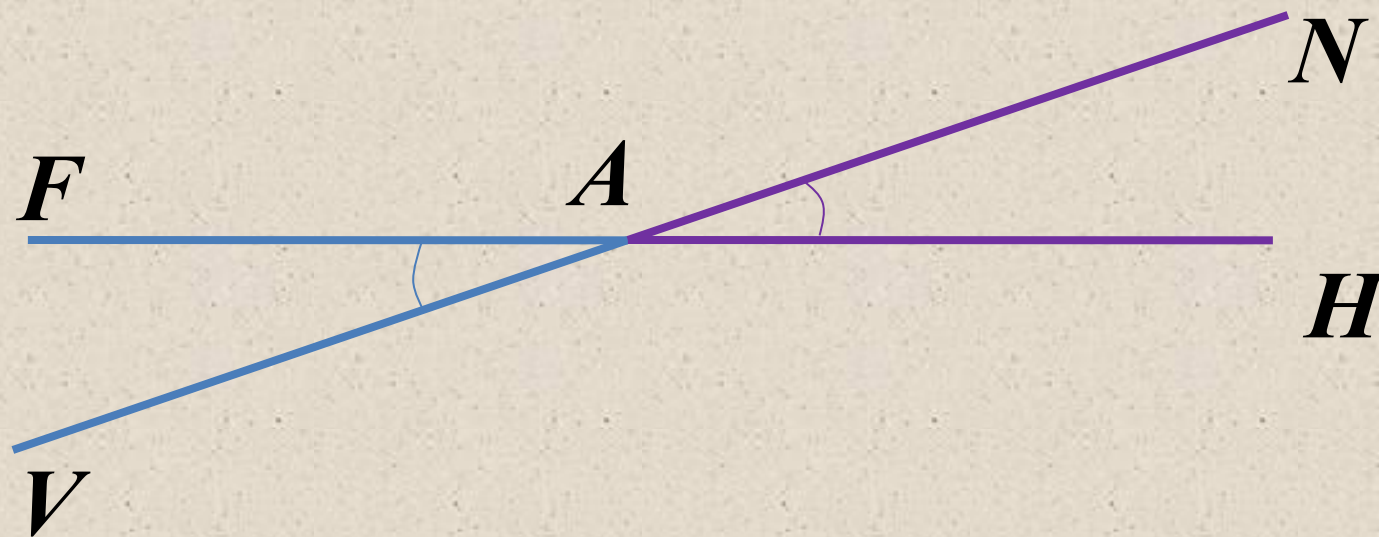




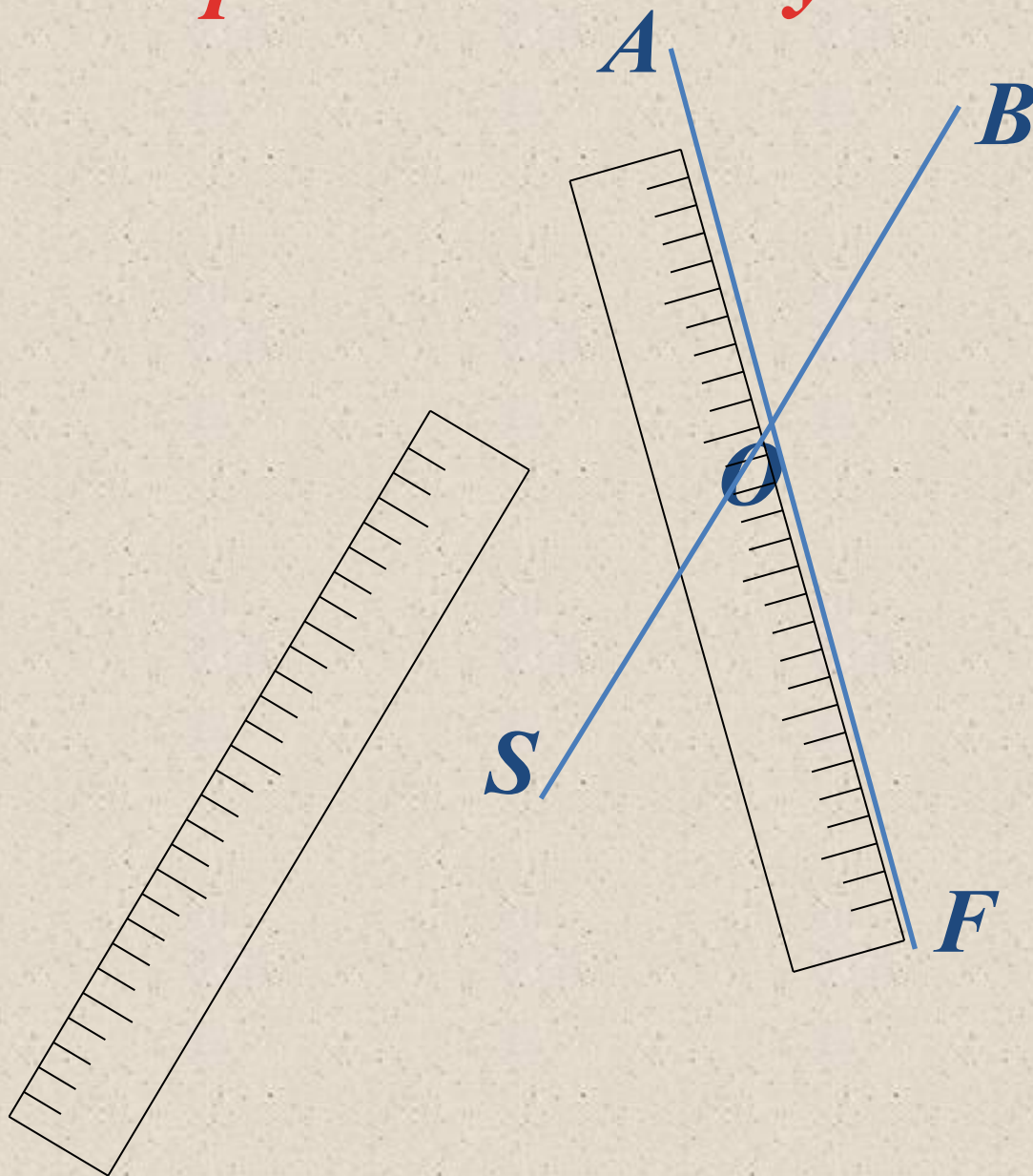
Вертикальные углы

Два угла называются **вертикальными**, если стороны