

Задачи по планиметрии

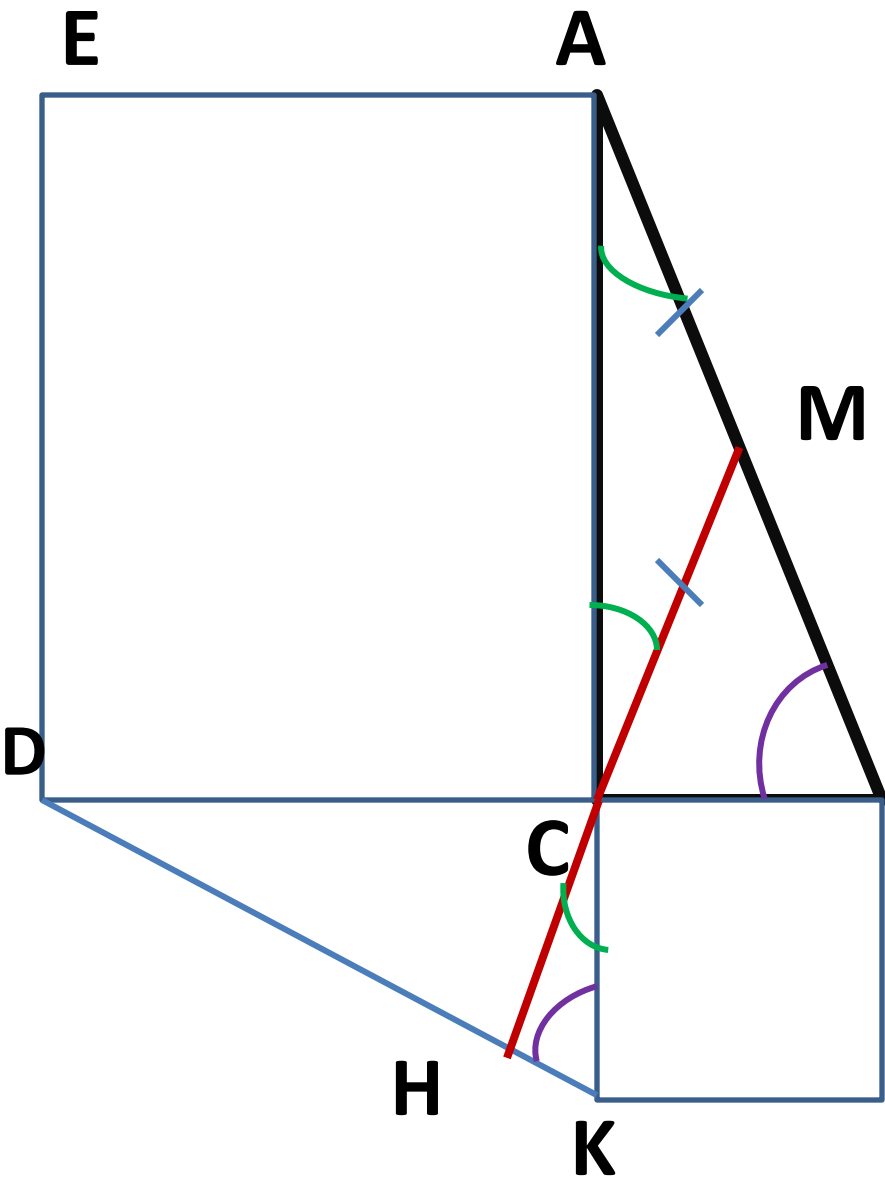
№ 16

Презентацию составила:
учитель МКОУ СШ № 2 г.Котельниково
Куницына А.В.

Задача №1

На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKS$. Точка M – середина гипотенузы AB , N – точка пересечения прямых CM и DK .

- а) Докажите, что $CM \perp DK$.
- б) Найдите MN , если известно, что катеты треугольника ABC равны 6 и 8.



