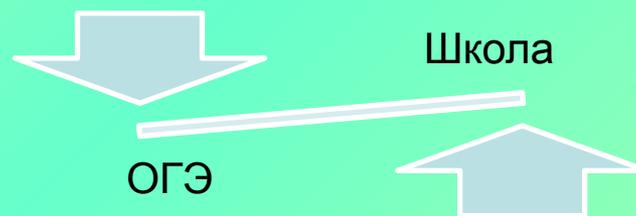


ОГЭ-2015 Решение задач

Движение по окружности (замкнутой трассе)



Если два велосипедиста одновременно начинают движение по окружности в одну сторону со скоростями v_1 и v_2 соответственно ($v_1 > v_2$ соответственно), то 1-й велосипедист приближается ко 2 со скоростью $v_1 - v_2$.

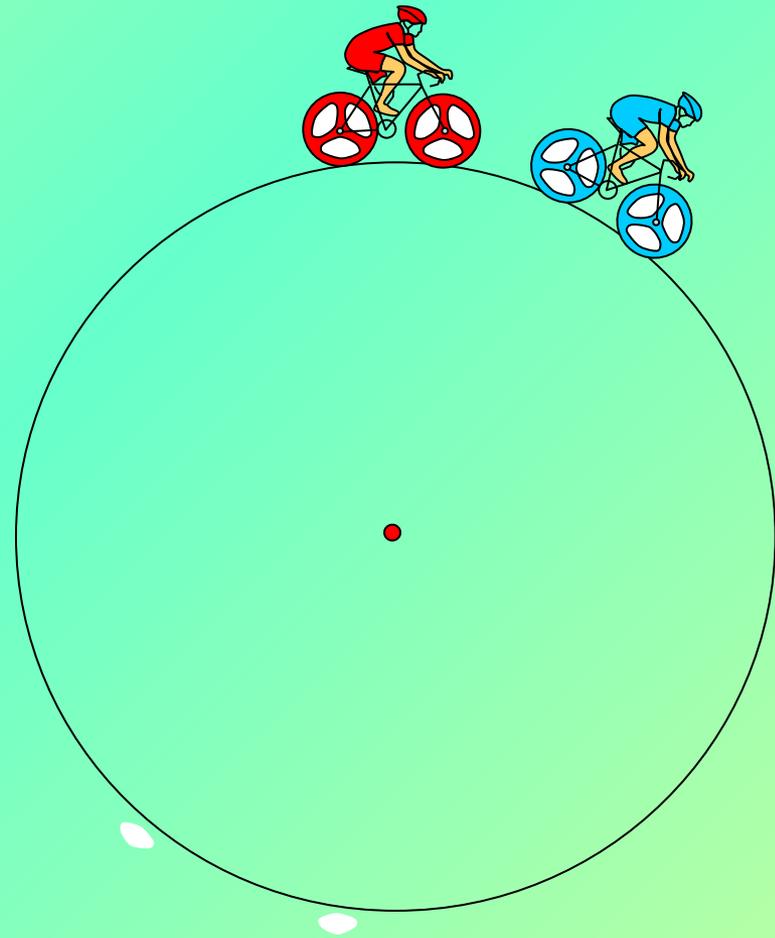
В момент, когда 1-й велосипедист в первый раз догоняет 2-го, он проходит расстояние на один круг больше.

Показать

В момент, когда 1-й велосипедист во второй раз догоняет 2-го, он проходит расстояние на два круга больше и т.д.

Продолжит

ь



1. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 60 км/ч, скорость второго равна 80 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
1 красный	60	x	$60x$
2 зеленый	80	x	$80x$



Уравнение: $80x - 60x = 15$

x получим в часах.

Не забудь перевести в минуты.

