

Кинематика точки

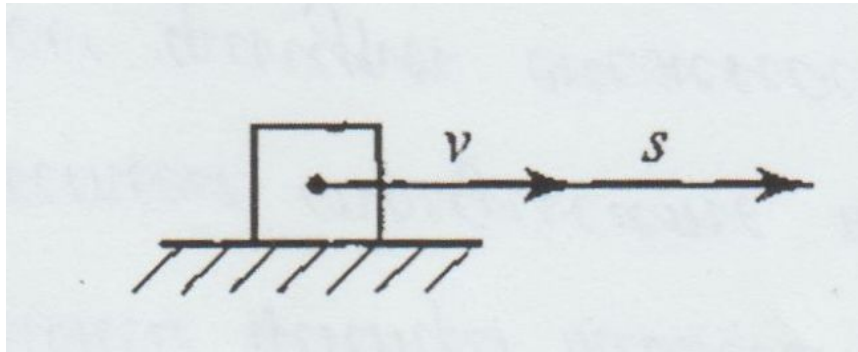
Цель: Определить основные понятия кинематики и изучить методы расчета и построения материальной точки в плоскости

Основной задачей кинематики является изучение общих законов движения материальных точек и твердых тел без учета причин, их вызывающих. Кинематика отвечает на вопрос: как движется тело.

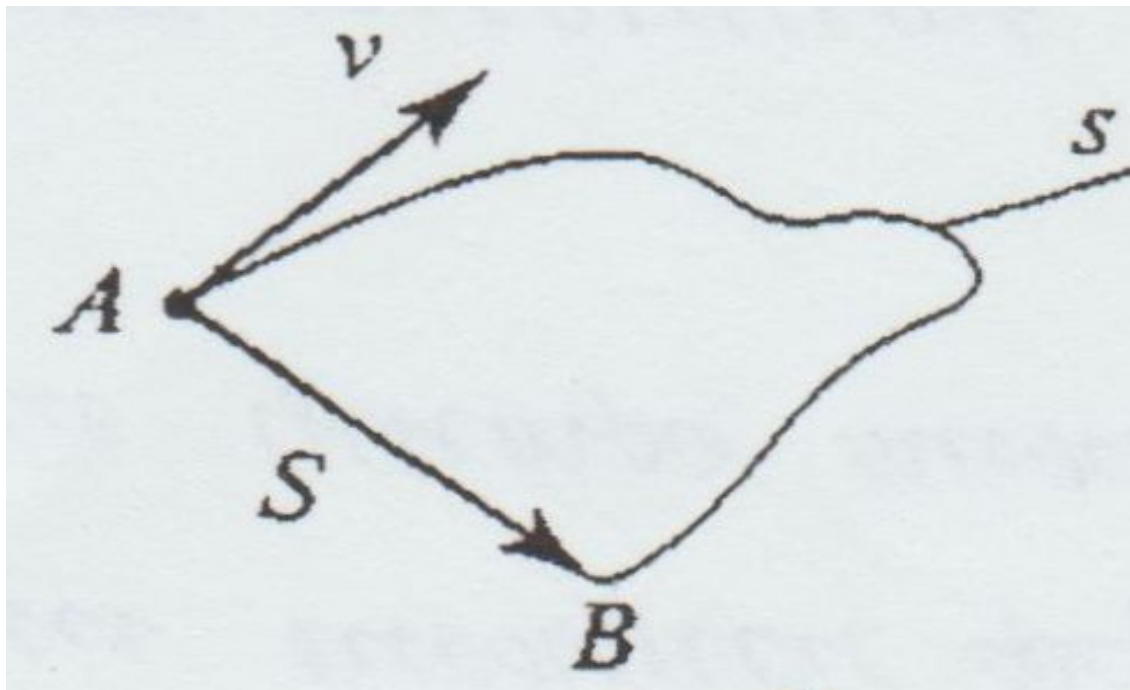
Механическое движение — это изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

Любое механическое движение характеризуется следующими параметрами:

- 1. Траектория движения — это линия, которую описывает точка во время своего движения. В зависимости от траектории движение может быть *прямолинейным* и *криволинейным*.**
- 2. Путь s — это расстояние, пройденное телом вдоль линии траектории .**



3. Перемещение S — это направленный отрезок прямой, соединяющий начальное и конечное положение тела.



