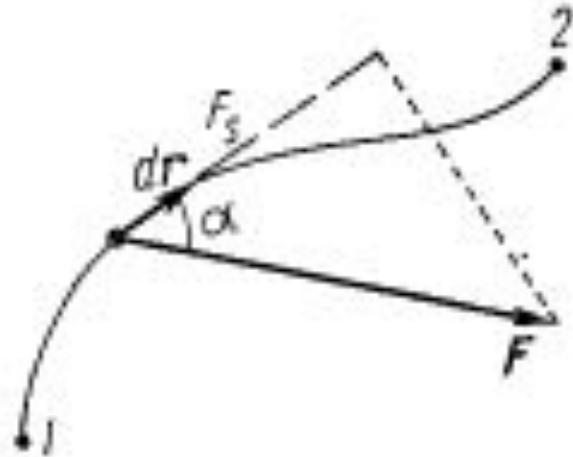


Лекция 6. Работа и мощность. Кинетическая и потенциальная энергия

стемы МТ.



Механическая работа



dr – элементарное перемещение, в пределах которого сила \mathbf{F} постоянна
 F_s – проекция силы на направление перемещения

$$|dr| = ds$$

Элементарная работа силы \mathbf{F} на перемещении dr

$$dA = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = F \cdot ds \cdot \cos \alpha = F_s ds$$

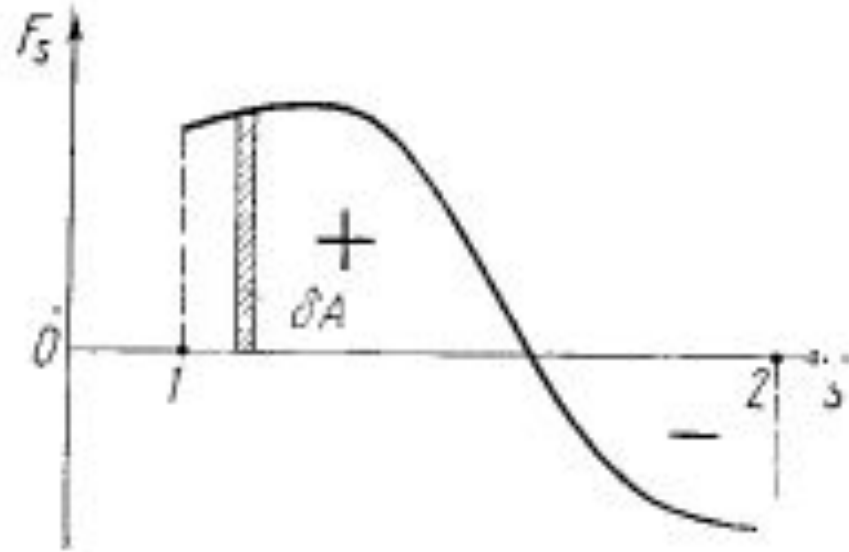
$$[A] = \text{Дж}$$

Механическая работа

Механическая работа A силы F на конечном участке траектории 1-2:

