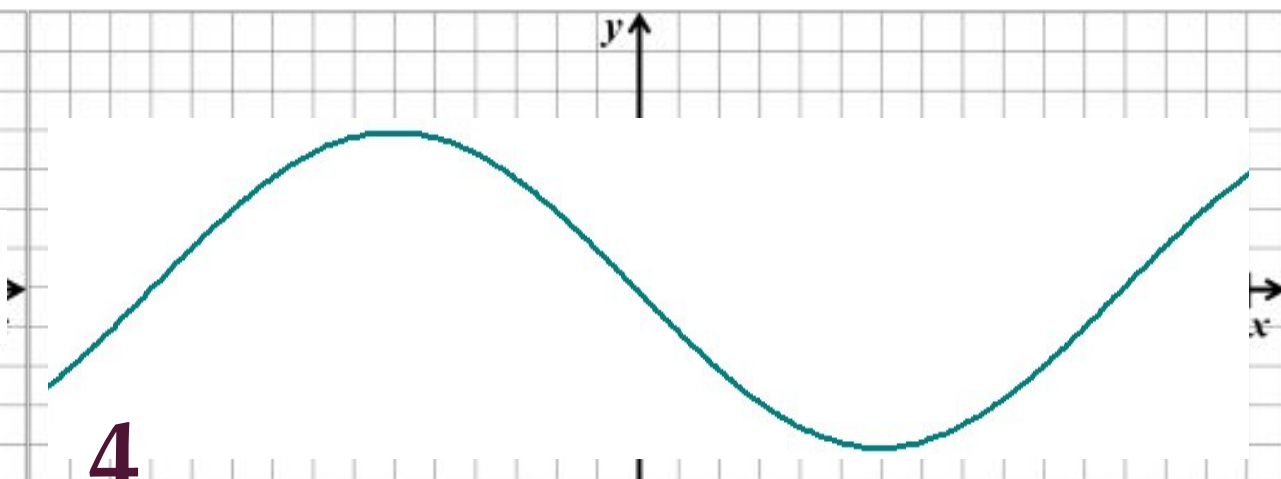
3

y↑



4

y↑



$$y = -\cos 2x$$

$$y = \cos(-2x)$$

$$y = \cos 2x$$

$$y = 2\cos x$$

$$y = 1,5\cos \frac{x}{3}$$

$$y = 1,5\cos 3x$$

$$y = 1,5\cos x$$



1

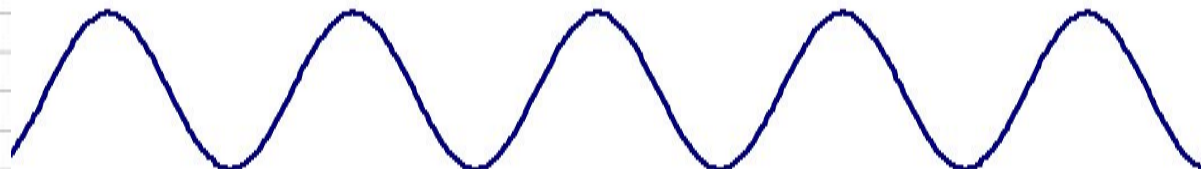
y↑



π

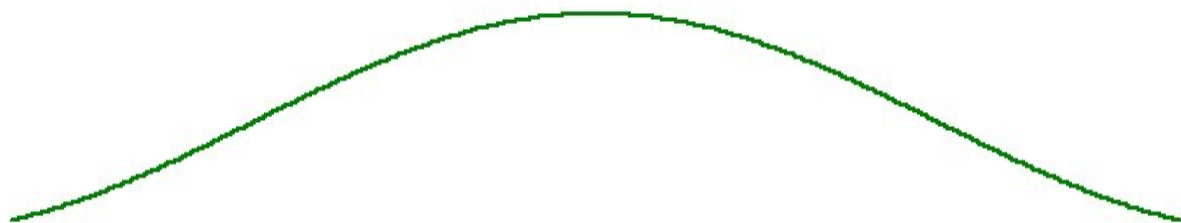
2

y↑



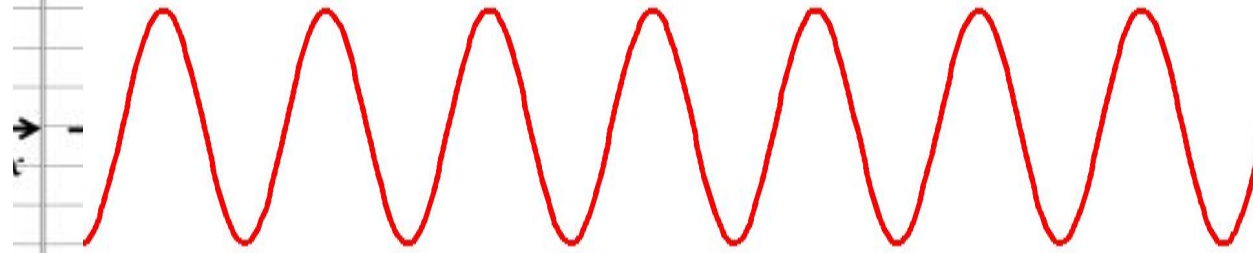