Скорость v — это величина, характеризующая быстроту изменения пройденного пути за единицу времени:

$$v = \frac{ds}{dt}, \text{ м / с}, \quad v_{cp} = \frac{s}{t}.$$

Вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории.

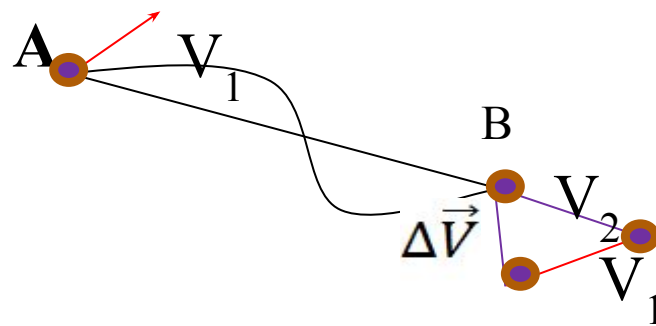
Равномерным называется движение -с неизменной скоростью.
Если движение не равномерное, то вводится понятие ускорения.

Ускорение – физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению.

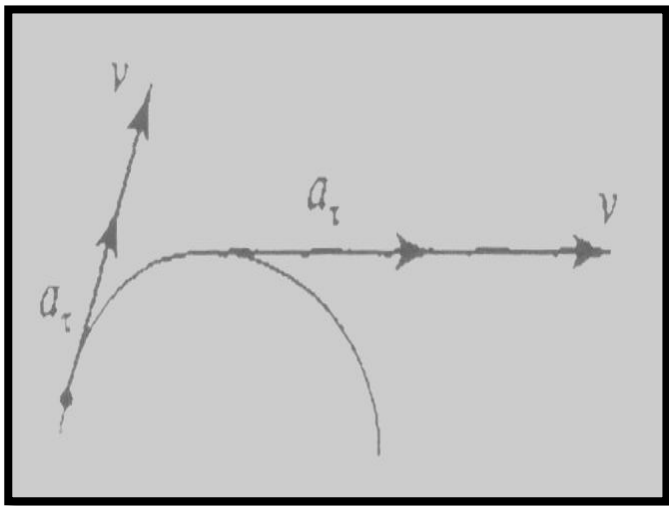
Пусть материальная точка переместилась за малый промежуток времени Δt из точки “А”, где она имела скорость V_1 , в точку “В”, где она имеет скорость V_2 .

Изменение скорости движения точки есть вектор ΔV , равный разности векторов конечной и начальной скоростей.

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$$



5) Касательное ускорение a_τ — это величина, которая характеризует *быстроту изменения величины скорости за единицу времени*:



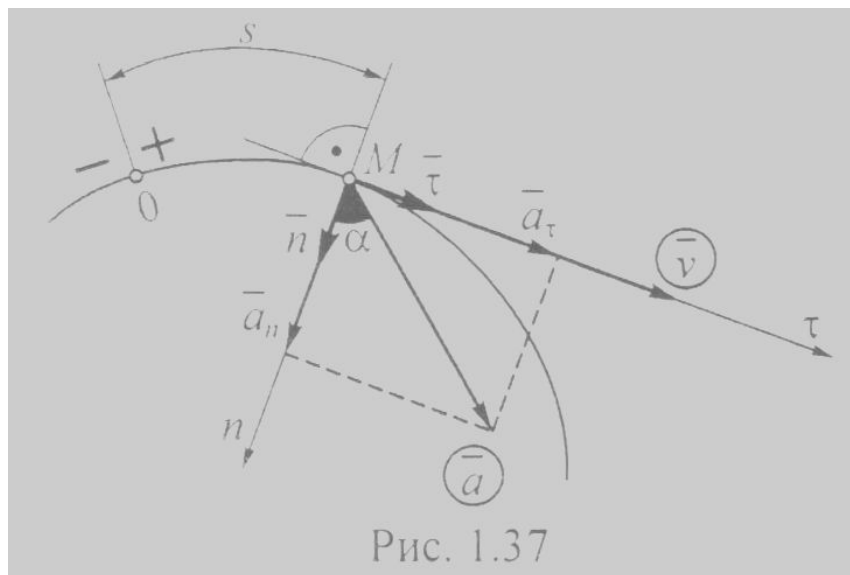
$$a_\tau = \frac{dv}{dt}, \text{ м/с}^2, a_\tau = \frac{v - v_0}{t}.$$