одного угла являются дополнительными лучами для сторон другого.



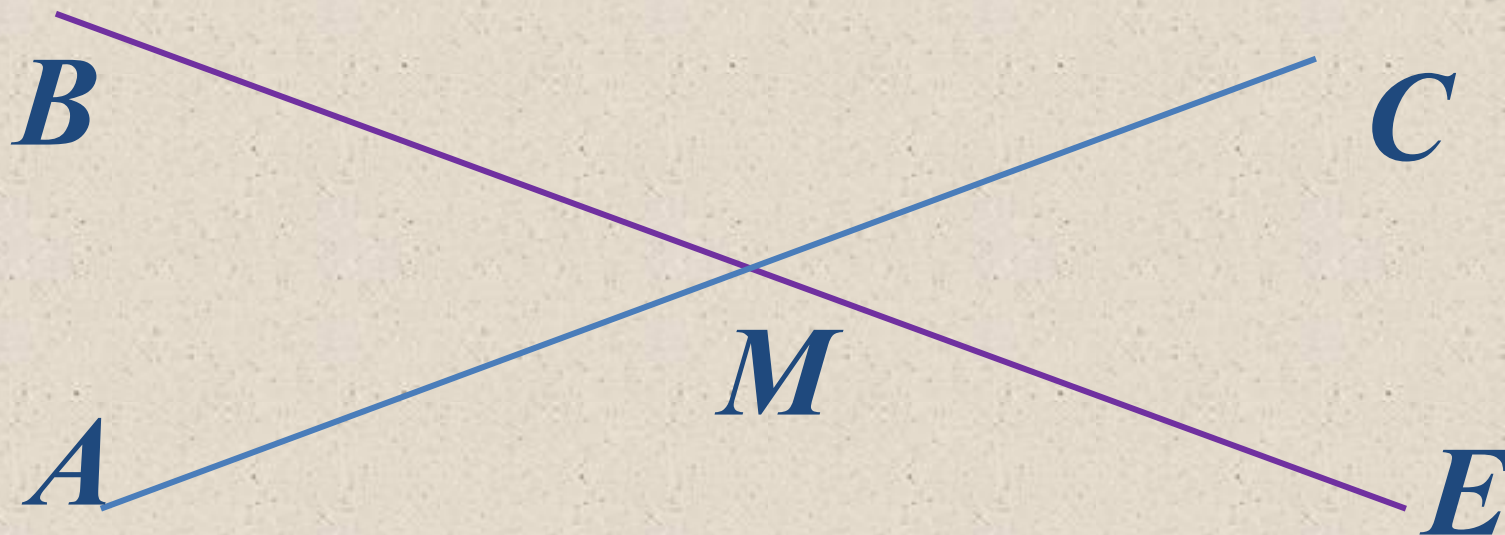
$\angle FAV$ и $\angle NAH$ - вертикальные