Показать

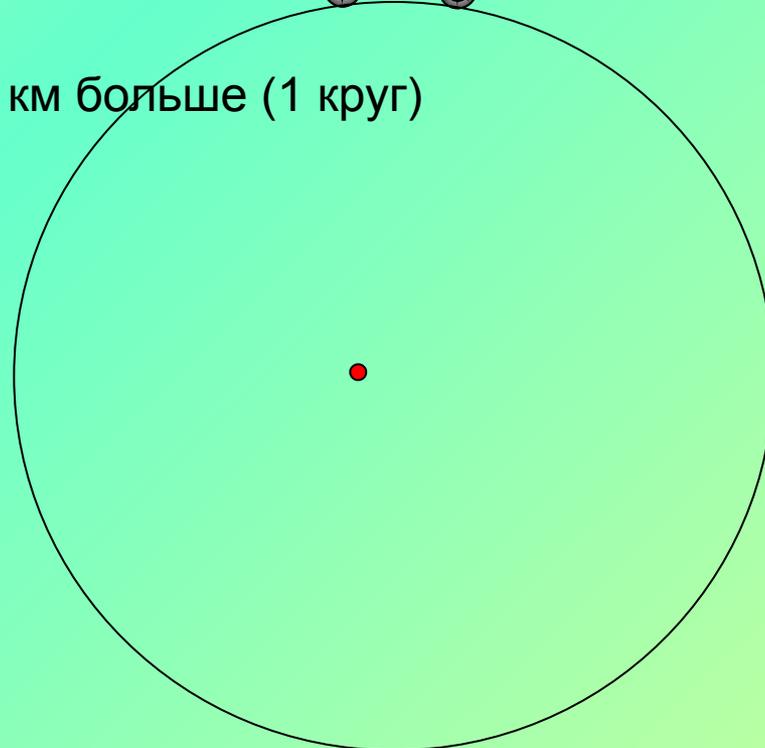
Ответ: 45

2. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 10 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 90 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
1 автомоб.	90	$\frac{2}{3}$	$90 \cdot \frac{2}{3}$
2 автомоб.	x	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}x$

на 10 км больше (1 круг)

Уравнение: $90 \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = 10$



Показать

Ответ: 75

Если два велосипедиста одновременно начинают движение по окружности из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы со скоростями v_1 и v_2 соответственно ($v_1 > v_2$ соответственно), то 1-й велосипедист приближается ко 2 со скоростью $v_1 - v_2$.

В момент, когда 1-й велосипедист в первый раз догоняет 2-го, он проходит расстояние на половину круга больше



Показать

3. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
1 красный	x	t	tx
2 синий	$x+21$	t	$t(x+21)$

Уравнение: $t(x + 21) - tx = 7$

t получим в часах.

Не забудь перевести в минуты.

Сколько кругов проехал каждый мотоциклист нам не важно. Важно, что синий проехал до точки встречи на половину круга больше, т. е. на 7 км.

