Применение производной к решению экономических задач

Проект подготовил студент 1 курса
группы у1412
Ромашов Иван Сергеевич

Если спросить экономиста “Что такое производная?”, то он ответит: «маржинализм». Слово «маржинализм» охватывает целый комплекс понятий в современной экономической науке.

«Marginal» в переводе с английского языка означает "находящийся на самом краю", "предельный", "граничный". К предельным величинам в экономике относятся: предельные издержки, предельный доход, предельная полезность, предельная производительность, предельная склонность к потреблению и т.д. Понятие предельных величин позволило создать совершенно новый инструмент исследования и описания экономических явлений, посредством которого стало возможно решать научные проблемы, прежде не решённые или решённые неудовлетворительно. Все эти величины самым тесным образом связаны с понятием производной. Предельные величины характеризуют не состояние (как суммарная или средняя величины), а процесс, изменение экономического объекта. Следовательно, производная выступает как скорость изменения некоторого экономического объекта (процесса) с течением времени или относительно другого исследуемого фактора.

Глоссарий

Удельные затраты – это издержки производства, приходящиеся на единицу продукции.

Производная (функции в точке) — основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции (в данной точке). Определяется как предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если такой предел существует. Функцию, имеющую конечную производную (в некоторой точке), называют дифференцируемой (в данной точке).

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0)$$

Геометрический смысл производной заключается в том, что численно производная функции в данной точке равна тангенсу угла, образованного касательной, проведенной через эту точку к данной кривой, и положительным направлением оси **Ox.**

Экстремальные точки. Наибольшее и наименьшее значение функции.

- Точка x_0 называется точкой максимума функции f(x), если существует такая окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) < f(x_0)$.
- Точка x_0 называется точкой минимума функции f(x), если существует такая окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) > f(x_0)$.
- Точки минимума и точки максимума называются точками экстремума.

Геометрический смысл: касательная к графику функции y=f(x) в экстремальной точке параллельна оси абсцисс (OX), и поэтому ее угловой коэффициент равен 0 ($k = \text{tg}\,\alpha = 0$).

Постановка экономической задачи

- Цементный завод производит X т. цемента в день. По договору он должен ежедневно поставлять строительной фирме не менее 20 т. цемента. Производственные мощности завода таковы, что выпуск цемента не может превышать 90 т. в день. Определить, при каком объеме производства удельные затраты будут наибольшими (наименьшими).
- если функция затрат имеет вид: $K=-x^3+98x^2+200x$

Составление плана решения

Наша задача сводится к отысканию наибольшего и наименьшего значения функции $Y=K/x=-x^2+98x+200$, на промежутке [20;90].

- Алгоритм исследования функций с помощью производной на наибольшее и наименьшее значения;
- Нахождение значения функции в стационарных точках и на концах заданного промежутка;
- Определить наибольшее и наименьшее значение;
- Построение графика
- Вывод

- Удельные затраты – это средние затраты на единицу продукции, в данном случае на 1т. Цемента. При объеме производства в х т. Удельные затраты составят:

$$\frac{K}{x} = -x^2 + 98\text{x} + 200$$

Решение задачи

1. $Y=-x^2+98x+200$

   $Y'=-2x+98,$

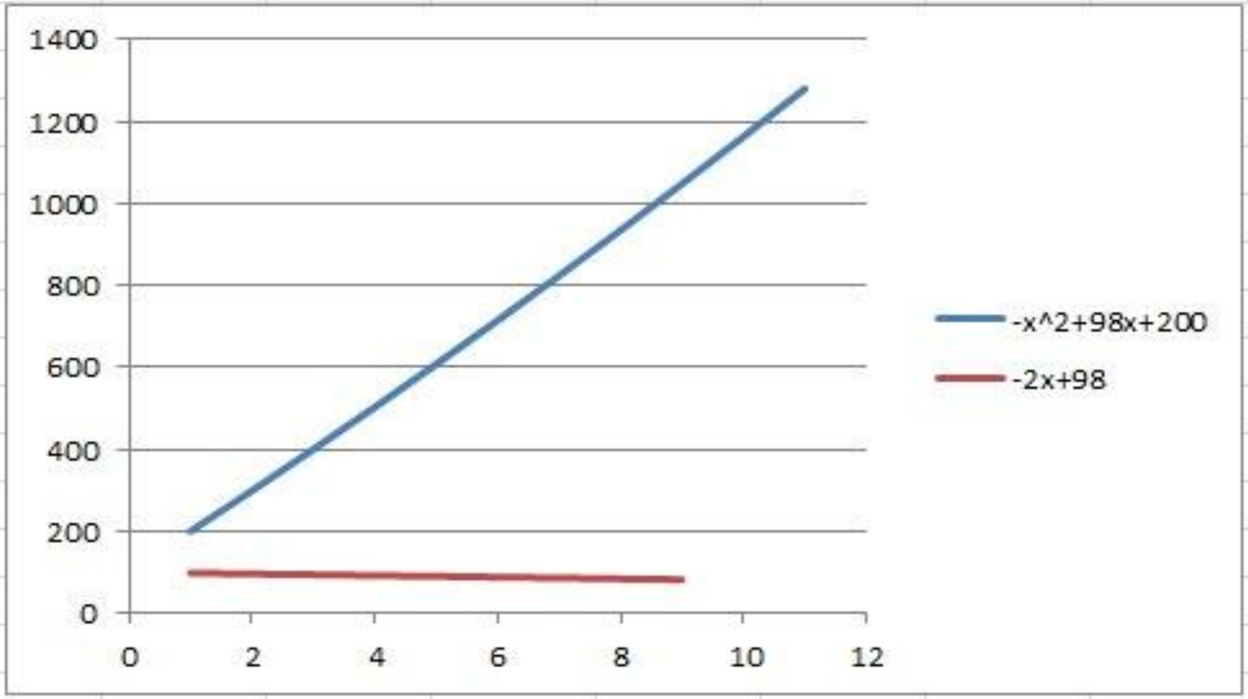
   $-2x+98=0,$

   $x=49$ – **критическая точка**

2. $Y(20)=(20)^2+98*20+200=1760,$

   $Y(90)=-(90)^2+98*90+200=320,$

   $Y(49)=-(49)^2+98*49+200=2601.$


1400
1200
1000
800
600
400
200
0
0
2
4
6
8
10
12
-x^2+98x+200
-2x+98

- Вывод: Таким образом, при выпуске 49 тонн цемента в день удельные издержки максимальны, это экономически не выгодно, а при выпуске 90 тонн в день минимальны.

В результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

- Производная является важнейшим инструментом экономического анализа, позволяющим углубить геометрический и математический смысл экономических понятий, а также выразить ряд экономических законов с помощью математических формул.
- При помощи производной можно значительно расширить круг рассматриваемых при решении задач функций.
- Экономический смысл производной состоит в следующем: производная выступает как скорость изменения некоторого экономического процесса с течением времени или относительно другого исследуемого фактора.
- Наиболее актуально использование производной в предельном анализе, то есть при исследовании предельных величин (предельные издержки, предельная выручка, предельная производительность труда или других факторов производства и т. д.).
- Производная находит широкое приложение в экономической теории. Многие, в том числе базовые, законы теории производства и потребления, спроса и предложения оказываются прямыми следствиями математических теорем (например, представляет интерес экономическая интерпретация теоремы Ферма, выпуклости функции и т. д.).
- Знание производной позволяет решать многочисленные задачи по экономической теории.

На мой взгляд, производная является важнейшим инструментом экономического анализа, который позволяет углубить математический смысл экономических понятий и выразить экономические законы с помощью математических формул.

Экономический смысл производной состоит в том, что она выступает как скорость изменения некоторого экономического процесса с течением времени или по отношению к другому исследуемому фактору. Многие законы теории производства и потребления, спроса и предложения оказываются прямыми следствиями математических теорем.

Список использованной литературы:

1. Экономическая теория: учеб. пособие для вузов / Л.А. Исаева, Г.Г. Романова, Л.Р. Шурипа, И.В. Родионова, С.В. Гук. – Владивосток: Мор. гос. ун-т, 2006.
2. Экономическая теория: макроэкономика: Учебное пособие / В.А. Семенихина, С.А. Крючков; Отв. ред. д-р экон. наук, профессор Р.М. Гусейнов; Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т. - Новосибирск: НГАСУ, 2003.
3. Высшая математика, Учебник для ВУЗов, Шипачев В.С., 1998.
4. Высшая математика - Бугров Я.С.

Спасибо за внимание!!!