Построение вертикальных углов



*Назовите вертикальные углы,
изображённые на чертеже.*

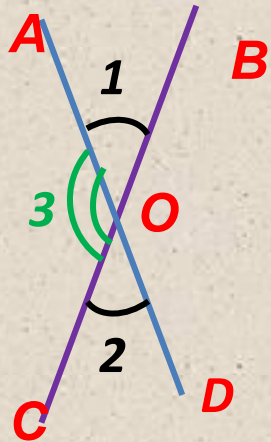
1



$\angle BMA$ и $\angle CME$ – вертикальные углы

$\angle BMC$ и $\angle AME$ – вертикальные углы

Теорема (свойство вертикальных углов)



Вертикальные углы равны.

Дано: $\angle 1$ и $\angle 2$ -
вертикальные
Доказать: $\angle 1 = \angle 2$

Доказательство

$\angle 1$ и $\angle 3$ – смежные, так как лучи OB и OC –
дополнительные
по определению вертикальных углов.
 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ – свойство смежных

$\angle 2$ и $\angle 3$ – смежные, так как лучи OA и OD – дополнительные по
определению вертикальных углов.

$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ – свойство смежных

углов
 $\angle 1 = 180^\circ - \angle 3$ – аксиома измерения

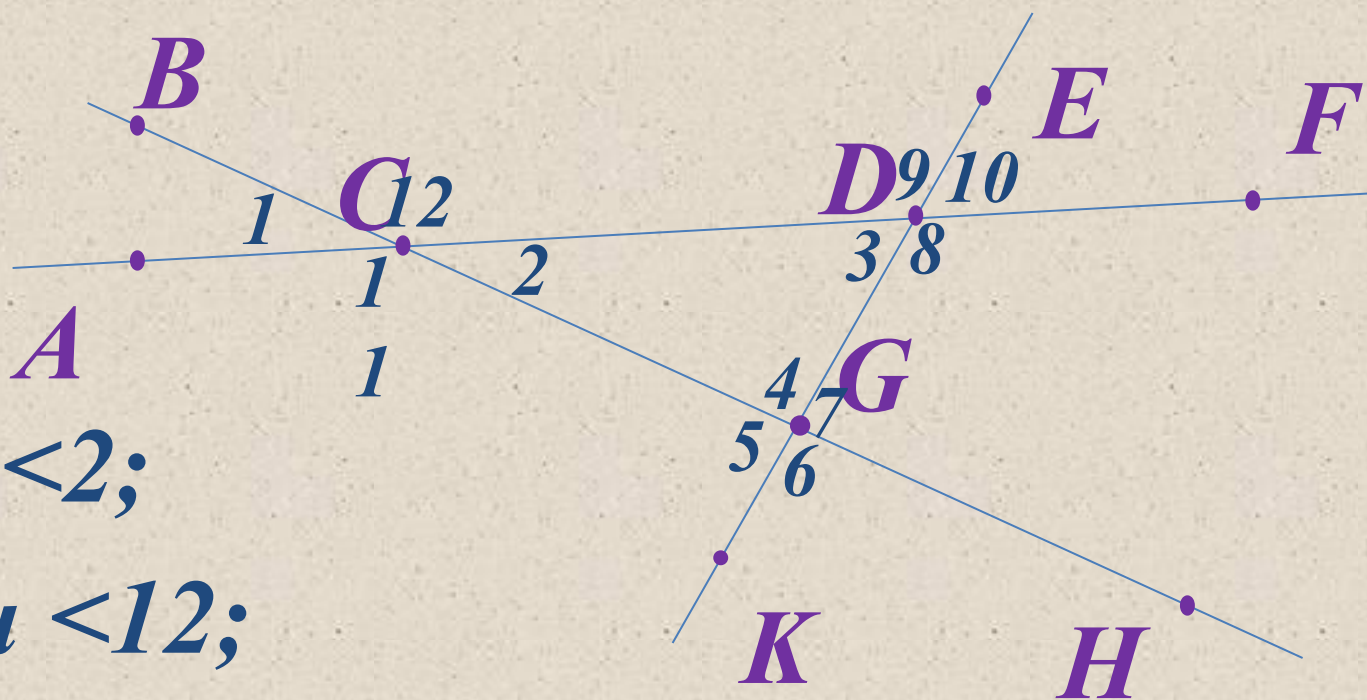
углов
 $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3$ – аксиома измерения
углов