π

y↑



3

y↑



π

4

Построить графики функций



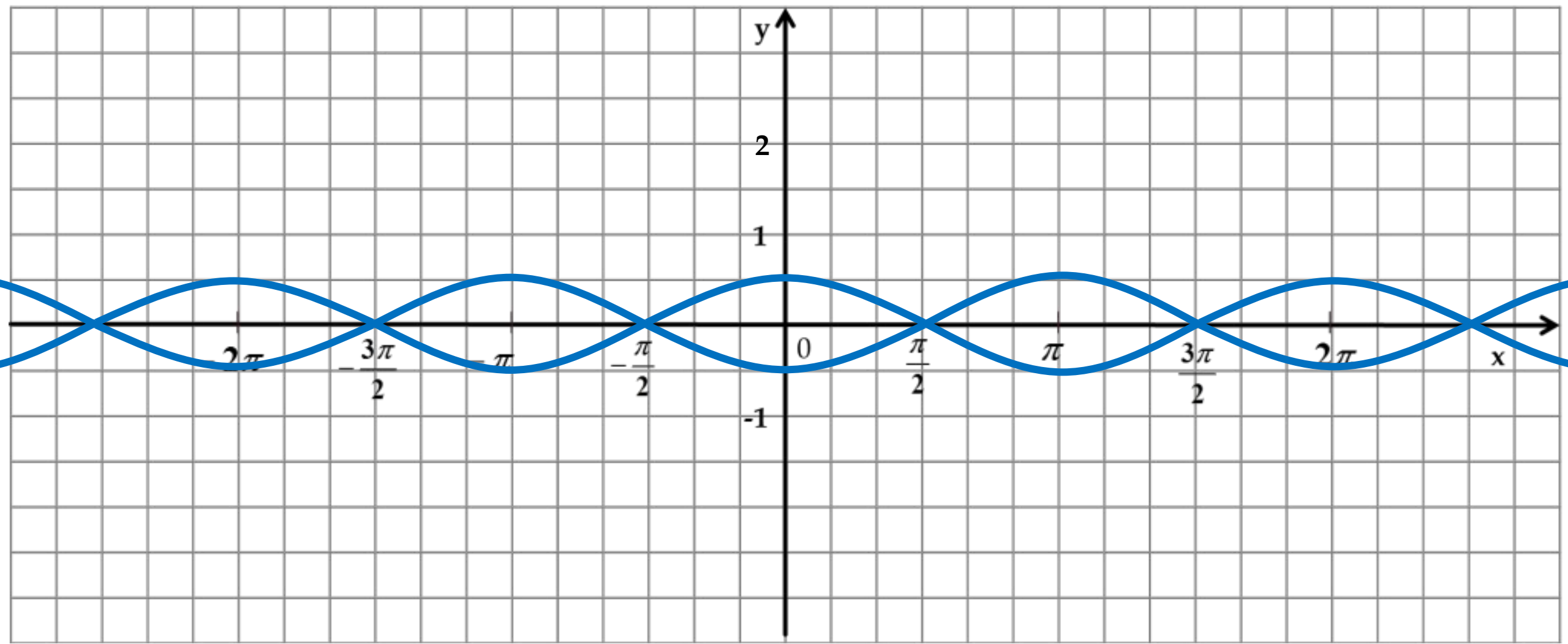
$$y = -\frac{1}{2}\cos x + 2$$

$$y = -3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

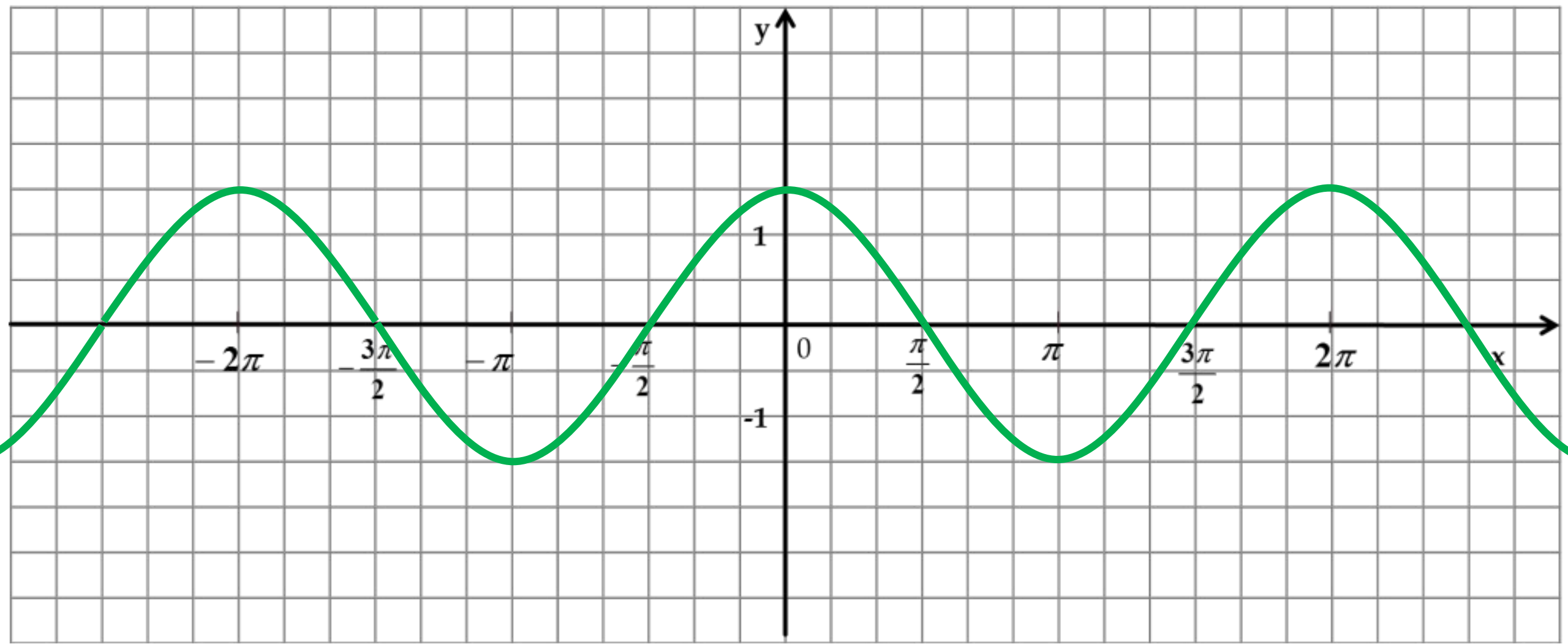
$$y = 1,5\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$y = 2\sin(-3x)$$