Касательное ускорение всегда направлено по линии вектора скорости

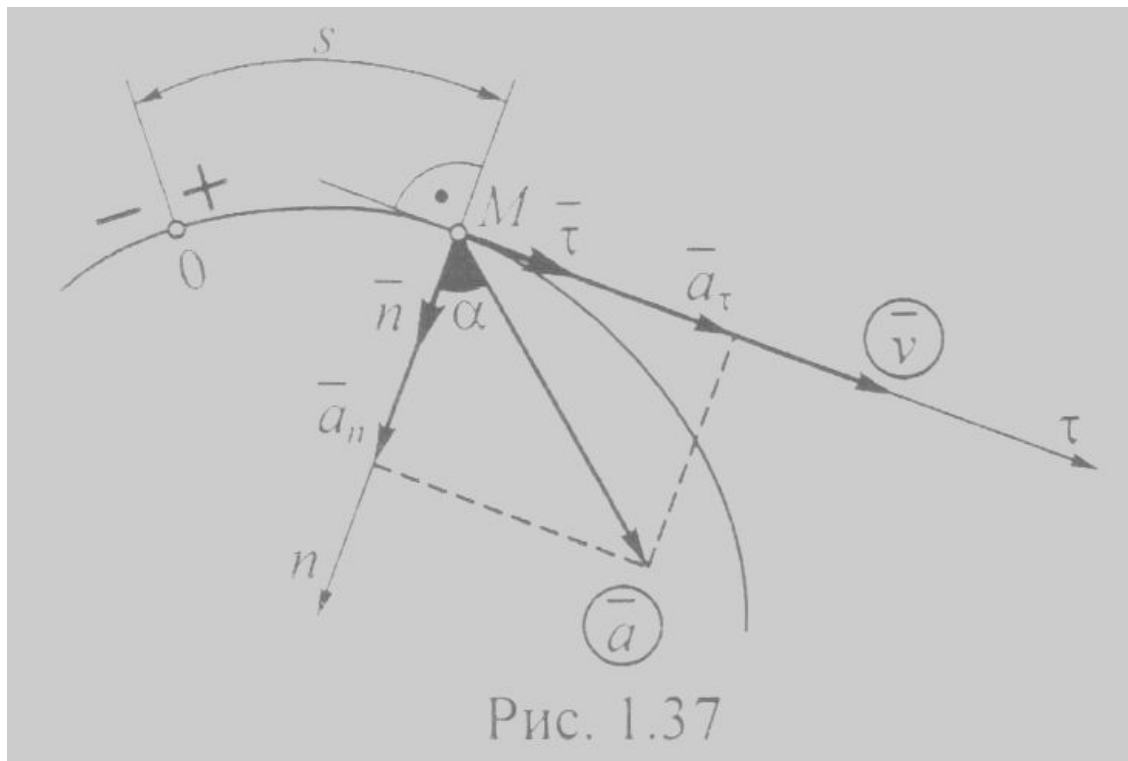
6. **Нормальное ускорение** a_n — это величина, которая характеризует *изменение направления вектора скорости*:

$$a_n = v^2 / r, \quad \text{где } r \text{ — радиус кривизны траектории.}$$

Нормальное ускорение всегда направлено по радиусу к центру кривизны траектории. (рис. 1.37).



7. Полное ускорение $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$.