Показать

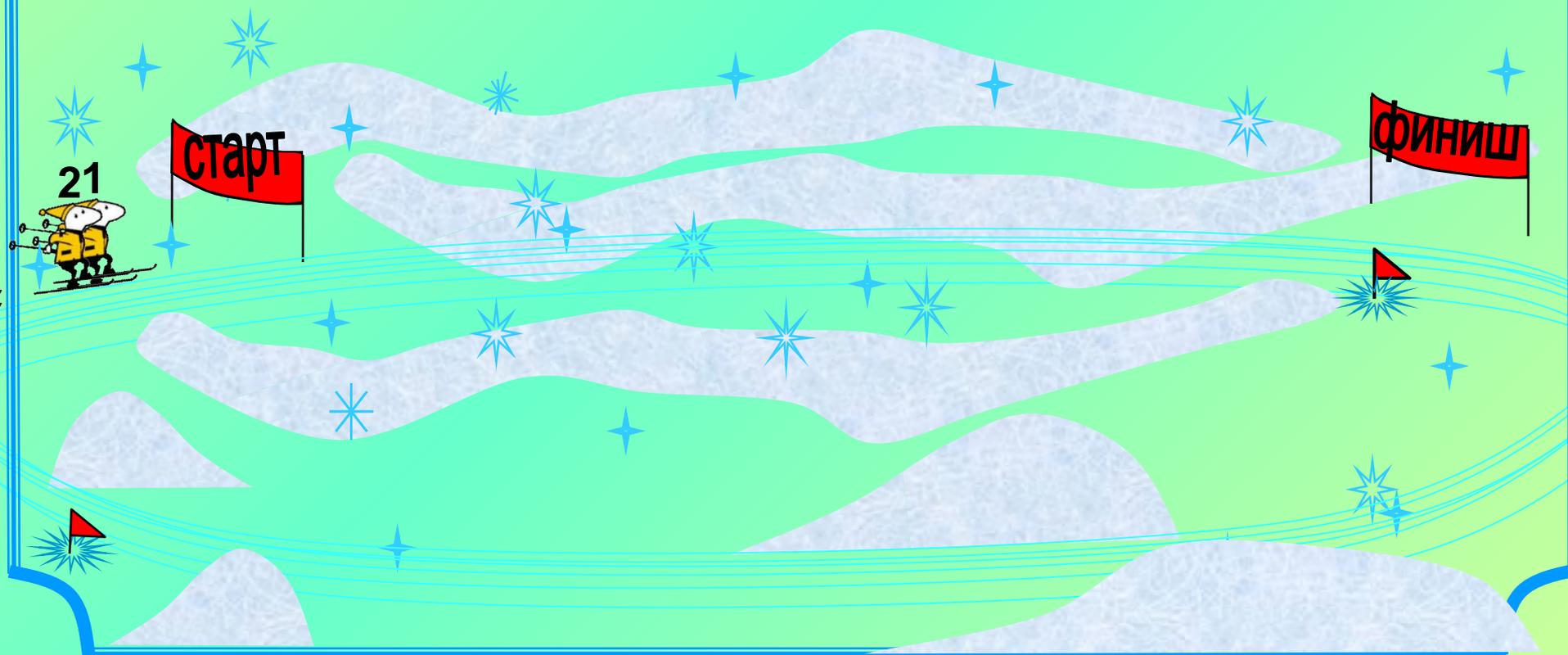


Ответ: 20

4. Лыжные соревнования проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 2 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут второй лыжник проходит один круг?

Показать

Пусть полный круг – 1 часть.



4. Лыжные соревнования проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 2 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут второй лыжник проходит один круг?

Это условие поможет ввести x ...

	t , мин	S , часть	v , часть/мин
1 лыжник	x	1	$\frac{1}{x}$
2 лыжник	$x+2$	1	$\frac{1}{x+2}$

Сначала выразим скорость каждого лыжника. Пусть за x мин 1-й лыжник проходит полный круг. Вторым на 2 минуты больше, т.е. $x+2$.

	v , круг/мин	t , мин	S , км
1 лыжник	$\frac{1}{x}$	60	$\frac{60}{x}$
2 лыжник	$\frac{1}{x+2}$	60	$\frac{60}{x+2}$

на 1 круг больше

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} = 1$$

Ответ: 10

5. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна **80 км/ч**, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

	v , км/ч	t , ч	S , км
1 желтый	80	$\frac{2}{3}$	$80 \cdot \frac{2}{3}$
2 синий	x	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}x$

на 14 км больше (1 круг)

Уравнение: $80 \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = 14$

Можно было сначала найти скорость вдогонку: $80 - x$
Тогда уравнение будет выглядеть так:

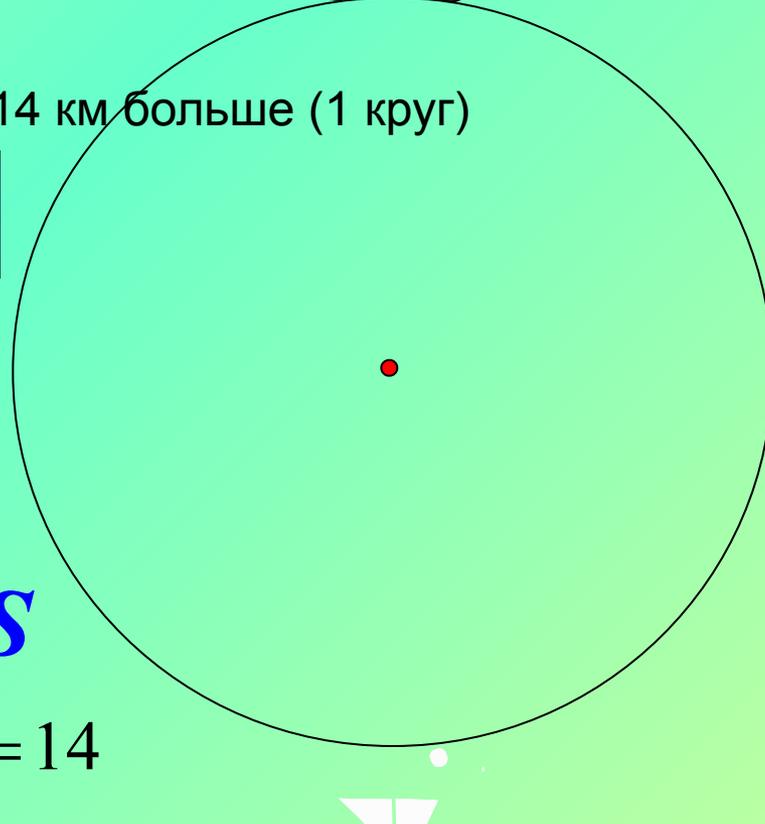
Показать

$$t \cdot v = S$$

$$\frac{2}{3}(80 - x) = 14$$

Нажать на кнопку можно несколько раз. Сколько кругов проехал каждый автомобиль нам не важно. Важно, что желтый автомобиль проехал на 1 круг больше, т.е. на 14 км.

Ответ: 59



5. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна **80 км/ч**, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

	v , км/ч	t , ч	S , км
1 желтый	80	$\frac{2}{3}$	$80 \cdot \frac{2}{3}$
2 синий	x	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}x$

на 14 км больше (1 круг)



Уравнение: $80 \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = 14$

Можно было сначала найти скорость вдогонку: $80 - x$
Тогда уравнение будет выглядеть так:

Показать

$$t \cdot v = S$$

$$\frac{2}{3}(80 - x) = 14$$

Нажать на кнопку можно несколько раз. Сколько кругов проехал каждый автомобиль нам не важно. Важно, что желтый автомобиль проехал на 1 круг больше, т.е. на 14 км.

Ответ: 59

6. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз.

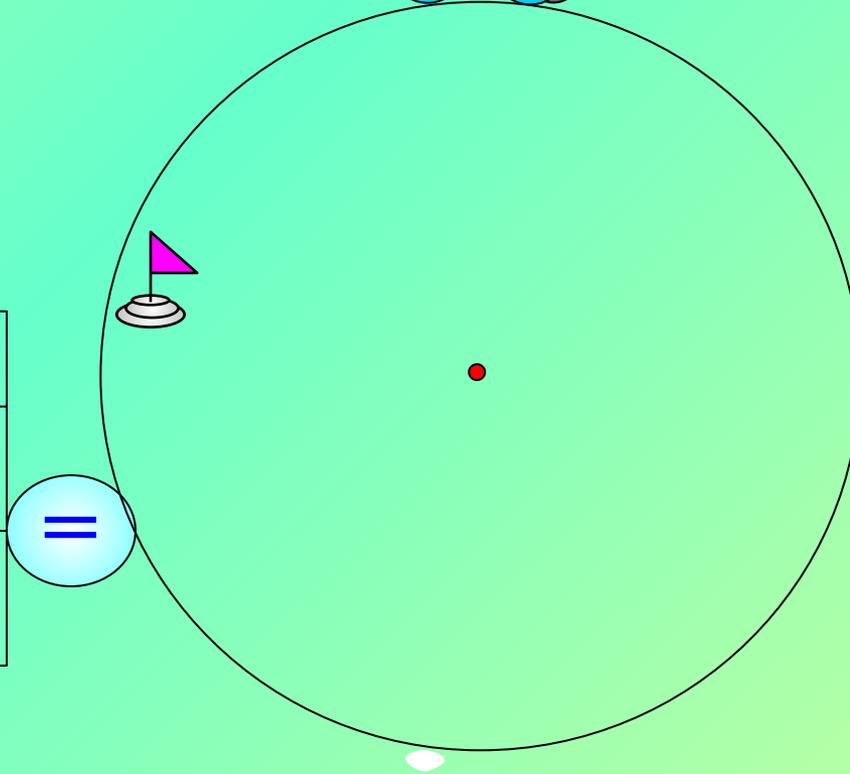
Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

1 встреча. Велосипедист был до 1 встречи 40 мин ($\frac{2}{3}$ ч), мотоциклист 10 мин ($\frac{1}{6}$ ч). А расстояние за это время они проехали равное.