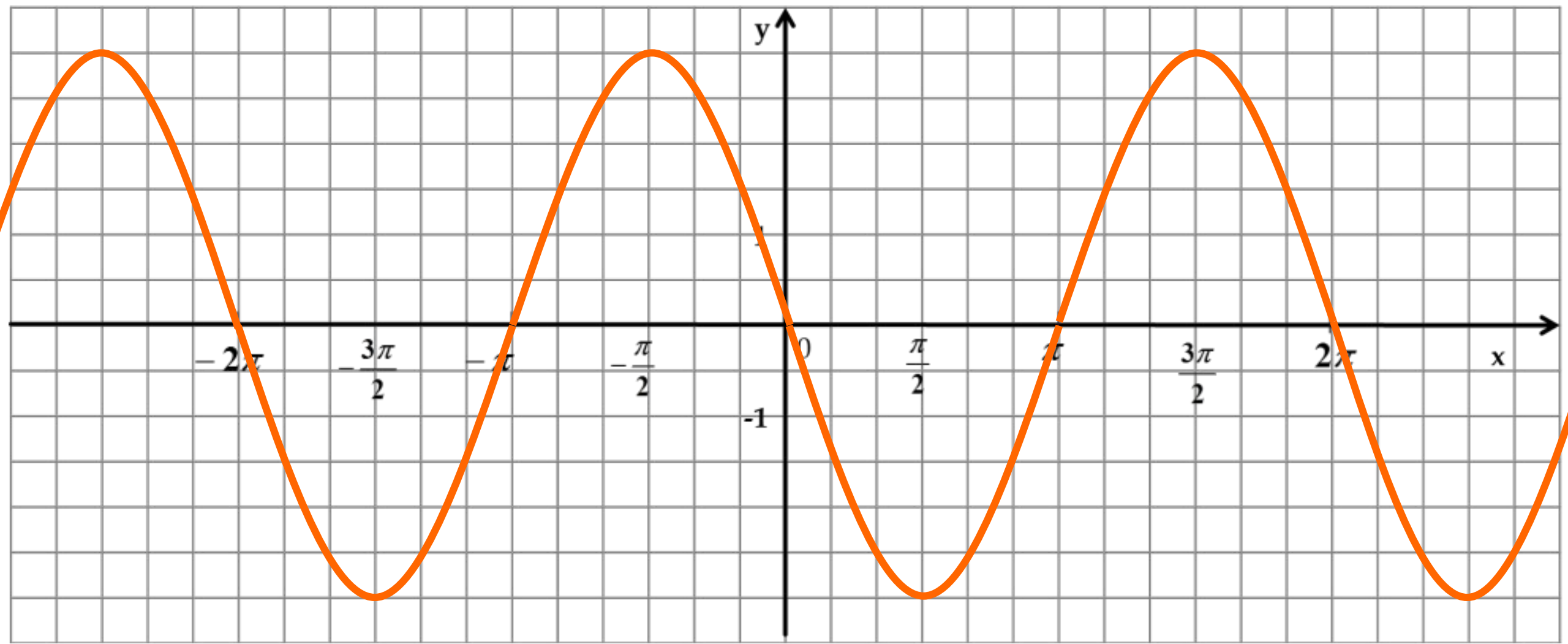
$$y = -\frac{1}{2} \cos x + 2$$



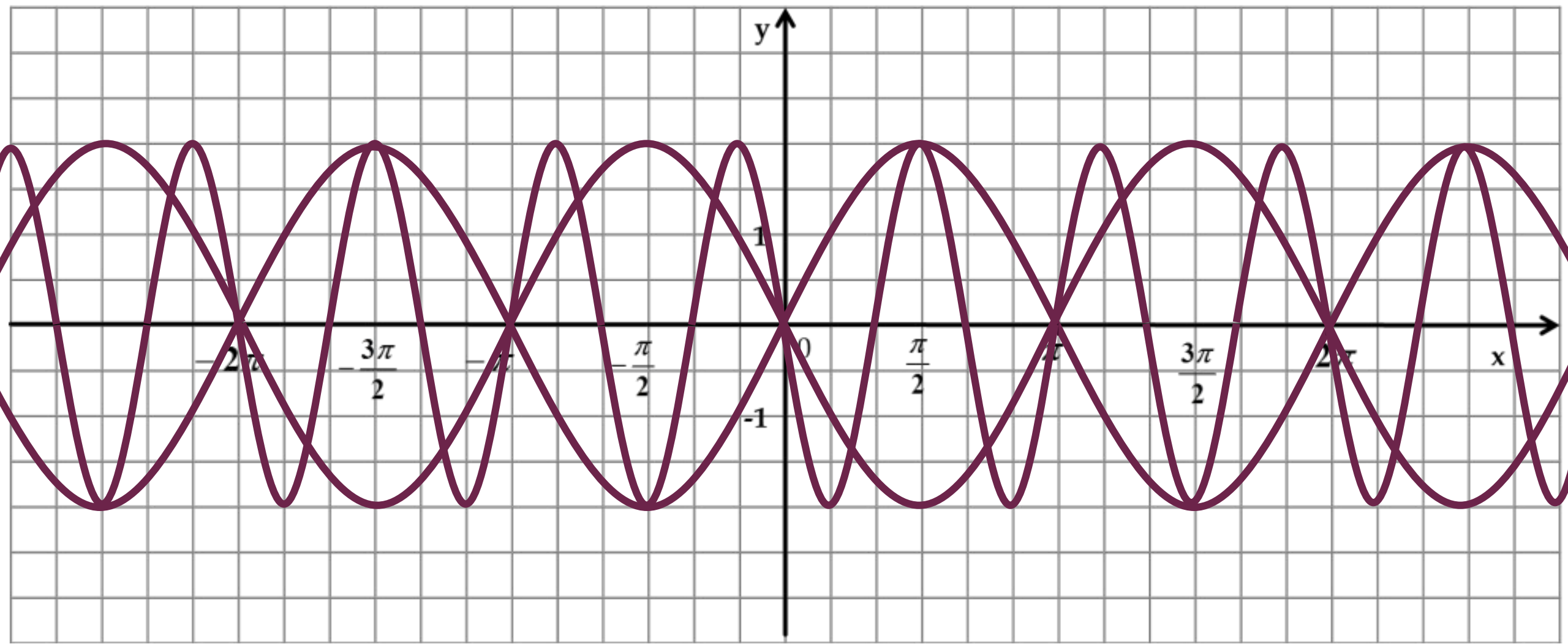
$$y = 1,5\