a) $\triangle ACM$ -р/б

$$\Rightarrow \angle CAM = \angle ACM$$

$$\angle ACM = \angle HCK_{(\text{верт})}$$

$$\triangle ACB = \triangle DCK_{(\text{по 2}}$$

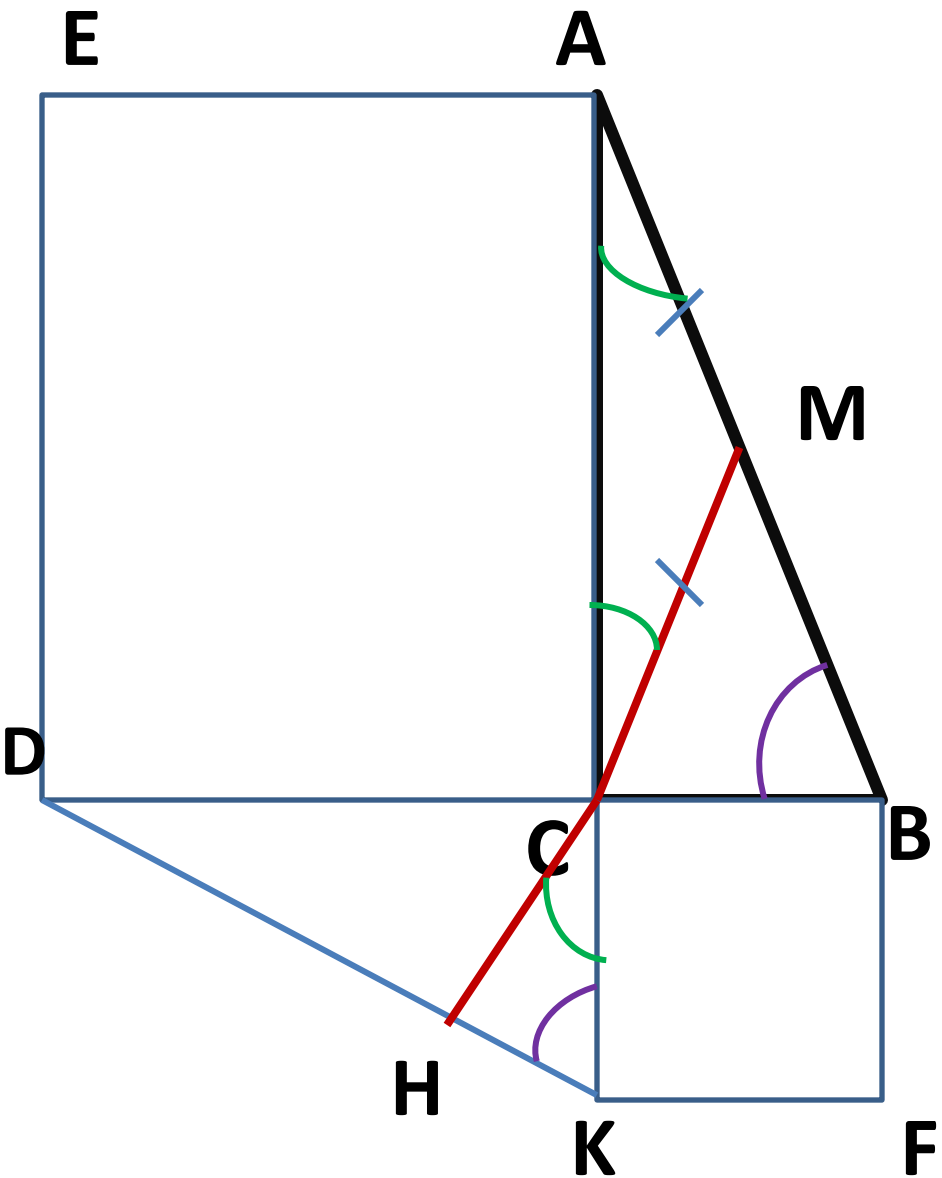
$$\text{катетам}) \Rightarrow \angle ABC = \angle DKC$$

$$\triangle ACB \sim \triangle CHK_{(1 \text{ пр})} \Rightarrow$$

$$\angle CHK = \angle ACB = 90^{\circ}$$

Т.к $\angle CHK = 90^{\circ}$, то

$$CM \perp DK$$



6) $MH = CM + CH$

$CM = \frac{1}{2}AB = 5$

$CH = \frac{DC \cdot CK}{DK} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8$