$$\left. \begin{array}{l} \angle 1 = 180^\circ - \angle 3 \\ \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 1 = \angle 2.$$

Теорема
доказана.

*Назовите вертикальные углы,
изображённые на чертеже.*

2



$\angle 1$ и $\angle 2$;

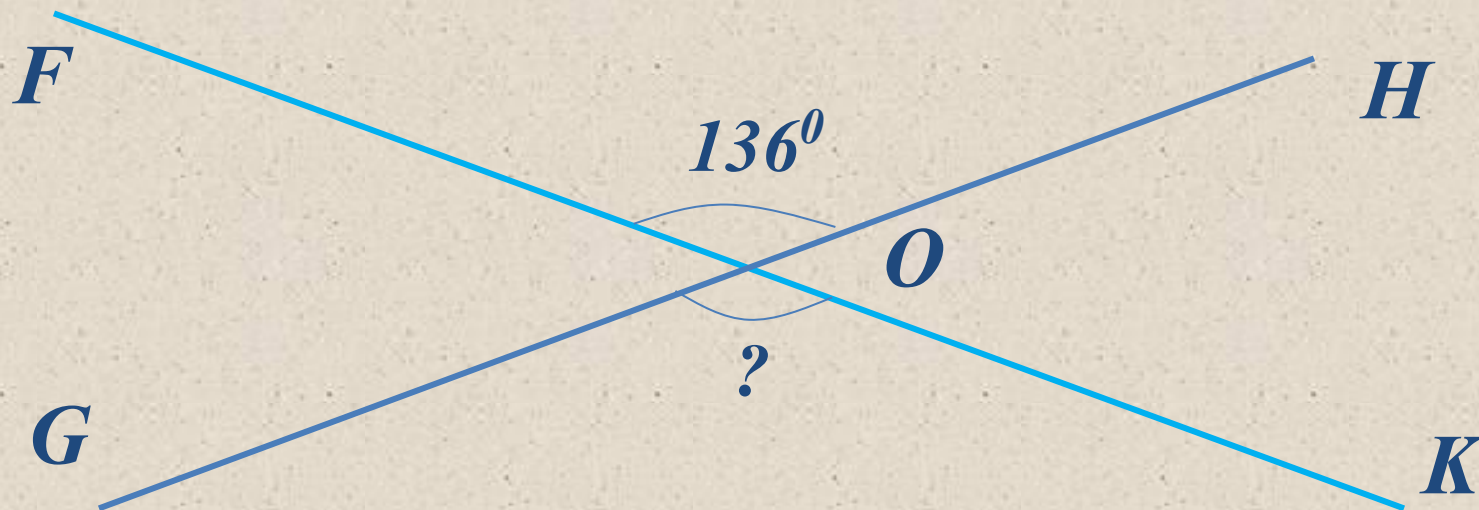
$\angle 11$ и $\angle 12$;

$\angle 3$ и $\angle 10$; $\angle 9$ и $\angle 8$;

$\angle 4$ и $\angle 6$; $\angle 5$ и $\angle 7$.