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$$



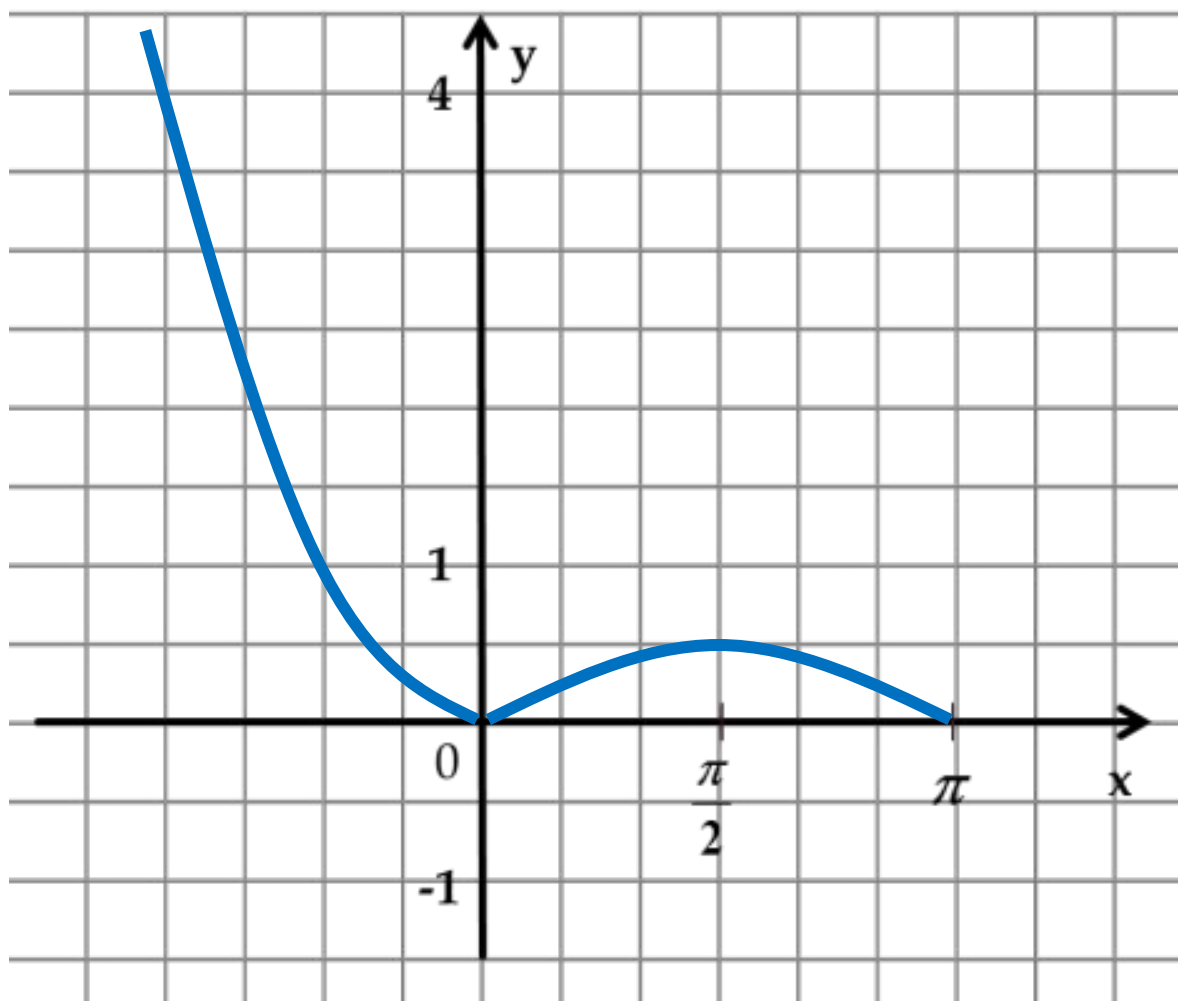
$$y = -3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$