$MH = 9,8$

2 способ

$$C(0;0) \quad M(3;4)$$

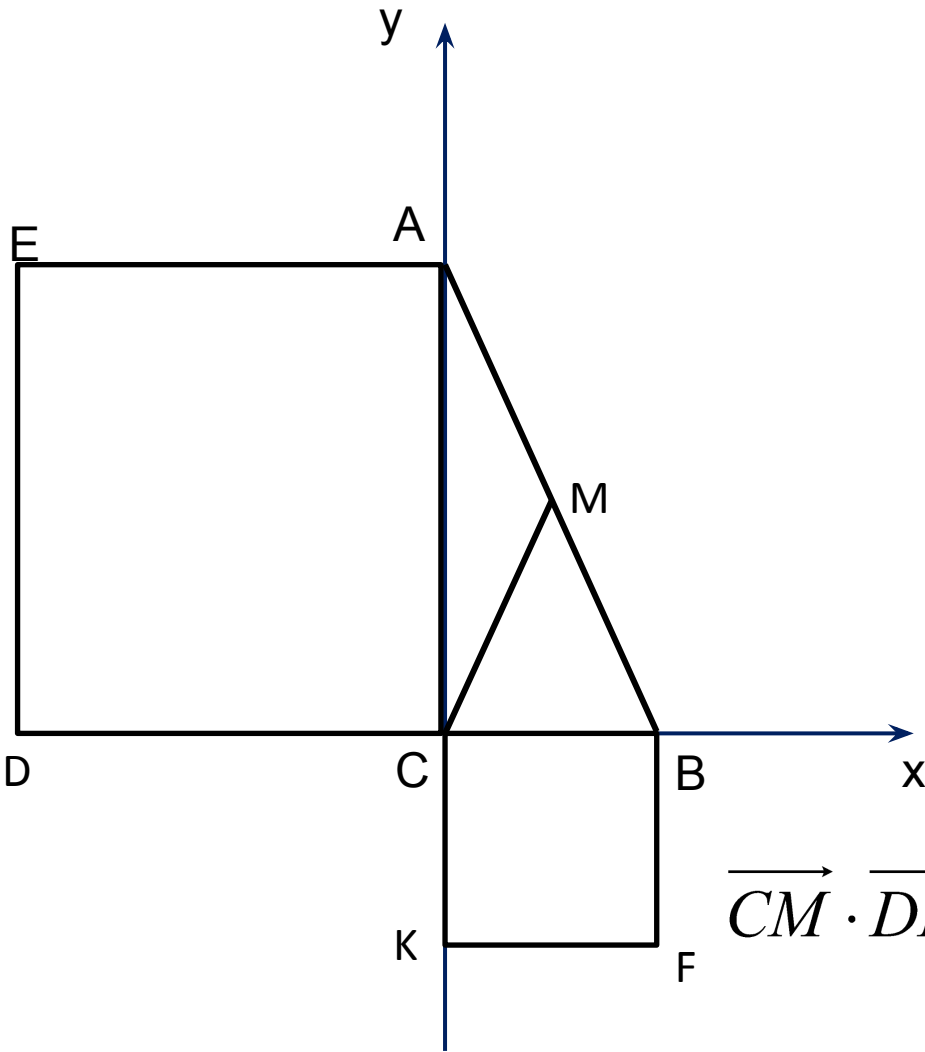
$$\overrightarrow{CM}(3;4)$$

$$D(-8;0), K(0;-6)$$

$$\overrightarrow{DK}\{8;-6\}$$

$$\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{DK} = 24 - 24 = 0$$

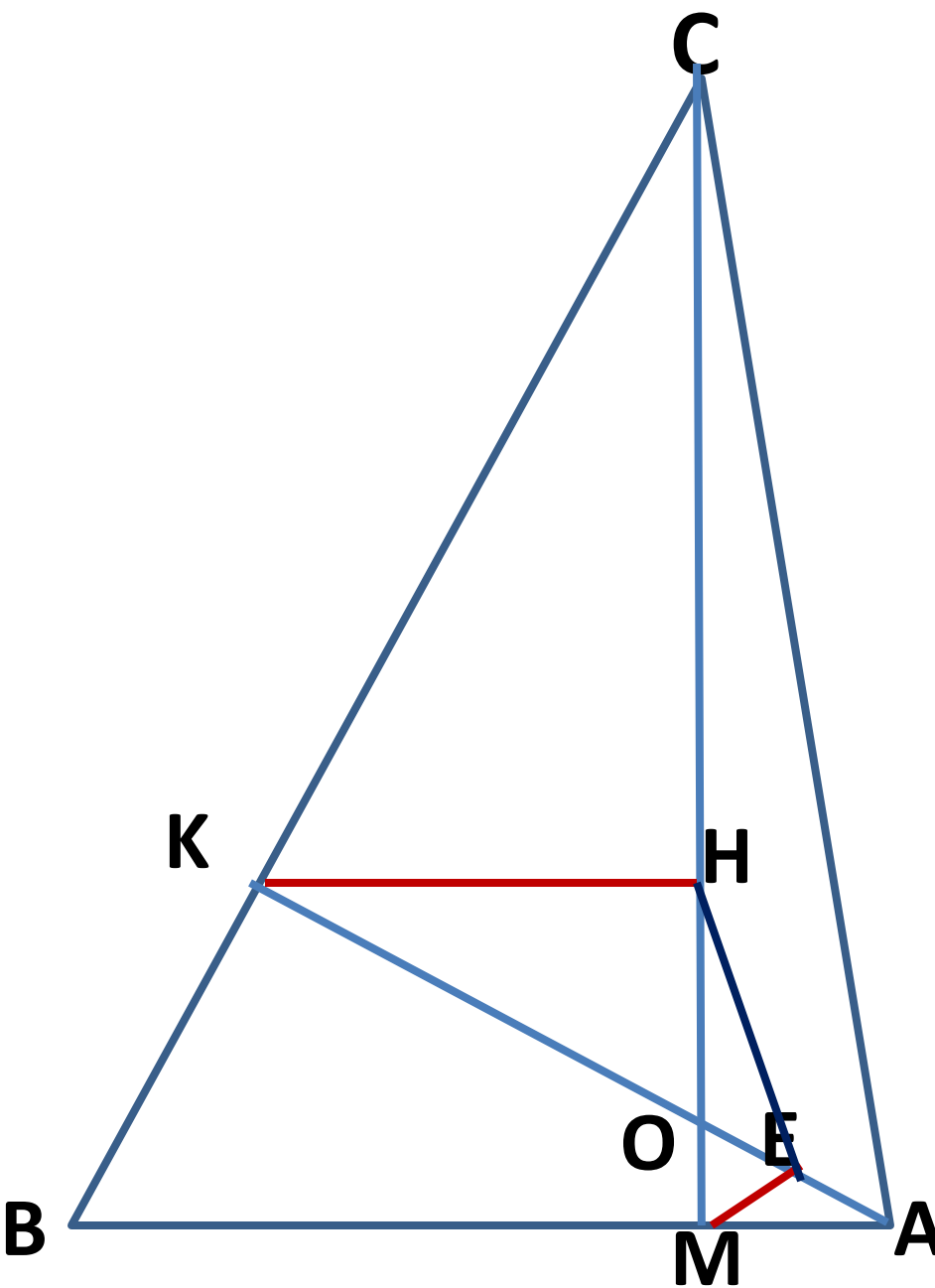
$$\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{DK} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{CM} \perp \overrightarrow{DK} \Rightarrow CM \perp DK$$



Задача №2

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

- а) Докажите, что EH и AC параллельны.
- б) Найдите отношение $EH:AC$, если $\angle ABC = 30^\circ$.