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
1 мотоцикл.	x	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}x$
2 велосип.	y	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}y$

1 уравнение:
$$\frac{1}{6}x = \frac{2}{3}y$$

Показать



6. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км.

Ответ дайте в км/ч.

2 встреча. Велосипедист и мотоциклист были в пути до 2-й встречи 30 мин (1/2 ч). А расстояние за это время мотоциклист проехал на 1 круг больше.



	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
1 мотоцикл.	x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}x$
2 велосип.	y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}y$

на 30 км больше (1 круг)

$$\frac{1}{6}x = \frac{2}{3}y$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 30$$

2 уравнение: $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 30$

Искомая величина – x

Показать
(2)

7. Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

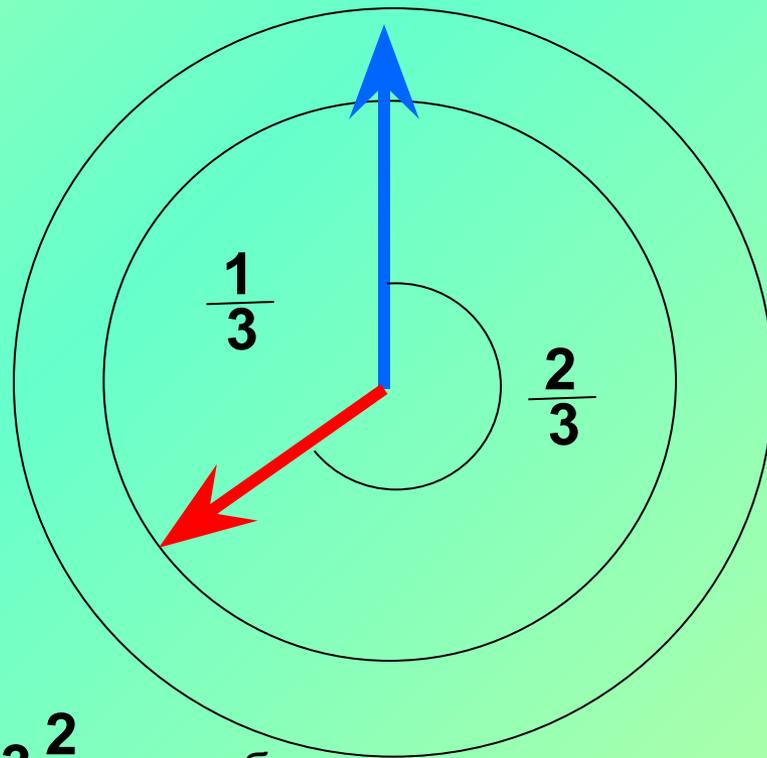
В первый раз минутной стрелке надо пройти на $\frac{2}{3}$ круга больше, чтобы догнать минутную стрелку.

Во 2-й раз – еще на 1 круг больше.

В 3-й раз – еще на 1 круг больше.

В 4-й раз – еще на 1 круг больше.

Всего на $3\frac{2}{3}$ круга больше



	v , круг/ч	t , ч	S , круг
минутная	1	x	$1x$
часовая	$\frac{1}{12}$	x	$\frac{1}{12}x$

