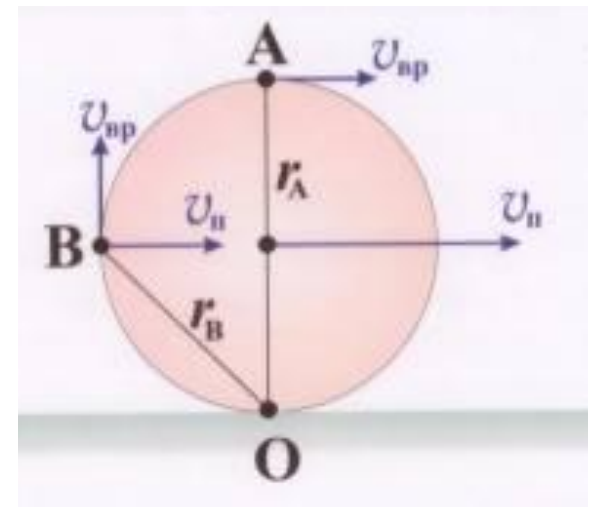
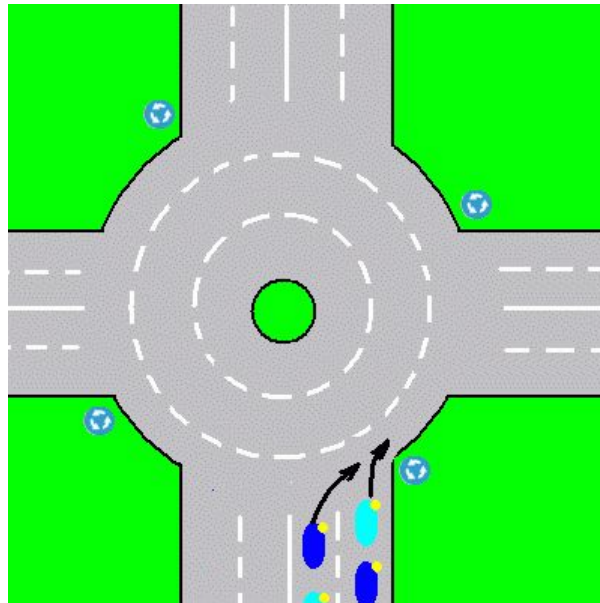


# Лекция 2. Кинематика вращательного движения. Плоское движение.



# Типы механического движения твердого тела

1. Поступательное движение – движение, при котором любая прямая, связанная с телом остается параллельной самой себе.

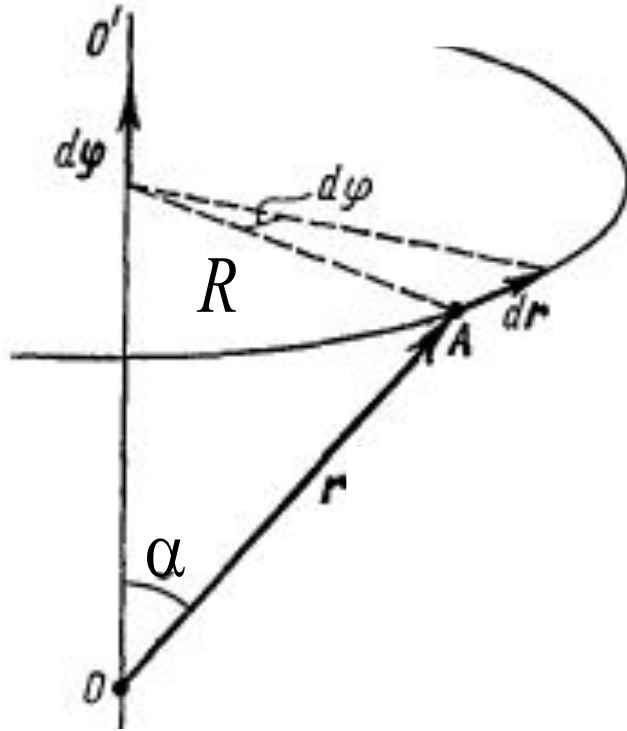
2. Вращение вокруг неподвижной оси.

3. Плоское движение – движение, при котором каждая точка твердого тела движется параллельно некоторой плоскости .

4. Вращение вокруг неподвижной точки.

5. Свободное движение.