$$y = 2\sin(-3x)$$



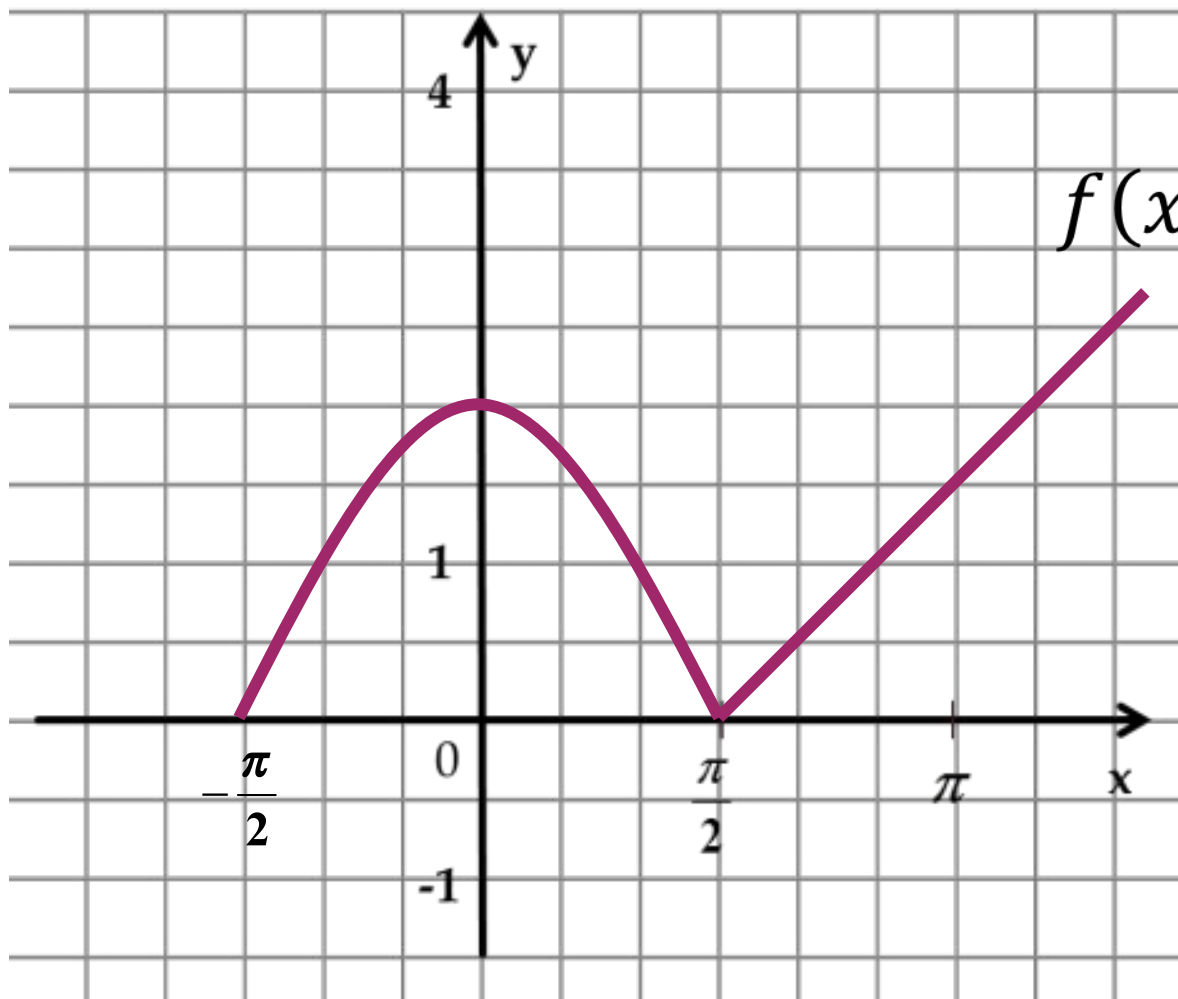
Составить аналитическую запись функции по её графику



$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0, \\ \frac{1}{2} \sin x, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