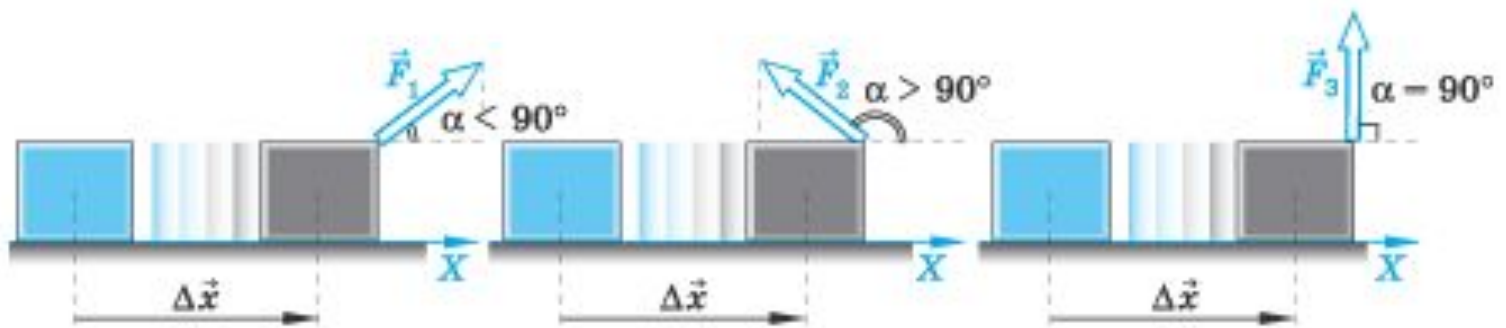
$$A = \sum dA = \int dA$$

$$A = \int_1^2 F dr = \int_1^2 F_s ds$$



Механическая работа постоянной силы

$$A = \vec{F} \times \vec{S} = FS \cos \alpha$$

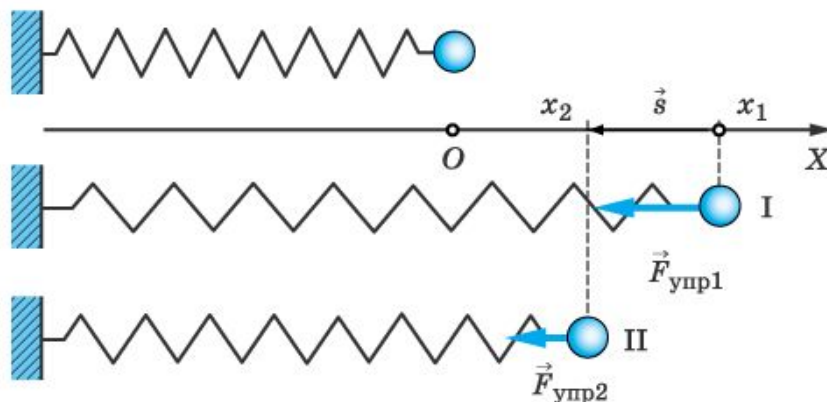


$$A > 0$$

$$A < 0$$

$$A = 0$$

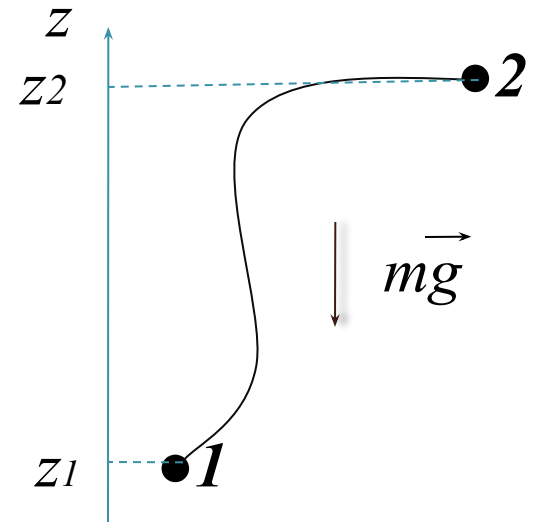
Работа силы упругости



$$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} (-kx) dx = \dots$$

Работа однородной силы тяжести

$$A = \int_1^2 \vec{F} \cdot \vec{dr} = \int_{z_1}^{z_2} (-mg) dz = \dots$$



Работа гравитационной силы

$$A = \int_1^2 \vec{F} \cdot \vec{dr} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Gm_1m_2}{r^2} dr = \dots$$

Работа приведенных сил не зависит от формы пути между точками *1* и *2*, а зависит только от начального и конечного положения тела.

Работа результирующей силы F

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

Работа результирующей силы, действующей на тело, равна сумме работ всех сил:

$$\begin{aligned} A &= \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots) \cdot d\vec{r} = \\ &= A_1 + A_2 + A_3 + \dots \end{aligned}$$

Мощность

Мощность – скалярная величина, равная работе силы, совершаемой за единицу времени; (характеризует скорость, с которой совершается работа) .

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{F dr}{dt} = F \cdot v$$

$$A = \int_{t_1}^{t_2} N dt$$

$$[N] = \text{Дж/с} = \text{Вт} \quad (\text{СИ})$$

$$1 \text{ л.с.} = 735 \text{ Вт}$$

Консервативные силы

Стационарное поле – поле сил, остающееся постоянным со временем.

Консервативные силы – силы, работа которых не зависит от формы пути, по которому перемещается тело, а определяется только начальным или конечным положением тела 1 и 2 .

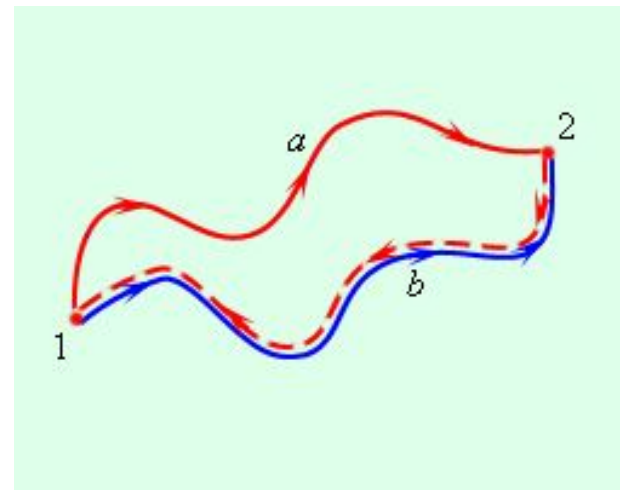
Потенциальное поле – поле, в котором действуют консервативные силы.