Задача

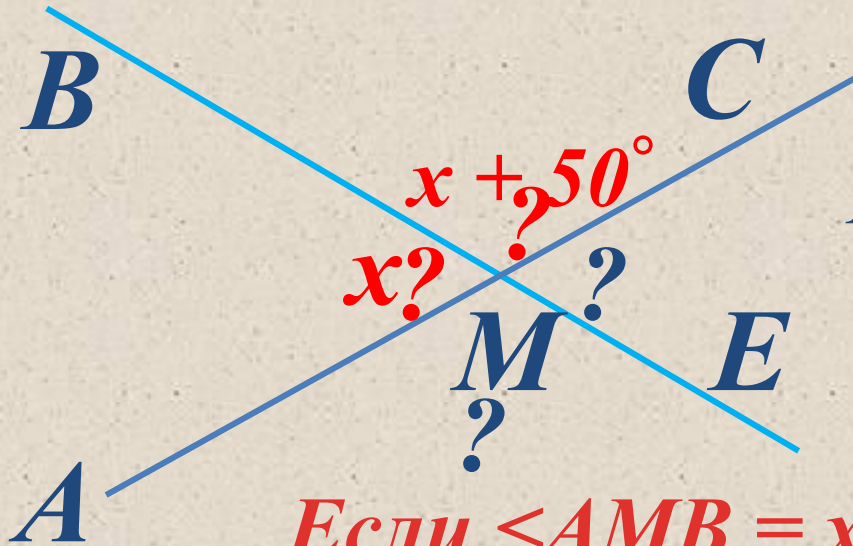
Вычислите градусные меры углов, изображённых на чертеже.



$$\angle GOK = \angle FOH = 136^\circ$$

Задача

Вычислите градусные меры углов, изображённых на чертеже, если один из углов на 50° больше другого.



Решение

Пусть меньший угол x° ,
тогда больший угол
 $x + 50^\circ$

Если $\angle AMB = x$, то $\angle BMC = x + 50^\circ$

Так как сумма смежных углов равна 180° , то
составим уравнение

$$x + x + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2x + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 50^\circ$$

$$2x = 130^\circ \quad x = 130^\circ : 2$$

$$x = 65^\circ$$

$$\angle AMB = 65^\circ, \text{ то } \angle BMC = 65^\circ + 50^\circ = 115^\circ$$

Задача

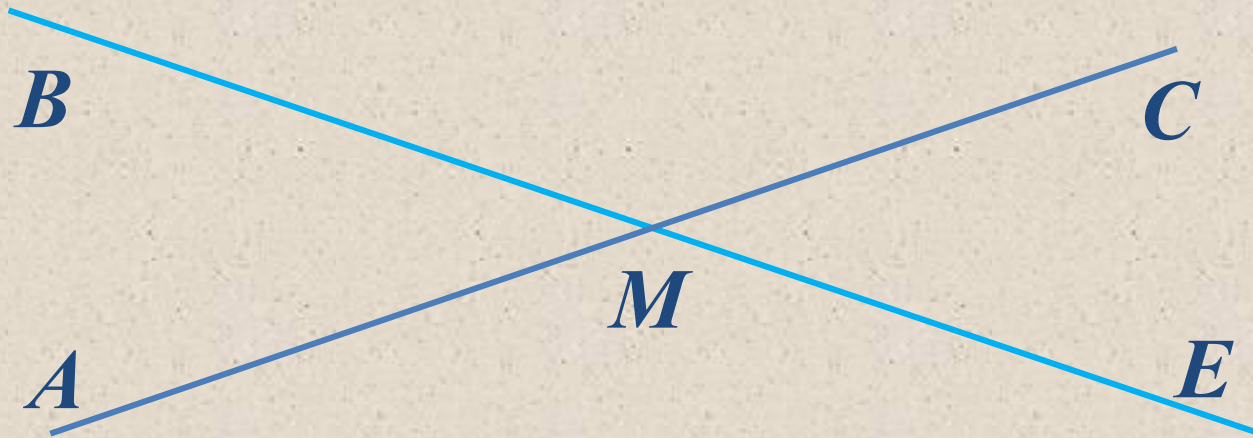
Дано:

$AC \cap BE = M$, сумма двух углов – 50°

Найти:

эти углы - ?