ОТВЕТ

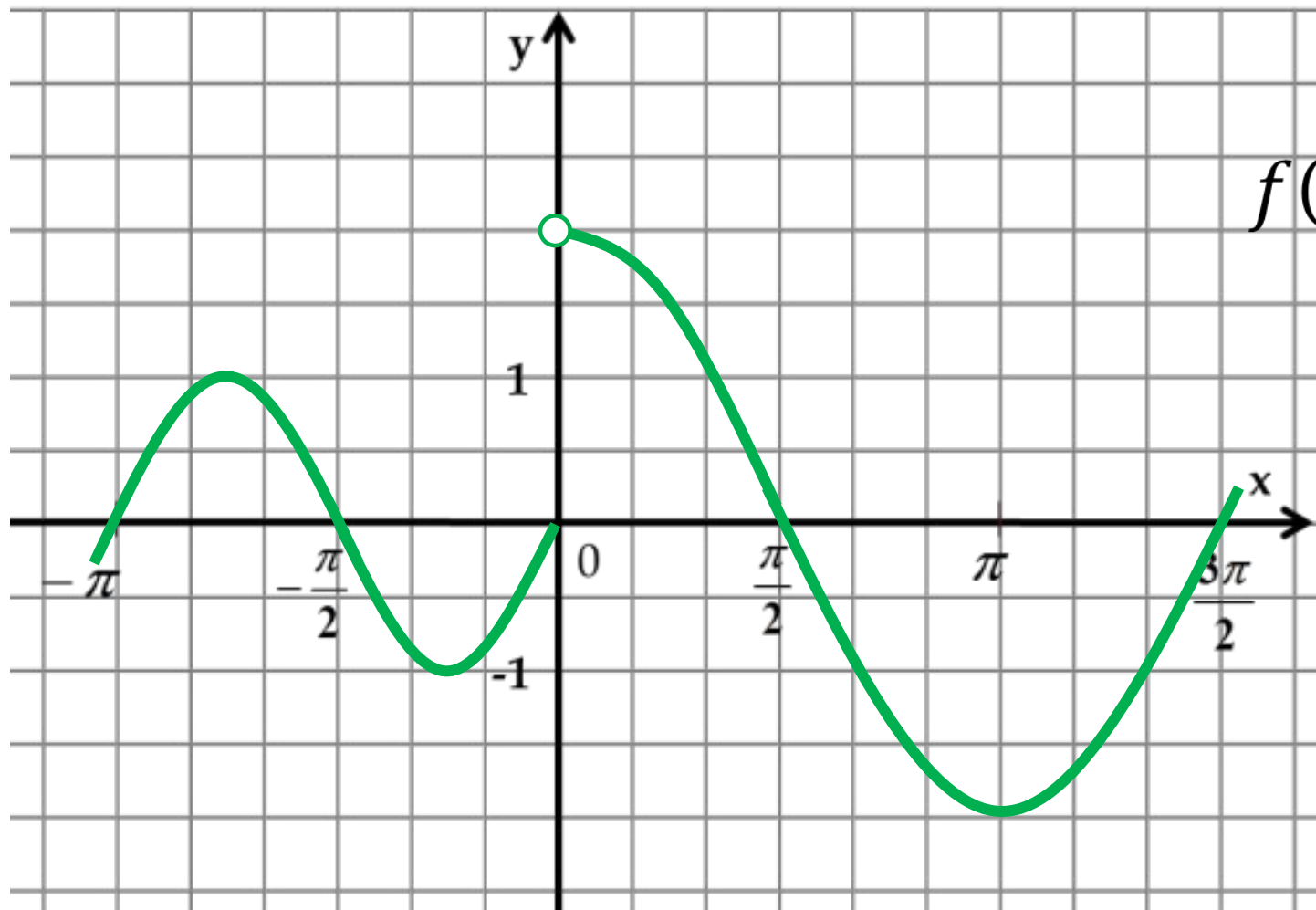
Составить аналитическую запись функции по её графику



$$f(x) = \begin{cases} 2 \cos x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ x - \frac{\pi}{2}, & \text{если } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