Работа консервативных сил на замкнутом контуре равна нулю.

$$A_{12a} = A_{12b}$$

$$A_{12a} = -A_{21a}$$

$$A_{\text{замкн}} = 0$$



Центральные силы

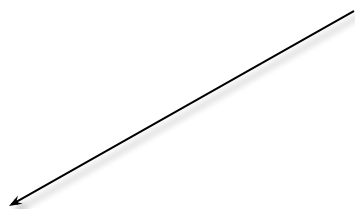
Неконсервативные силы — силы трения, силы сопротивления.

Центральные силы — силы, зависящие только от расстояния между взаимодействующими частицами и направленные вдоль прямой, соединяющей эти частицы (гравитационные, кулоновские, упругие).

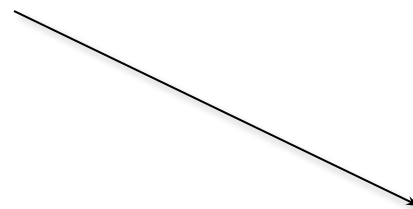
Все центральные силы являются консервативными! Работа центральных сил не зависит от формы пути, по которому перемещается тело.

Энергия

- скалярная физическая величина, характеризующая способность тел совершать работу.



Кинетическая энергия
- энергия механического
движения тела.



Потенциальная энергия
– энергия, зависящая от
положения тела в
потенциальном поле
сил.

Кинетическая энергия

Пусть частица массой m движется под действием силы F

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = \dots$$

Работа результирующей силы равна приращению кинетической энергии тела:

$$A = \Delta E_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Потенциальная энергия

$$A = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 F_s ds$$

Так как работа консервативных сил зависит только от начального и конечного положений тела, то существует скалярная величина, определяющая положение тел, убыль которой равна работе.

$$A = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

U – потенциальная энергия.

Потенциальная энергия

- 1) В поле однородной силы тяжести

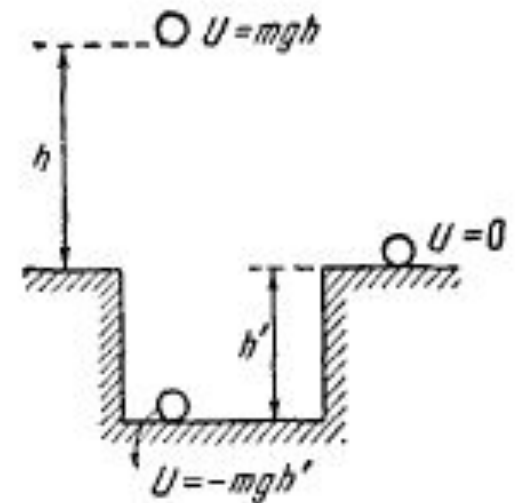
$$U = mgh$$

- 2) В поле упругой силы

$$U = \frac{kx^2}{2}$$

- 3) В гравитационном поле

$$U = -\frac{Gm_1m_2}{r}$$



Взаимосвязь силы и потенциальной энергии

$$A = -\Delta U \Rightarrow dA = -dU = F_s ds$$

$$F_s = -\frac{\partial U}{\partial s} \quad F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad \text{и т.д.}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right)$$

$$\vec{F} = -\text{grad}U = -\nabla U$$

Напряженность и потенциал поля

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad \vec{F} = m\vec{G}$$

\vec{E} , \vec{G} – напряженность электрического и гравитационного полей – силовая характеристика поля.

Принцип суперпозиции: $\vec{G} = \sum \vec{G}_i$

$$\vec{F}dr = m\vec{G}dr = -dU$$

$$\vec{G}dr = -d\varphi, \quad \text{где } \varphi = \frac{U}{m}$$

φ – потенциал гравитационного поля – энергетическая характеристика поля.

Напряженность и потенциал поля

$$\vec{G} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right) = -grad\varphi = -\nabla\varphi$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{G} dr$$

Полная механическая энергия частицы

- сумма кинетической и потенциальной энергии частицы:

$$E = E_k + U$$

Приращение кинетической энергии:

$$\Delta E_k = A_{\text{всех сил}} = A_{\text{конс}} + A_{\text{стор}}$$

Убыль потенциальной энергии:

$$-\Delta U = A_{\text{конс}}$$

$$\Delta(E_k + U) = \Delta E = A_{\text{стор}}$$

Закон сохранения полной механической энергии частицы

$$E_2 - E_1 = A_{стор}$$

Приращение полной механической энергии частица на некотором участке пути равно алгебраической сумме работ всех сторонних сил, действующих на частицу.