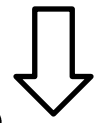


a) $\triangle KOH \sim \triangle MOE$ (1 пр) \Rightarrow

$$\frac{KO}{OM} = \frac{KH}{ME} = \frac{HO}{OE}$$

$\triangle KOC \sim \triangle MOA$ (1 пр) \Rightarrow

$$\frac{CO}{OA} = \frac{KC}{MA} = \frac{KO}{OM}$$



$$\frac{HO}{OE} = \frac{CO}{OA}$$

$\triangle HOE \sim \triangle COA$ (2 пр) \Rightarrow

$$\angle OCA = \angle OHE$$

$\angle OCA$ и $\angle OHE$ - соответ.,
то $HE \parallel AC$

б) Т.к. $\triangle HOE \sim \triangle COA$, то

$$\frac{EH}{AC} = \frac{OH}{OC}$$

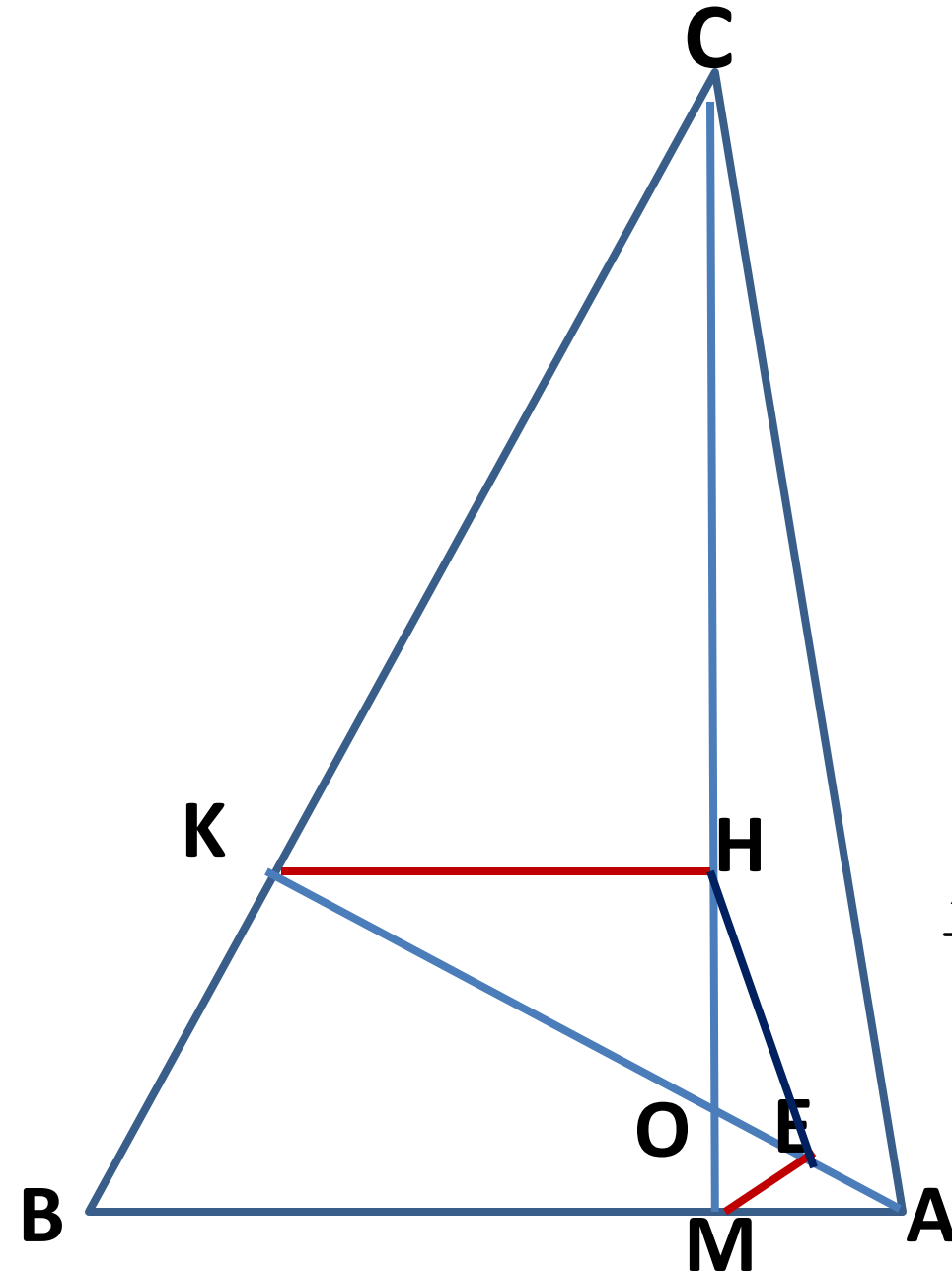
$$\angle CKH = \angle CAB = 30$$

$$CK = x, \text{ тогда } CH = \frac{1}{2}x$$

$$\angle KOC = 30 \Rightarrow CO = 2x$$

$$OH = 2x - \frac{1}{2}x = 1,5x$$

$$\frac{EH}{AC} = \frac{OH}{OC} = \frac{1,5x}{2x} = \frac{3}{4}$$



Задача №3

В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию AD . Из точки A на сторону CD опустили перпендикуляр AH . На стороне AB отмечена точка E так, что прямые CD и CE перпендикулярны.