ОТВЕТ

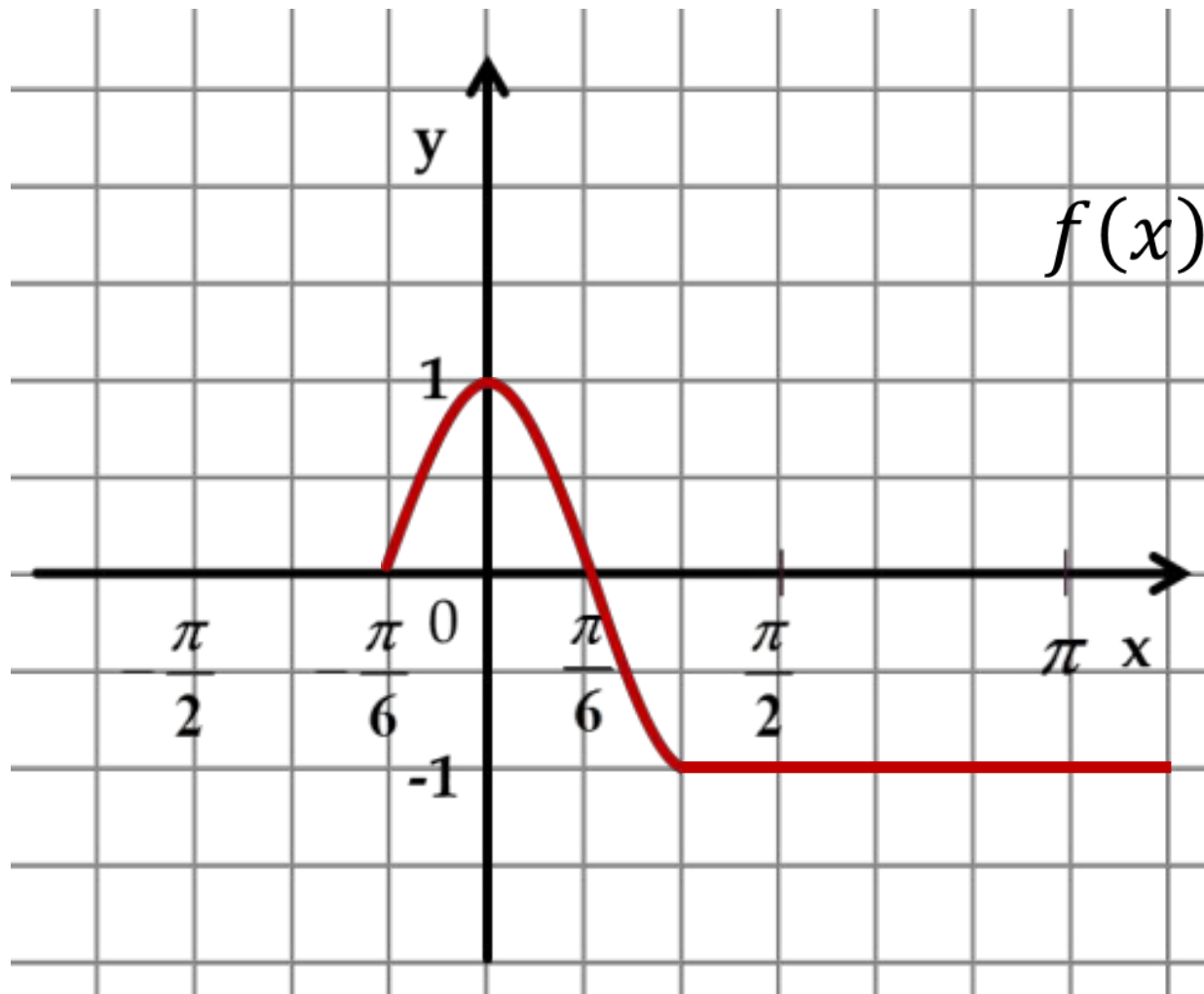
Составить аналитическую запись функции по её графику



$$f(x) = \begin{cases} \sin 2x, & \text{если } x \leq 0, \\ 2\cos x, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

ОТВЕТ

Составить аналитическую запись функции по её графику



$$f(x) = \begin{cases} \cos 3x, & \text{если } -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}, \\ -1, & \text{если } x > \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

ОТВЕТ

Самостоятельная работа



Вариант 1

Вариант 2

1. Постройте график функции

$$y = -2,5\sin x + 0,5$$

$$y = -0,5\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

По графику найдите:

- а) область значений функции;
- б) промежутки убывания функции.

- а) область значений функции;
- б) промежутки возрастания функции.