на $3\frac{2}{3}$ круга больше

$$1x - \frac{1}{12}x = 3\frac{2}{3}$$

Ответ: 240 мин

Проверка

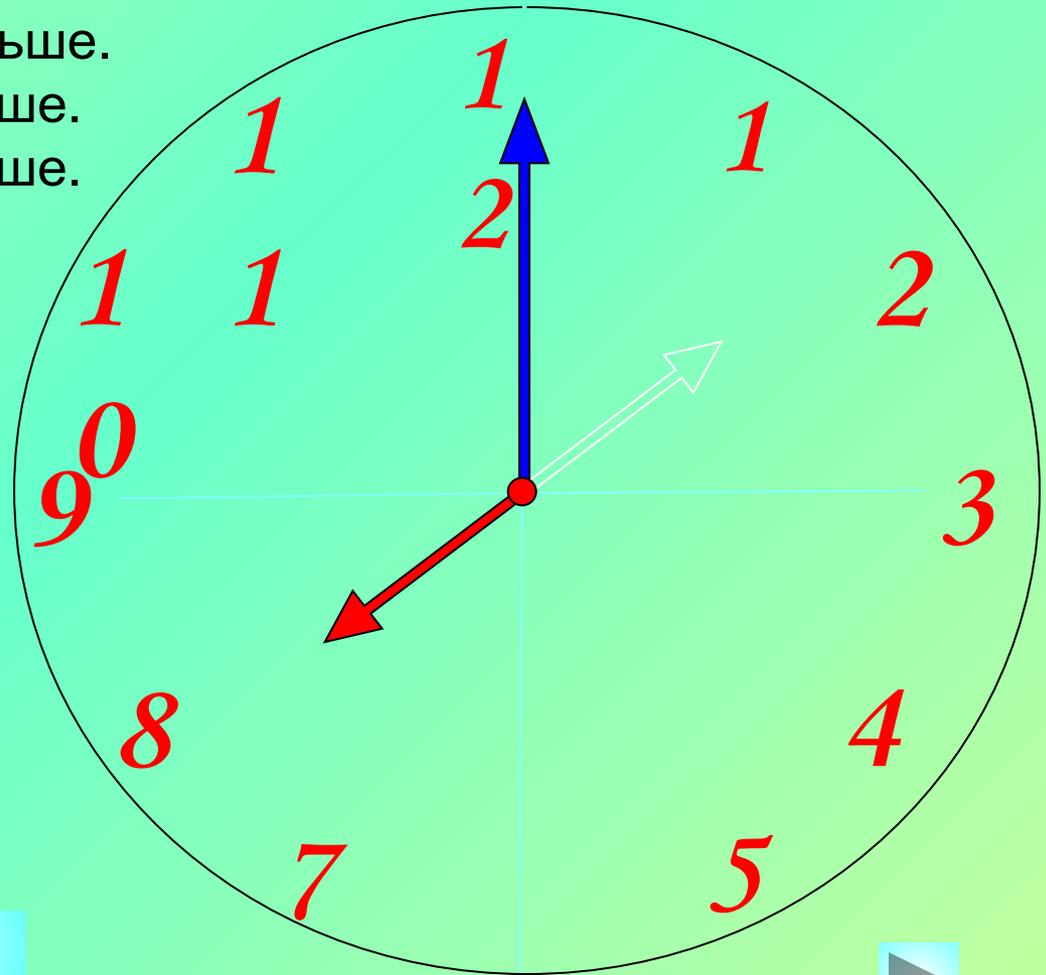
В первый раз минутной стрелке надо пройти на $\frac{2}{3}$ круга больше, чтобы догнать минутную стрелку.

Во 2-й раз – еще на 1 круг больше.

В 3-й раз – еще на 1 круг больше.

В 4-й раз – еще на 1 круг больше.

Всего на $3\frac{2}{3}$ круга больше



Показать
(4)

Другой способ – в комментариях.

№ 99599.

Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Путь мотоциклиста и путь велосипедиста равны, велосипедист проехал 40 мин, мотоциклист проехал 10 мин.

Через 30 мин

Догнал через 10 мин



30 мин

Решение. $t_{\text{вел}} = (30 + 10)\text{мин} = 40\text{ мин} = \frac{40}{60}\text{ч} = \frac{2}{3}\text{ч}$

Так как мотоциклист догнал велосипедиста через 10 минут, то их пути равны.

x км/ч – скорость вел., y км/ч – скорость мот.