# Вращение вокруг неподвижной оси



$OO'$  – неподвижная ось;  
 $\overset{\curvearrowright}{r}$  – радиус-вектор точки A;  
 $dr$  – перемещение;

$\overset{\curvearrowright}{d\phi}$  – элементарный угол поворота (направление определяется по правилу правого винта - буравчика)

$$[d\phi] = \text{рад}$$

$$dr = R \cdot d\phi$$

$$R = r \cdot \sin \alpha$$

$$dr = r \cdot d\phi \cdot \sin \alpha$$

$$\overset{\curvearrowright}{dr} = [\overset{\curvearrowright}{r} \overset{\curvearrowright}{d\phi}]$$

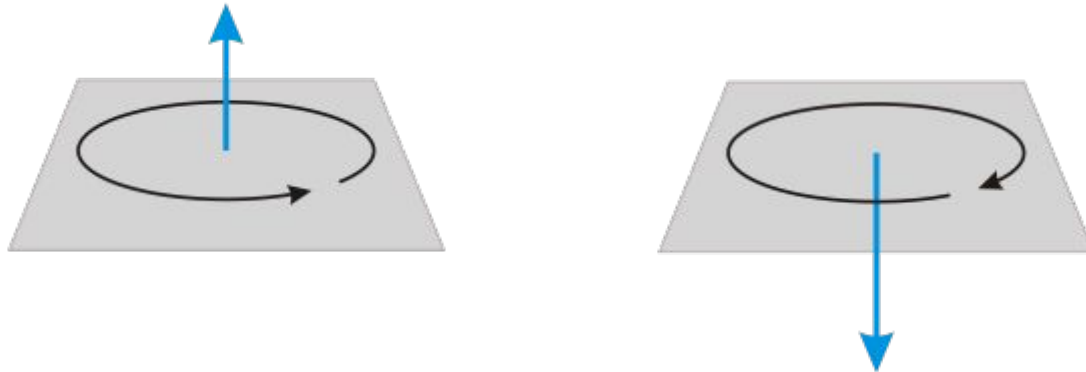
# Угловая скорость

-векторная величина, показывающая как меняется угол поворота тела со временем,

$$\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\omega_{cp} = \frac{\varphi_{общ}}{t_{общ}}$$

по направлению совпадает с углом поворота.



$$[\omega] = \text{рад} / \text{с}$$

# Угловое ускорение

- векторная величина, показывающая как меняется угловая скорость со временем,

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

по направлению совпадает с вектором изменения угловой скорости.

$$\vec{\beta} \uparrow \uparrow \Delta\vec{\omega}$$

$$[\beta] = \text{рад} / \text{с}^2$$

# Связь между линейными и угловыми величинами

$$dr^{\wedge} = [d\varphi^{\wedge} r^{\wedge}] \quad dr = d\varphi \cdot r \cdot \sin \alpha = d\varphi \cdot R$$

$$v^{\wedge} = [\omega^{\wedge} r^{\wedge}] \quad v = \omega \cdot r \cdot \sin \alpha = \omega \cdot R$$

Ускорение:

$$a^{\boxtimes} = \frac{dv^{\wedge}}{dt} = \dots$$

# Связь между линейными и угловыми величинами

Ускорение:

$$\vec{a} = [\beta \vec{r}] + [\omega [\omega \vec{r}]] = a_\tau + a_n$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

Тангенциальное ускорение:

- отвечает за изменение модуля скорости, направлено по касательной к траектории движения.

$$a_\tau = [\beta \vec{r}] = \frac{d\upsilon}{dt}$$

$$a_\tau \uparrow \uparrow \Delta \upsilon$$

Нормальное ускорение:

- отвечает за изменение направления вектора скорости, направлено к центру кривизны траектории.

$$a_n = [\omega [\omega \vec{r}]] = [\omega \upsilon]$$

$$a_n = \omega^2 R = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega \upsilon$$

# Характеристики вращательного движения

Период  $T$ :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$$

Частота  $\nu$ :

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$$

Число оборотов  $N$ :