2. Решите графически уравнение

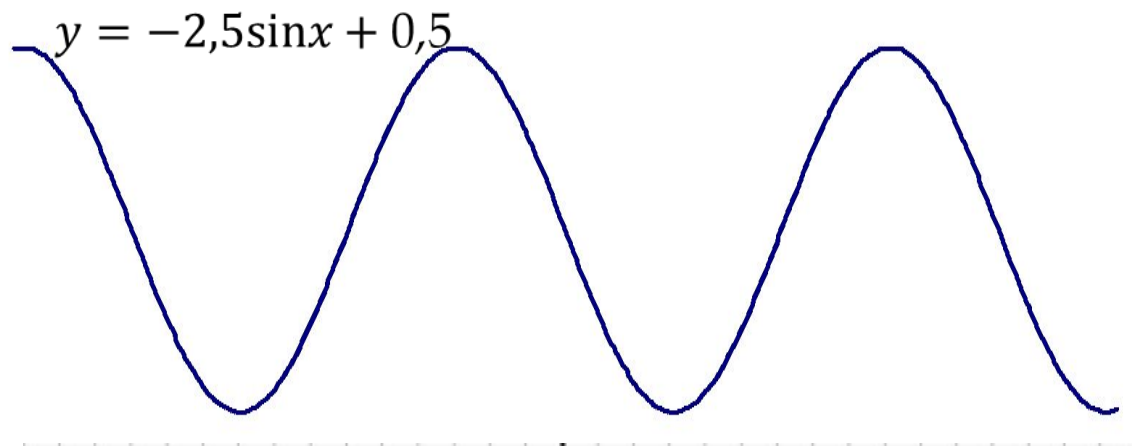
$$\cos \frac{2x}{3} = -1$$

$$\sin \frac{2x}{3} = 1$$

1 вариант

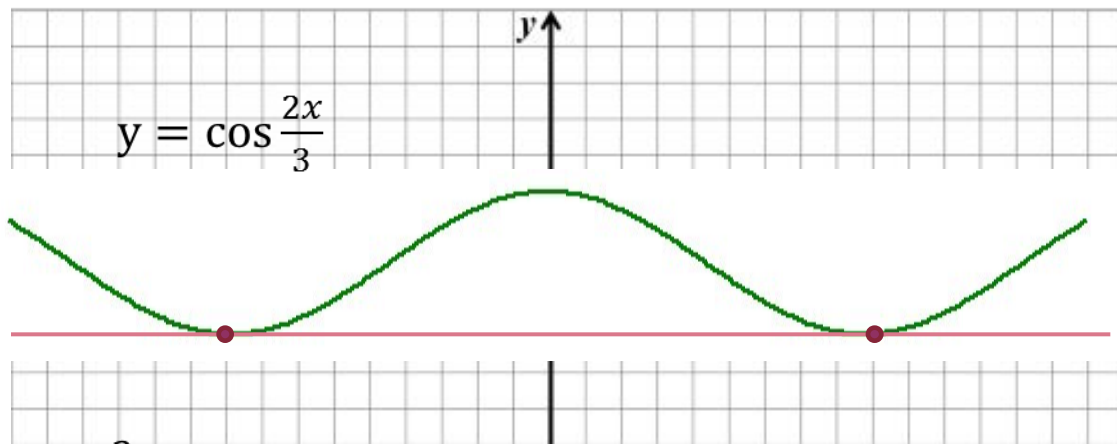
Решение

2 вариант

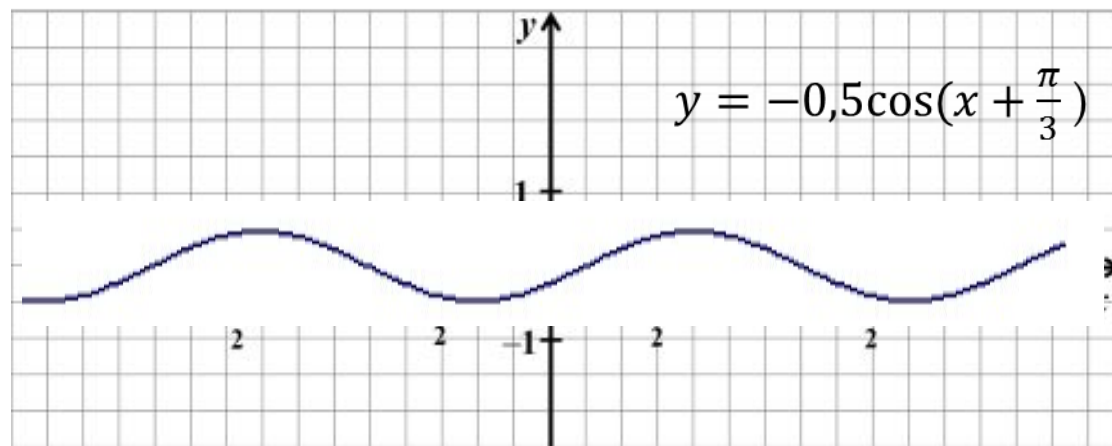


а) $E(f) = [-2; 3]$;

б) $f(x)$ убывает на $[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$

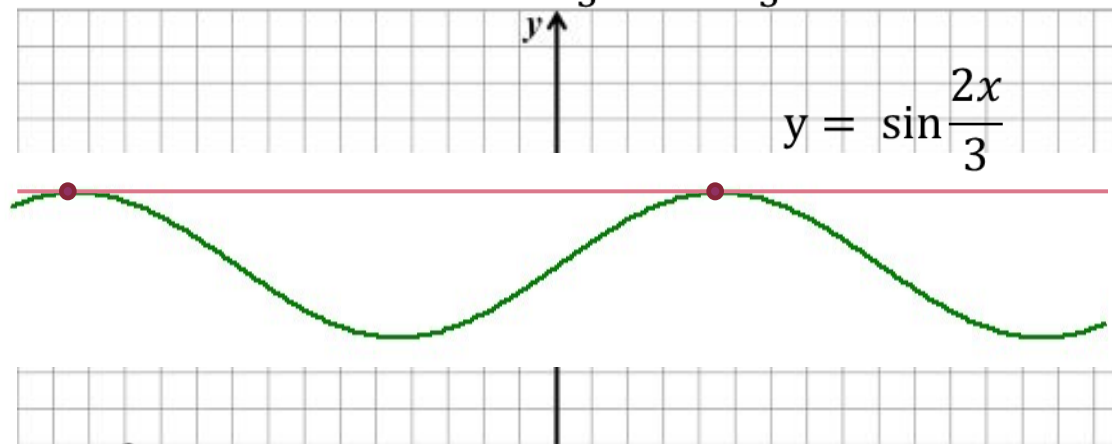


$x = \frac{3\pi}{2} + 3\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$



а) $E(f) = [-0,5; 0,5]$

б) $f(x)$ возрастает на $[-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$



$x = \frac{3\pi}{4} + 3\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

ЛИТЕРАТУРА

- Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень). М. : Мнемозина.
- Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень). М. : Мнемозина.
- Александрова Л. А. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Самостоятельные работы для учащихся общеобразовательных учреждений. М. : Мнемозина.