- а) Докажите, что BH и ED параллельны.
- б) Найдите отношение $BH:ED$, если $\angle BCD = 135^\circ$.

Ka) $\triangle KBC \sim \triangle KAD$ (1 пр) \Rightarrow

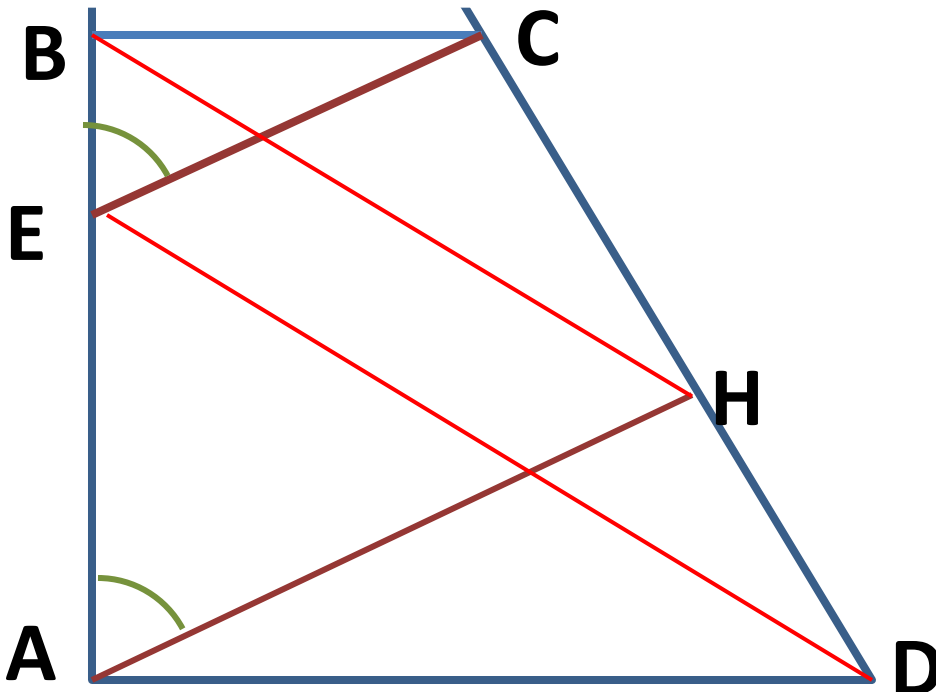
$$\frac{KB}{KA} = \frac{KC}{KD} = a$$

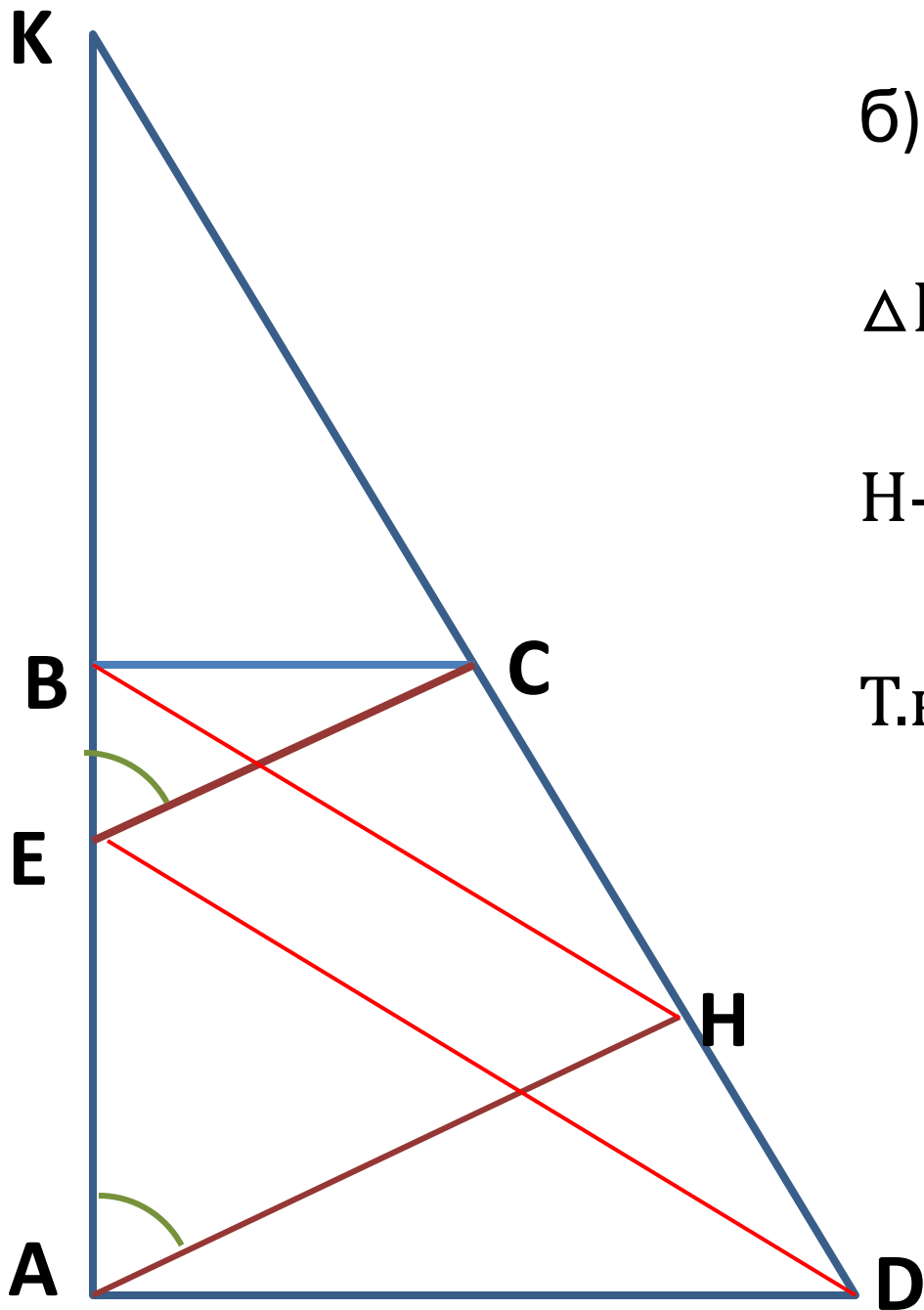
 $KB = a \cdot KA, KC = a \cdot KD$ $\triangle KEC \sim \triangle KAH$ (1 пр) \Rightarrow