Закон сохранения полной механической энергии частицы:

$$E = E_k + U = const$$

Если сторонние силы отсутствуют или таковы, что не совершают работы в течение некоторого промежутка времени, то полная механическая энергия частицы в стационарном поле консервативных сил остается постоянной за это время.

Закон сохранения механической энергии системы

Диссипативные силы – неконсервативные силы (силы трения и сопротивления).

$$\vec{F} = k(v)\vec{v}$$

$k(v)$ - положительный коэффициент, зависящий от скорости

\vec{v} - скорость данного тела относительно другого или среды.

Суммарная работа всех внутренних диссипативных сил в системе всегда меньше нуля независимо от системы отсчета

$$A_{\text{дис.}} < 0$$

Закон сохранения механической энергии системы

Кинетическая энергия системы:

$$E_k = E_{k1} + E_{k2} + E_{k3} + \dots$$

Приращение кинетической энергии системы равно работе, которую совершают **все силы**, действующие на все частицы системы:

$$E_{k2} - E_{k1} = A$$

Убыль потенциальной энергии системы равна работе **консервативных сил** при переходе от одной конфигурации системы к другой:

$$U_1 - U_2 = A_{\text{конс.}}$$

Закон сохранения механической энергии системы

Полная механическая энергия:

$$E = E_k + U$$

Приращение полной механической энергии:

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta U = A - A_{\text{конс.}} = A_{\text{внешн.}}$$

Изменение полной механической энергии системы тел, между которыми действуют консервативные силы происходит только под действием внешних сил, действующих на тела данной системы

Закон сохранения механической энергии системы

Полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только консервативные силы (в системе отсутствуют диссипативные силы) остается постоянной.

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 0 \quad E = \text{const}$$

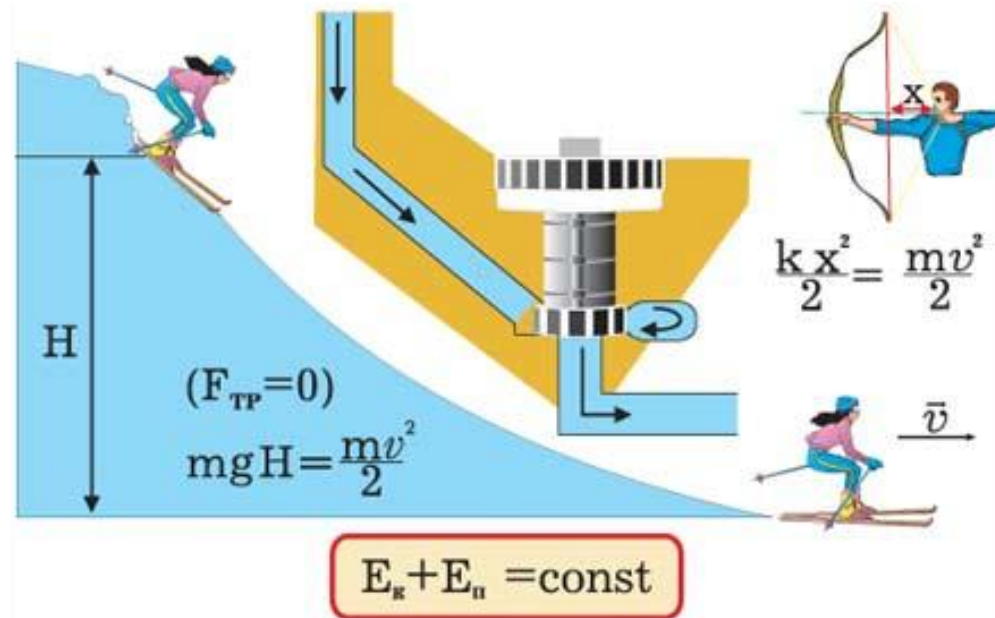
Если в замкнутой системе действуют неконсервативные силы (диссипативные), то:

$$\Delta E = A_{\text{дис.}}$$

Закон сохранения механической энергии системы

Энергия никогда не создается и не уничтожается, она может переходить только из одной формы в другую или обмениваться между отдельными частями материи.

Универсальный закон сохранения энергии (охватывает все типы энергии).



Столкновение двух частиц

1. Абсолютно неупругое столкновение

- в результате столкновения частицы слипаются и движутся как единое целое.

Происходит деформация, суммарная кинетическая энергия частиц меняется.

Столкновение двух частиц

1. Абсолютно упругое столкновение

- в результате столкновения внутренняя энергия системы не меняется, следовательно не меняется суммарная кинетическая энергия частиц.