Решение



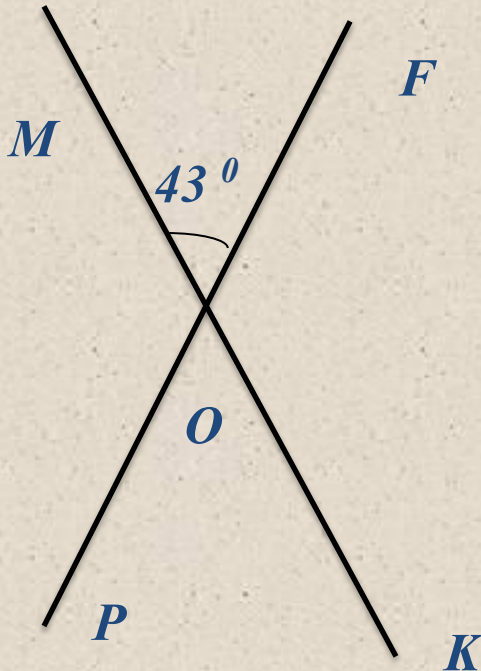
Так как сумма двух углов – 50° , то это могут быть **только** вертикальные углы.

$$\angle AMB = 50^\circ : 2 = 25^\circ$$

$$\angle EMC = \angle AMB = 25^\circ$$

Пример оформления задач

При пересечении двух прямых образовалось четыре угла. Один из них равен 43° . Найдите величины остальных углов.



Дано: $PF \cap MK = O$
 $\angle MOF =$

Найти: 43°
 $\angle FOK, \angle KOP, \angle$
 $МОР$

Решение:

1. $\angle MOF$ и $\angle KOP$ вертикальные, значит, по свойству вертикальных углов, $\angle MOF = \angle KOP$, $\angle KOP = 43^\circ$

2. $\angle MOF + \angle FOK = 180^\circ$, так как они смежные.

Отсюда $\angle FOK = 180^\circ - 43^\circ = 137^\circ$

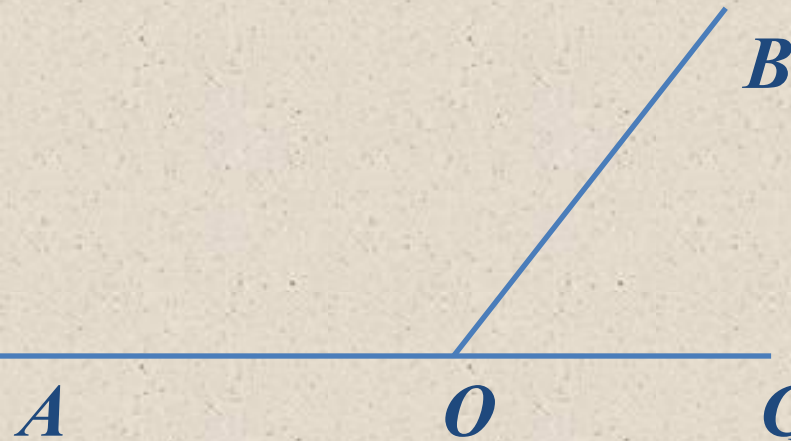
3. $\angle FOK$ и $\angle POM$ вертикальные, значит $\angle FOK = \angle POM$, $\angle POM = 137^\circ$

Ответ: $137^\circ, 43^\circ, 137^\circ$



Пример оформления задач

Один из смежных углов на 32° больше другого. Найдите величину каждого угла.



Дано: $\angle AOB$ и $\angle BOC$ смежные,
 $\angle AOB - \angle BOC = 32^\circ$.

Найти: $\angle AOB$, $\angle BOC$.

Решение:

Пусть $\angle BOC = x$, тогда $\angle AOB = 32^\circ + x$

По свойству смежных углов составим уравнение

$$x + (32^\circ + x) = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 32^\circ$$

$$2x = 148^\circ$$

$$x = 74^\circ$$

Значит $\angle BOC = 74^\circ$, а $\angle AOB = 32^\circ + 74^\circ$

$= 106^\circ$

Ответ: $\angle AOB = 106^\circ$, $\angle BOC = 74^\circ$