$$\frac{KE}{KA} = \frac{KC}{KH} = b$$

 $KE = b \cdot KA, KC = b \cdot KH$

$$\frac{KB}{KE} = \frac{a \cdot KA}{b \cdot KA} = \frac{a}{b} \quad \frac{KH}{KD} = \frac{a}{b}$$

 $\triangle KBH \sim \triangle KDE$ (2 пр) \Rightarrow $\angle KHB = \angle KDE$, соотв., то $BH \parallel ED$ 



б) Т.к. $\angle BCD = 135^\circ$,
 $\angle CDA = 45^\circ$

$\triangle KAD$ – р/б, $AK = AD$, AH –
 высота $\Rightarrow AH$ – медиана

H – середина $KD \Rightarrow \frac{KH}{KD} = \frac{1}{2}$

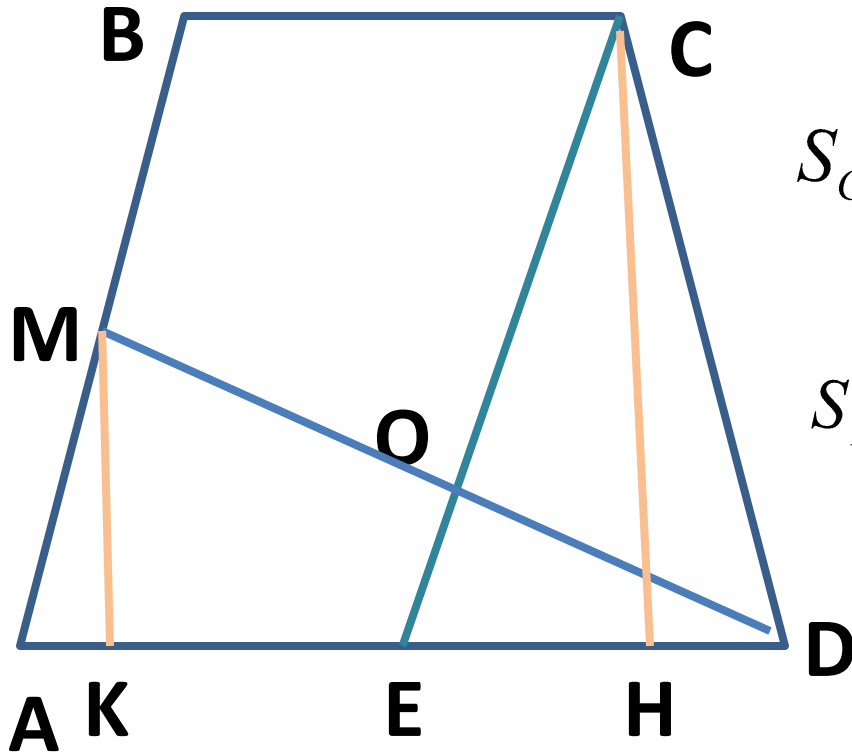
Т.к. $\triangle KBH \sim \triangle KED$, то

$$\frac{BH}{ED} = \frac{KH}{KD} = \frac{1}{2}$$

Задача №4

В трапеции $ABCD$ точка E – середина основания AD , точка M – середина боковой стороны AB . Отрезки CE и DM пересекаются в точке O .

- а) Докажите, что площади четырехугольника $AMOE$ и треугольника COB равны.
- б) Найдите какую часть площадь четырехугольника $AMOE$ составляет от площади трапеции $ABCD$, если $BC=3$, $AD=4$.