$$S_{\text{вел}} = \frac{2}{3} \cdot x, S_{\text{мот}} = \frac{1}{6} y, S_{\text{вел}} = S_{\text{мот}}, \frac{2}{3} x = \frac{1}{6} y$$

$$4x = y - \text{скорость мотоциклиста}$$

Длина трассы 30 км, т.к. мотоциклист догнал второй раз велосипедиста, то они за 30 мин прошли S км, тогда путь мотоциклиста за 0,5 ч – $(S+30)$, а у велосипедиста S км.

$$\frac{S + 30}{4x} = \frac{S}{x}$$

$$Sx + 30x = 4Sx$$

$$35x = 30x$$

$$S = 10$$

Значит путь мотоциклиста
равен $30+10=40$ км .

$$v(\text{мот})=40:0,5=80 \text{ км/ч}$$

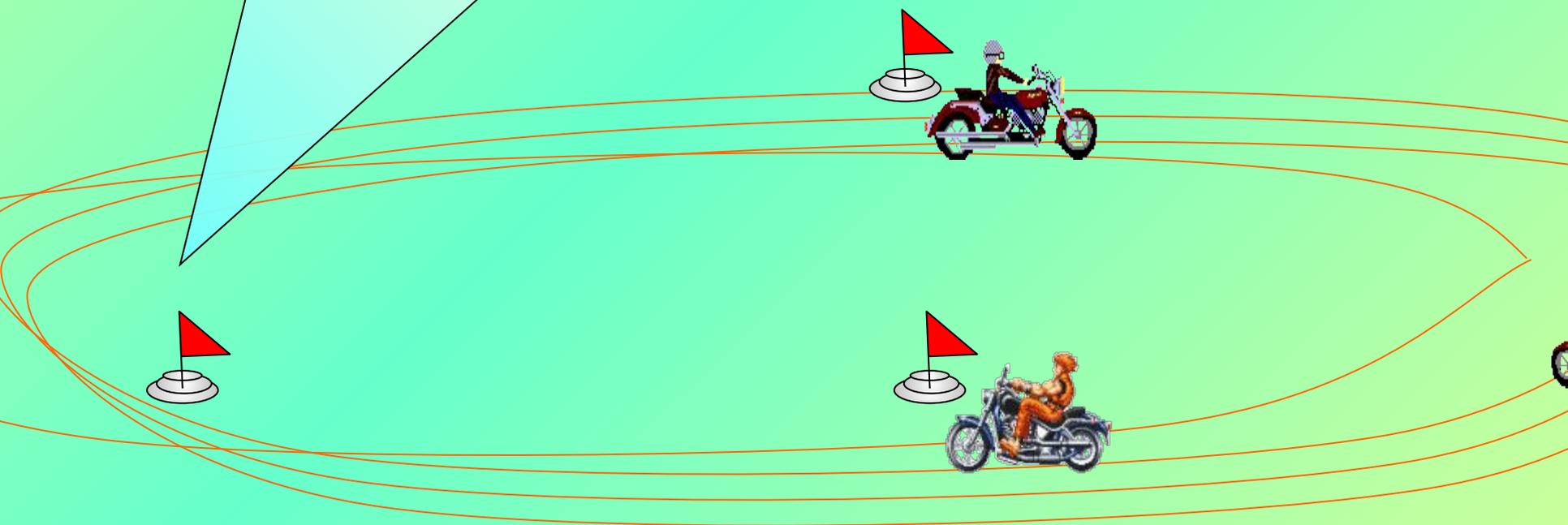
Ответ: 80 км/ч

№ 99596.

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

Один из них проехал на половину круга больше, то есть на 7 км больше.

*Через сколько минут они
Поравняются в первый раз?*



Решение $v_1 = y, v_2 = y + 21$

Один из них проехал на половину круга больше, то есть

$$S_1 = 14 \text{ км}, S_2 = 14 + 7 = 21 \text{ км}$$

$$t_1 = \frac{14}{y} \text{ ч}, t_2 = \frac{21}{y + 21} \text{ ч}$$

так как $t_1 = t_2$, то $\frac{14}{y} = \frac{21}{y + 21}$

$$21y = 14y + 14 \cdot 21,$$

$$y = 42, \quad \text{значит } t = \frac{14}{42} = \frac{1}{3} \text{ ч} = 20 \text{ мин}$$

Ответ: 20 минут