$$N = \frac{\varphi}{2\pi}$$

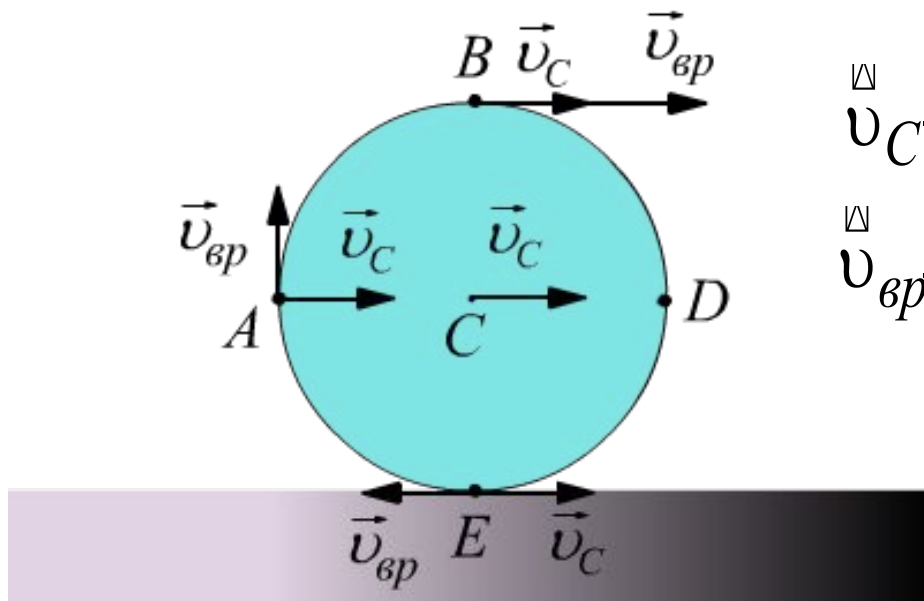


# Аналогии между поступательным и вращательным движением

Поступательное движение	Вращательное движение
$dr$	$d\varphi$
...	...

# Плоское движение

Плоское движение можно представить как сумму поступательного движения и вращательного.



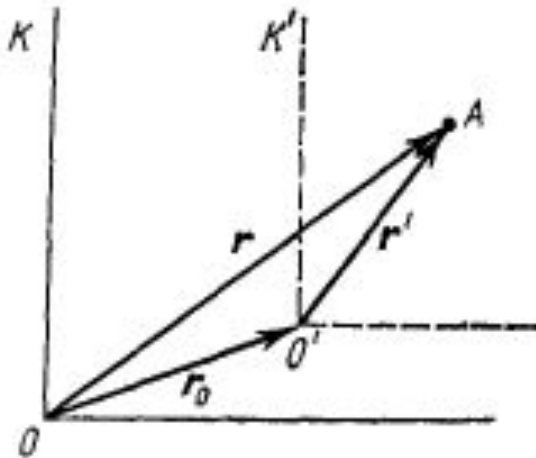
▣  $v_C$  - скорость центра колеса относительно Земли;  
▣  $v_{вр}$  - скорость точек колеса относительно его центра.

Скорости точек А, В, D и E относительно Земли:

$$\begin{matrix} \square \\ v_A = \dots \end{matrix}$$

# Преобразование скорости и ускорения при переходе от одной СО к другой

1. СО  $K'$  движется поступательно со скоростью  $\vec{v}_0$  и ускорением  $\vec{a}_0$  относительно системы  $K$ :



$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$$

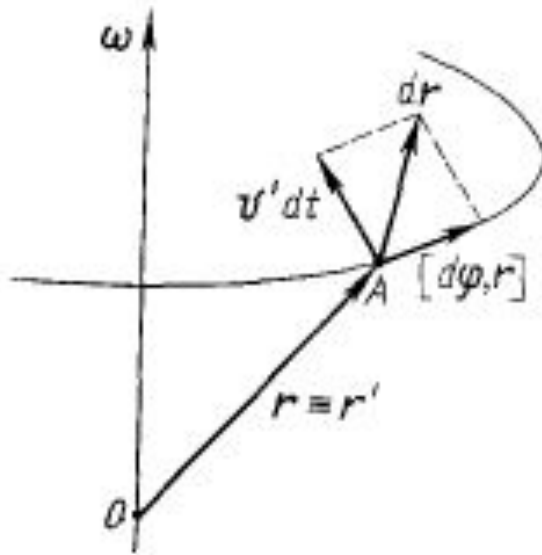
$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$$

$\vec{v}, \vec{a}$  - скорость и ускорение тела в СО  $K$ ;

$\vec{v}', \vec{a}'$  - скорость и ускорение тела в СО  $K'$ ;

# Преобразование скорости и ускорения при переходе от одной СО к другой

2. СО  $K'$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  относительно оси, неподвижной в СО  $K$ :



$$d\overset{\omega}{r} = \overset{\omega}{v}' dt + [d\overset{\omega}{\phi}, \overset{\omega}{r}]$$

$$\overset{\omega}{v} = \overset{\omega}{v}' + [\overset{\omega}{\omega}, \overset{\omega}{r}]$$

$$\overset{\omega}{a} = \overset{\omega}{a}' + 2[\overset{\omega}{\omega}, \overset{\omega}{v}'] + [\overset{\omega}{\omega}, [\overset{\omega}{\omega}, \overset{\omega}{r}]]$$

$\overset{\omega}{v}, \overset{\omega}{a}$  - скорость и ускорение тела в СО  $K$ ;

$\overset{\omega}{v}', \overset{\omega}{a}'$  - скорость и ускорение тела в СО  $K'$ ;