$$a) S_{AMOE} = S_{AMD} - S_{OED}$$

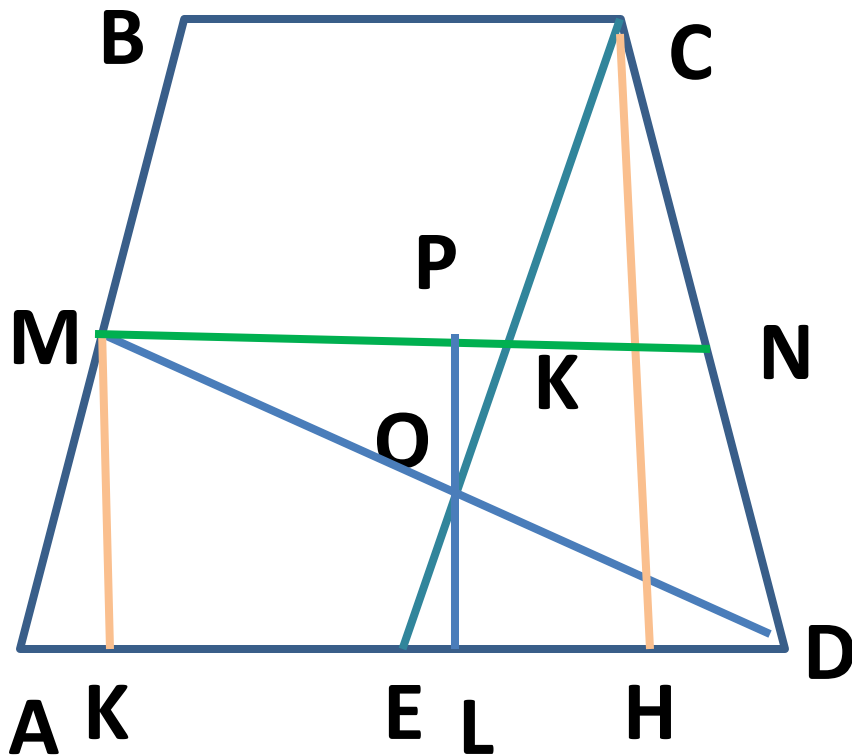
$$S_{COD} = S_{CED} - S_{OED}$$

$$S_{CED} = \frac{1}{2} \cdot ED \cdot CH = \frac{1}{4} \cdot AD \cdot CH$$

$$S_{AMD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot MK = \frac{1}{4} \cdot AD \cdot CH$$

$$S_{AMOE} = S_{COD}$$

$$S_{ABCD} = \frac{4+3}{2} \cdot h = \frac{7}{2} \cdot h$$



б) Пусть $CH=h$

$$S_{AMD} = \frac{4}{4} \cdot h = h$$

$$MN=3,5 \quad KN=1 \quad MK=2,5$$

$\triangle MOK \sim \triangle DOE$ (1 пр) \Rightarrow

$$\frac{OP}{OL} = \frac{MK}{ED} = \frac{2,5}{2} = \frac{5}{4}$$

$$OL = \frac{4}{9} PL = \frac{2}{9} \cdot h$$

$$S_{OED} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{9} h = \frac{2}{9} \cdot h$$

$$S_{AMOE} = h - \frac{2}{9} \cdot h = \frac{7}{9} \cdot h$$

$$\frac{S_{AMOE}}{S_{ABCD}} = \frac{7h}{9} : \frac{7h}{2} = \frac{2}{9}$$

Задача № 5

Один из двух отрезков, соединяющих середины противоположных сторон четырехугольника делит его площадь пополам, а другой в отношении 11:17.

- а) Докажите, что четырехугольник – трапеция.
- б) Найдите отношение оснований трапеции.

$$a) S_{ABMN} = S_{MNDC}$$

$\triangle AMD$, MN - медиана \Rightarrow

$$S_{AMN} = S_{MND}$$

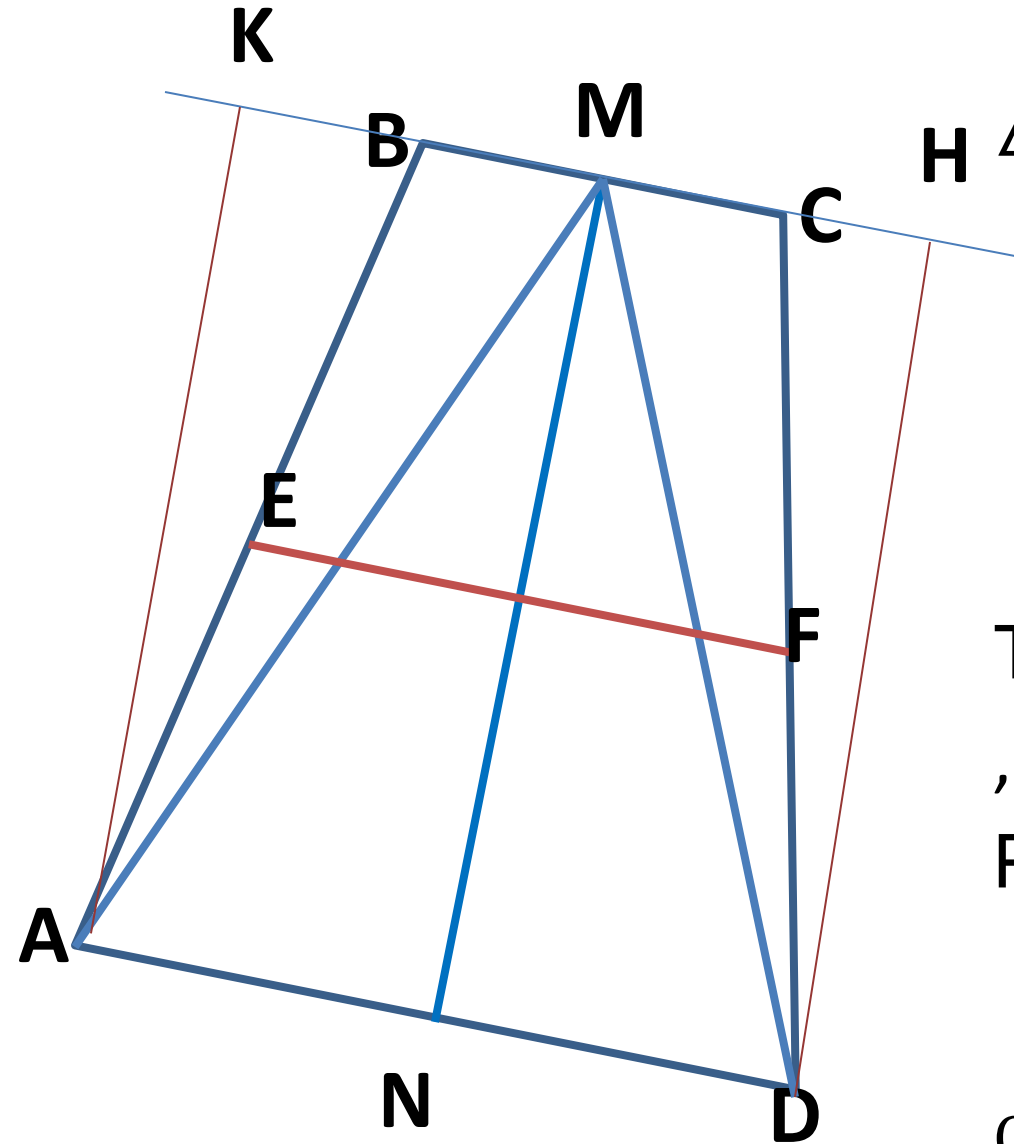


$$S_{AMB} = S_{MCD}$$

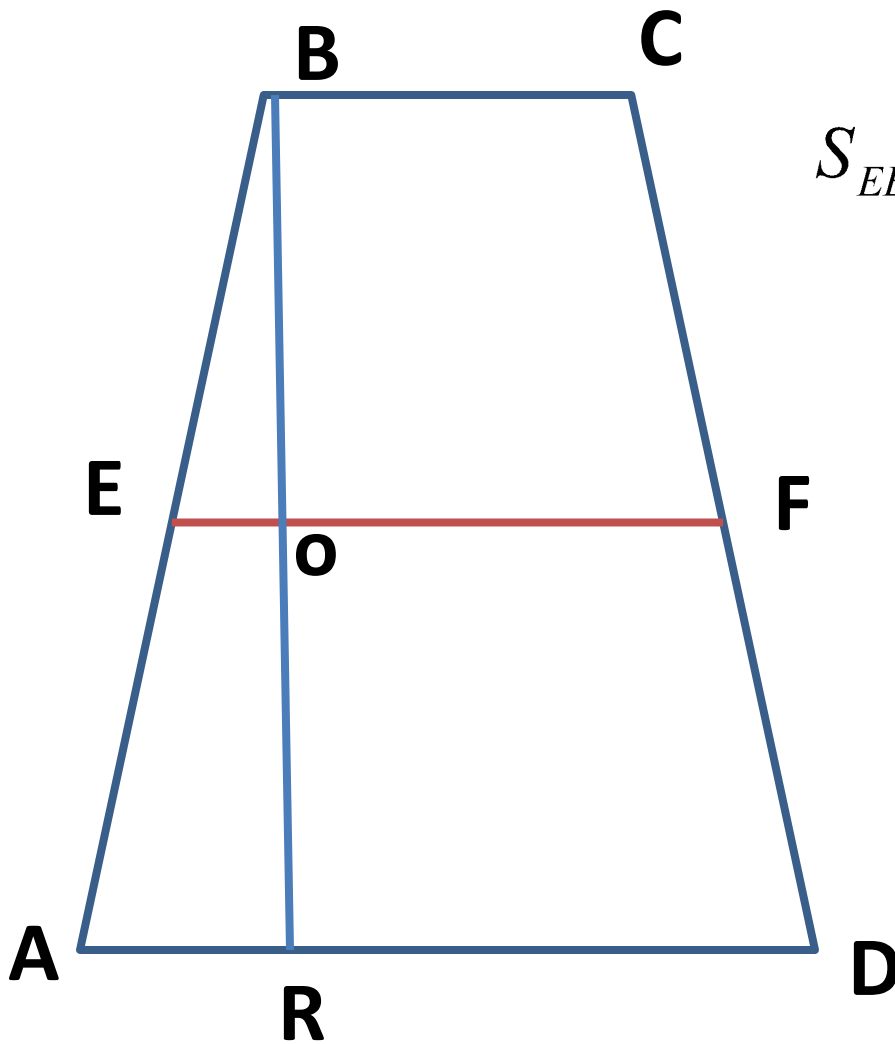
Т.к. $BM=MC$ и $S_{AMB} = S_{MCD}$
 , то $DH=AK$

Расстояние от точек A и
 D до прямой BC
 равны, то $AD \parallel BC$

Стороны AB и CD не
 параллельны



$$\text{б) } BO = OR = \frac{1}{2} \cdot BR = \frac{1}{2}h$$



$$S_{EBCF} = \frac{a + \frac{a+b}{2}}{2} \cdot \frac{h}{2} = \frac{3a+b}{8} \cdot h$$

$$S_{EFDA} = \frac{3b+a}{8} \cdot h$$

$$\frac{3a+b}{3b+a} = \frac{11}{17}$$

$$51a + 17b = 33b + 11a$$

$$\frac{a}{b} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$