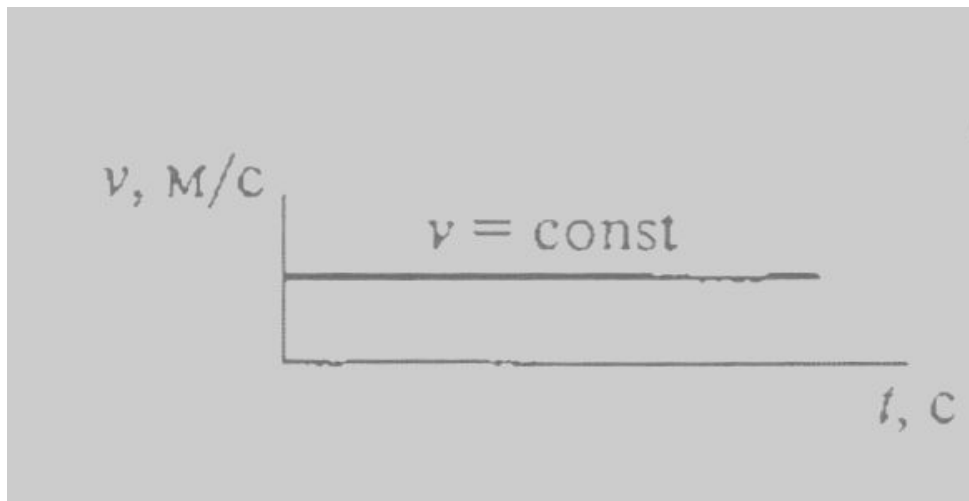


Виды движения точки в зависимости от ускорения:

- 1) *равномерное — это движение точки с постоянной по величине скоростью. Характеризуется следующими величинами:*

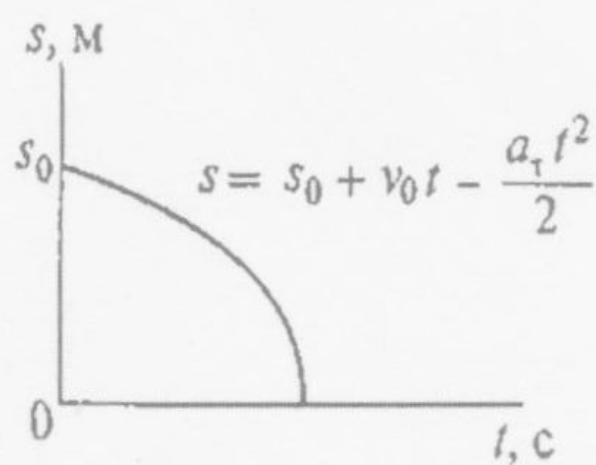
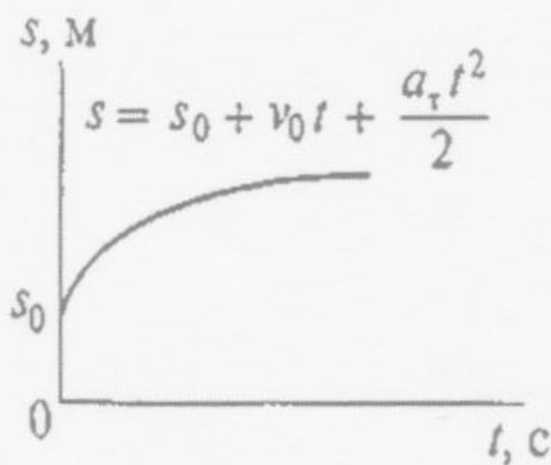
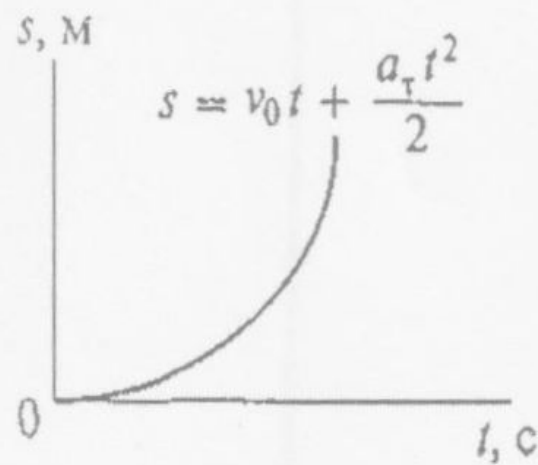
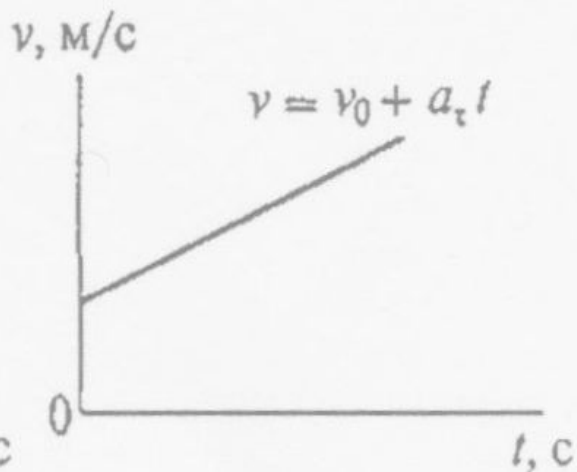
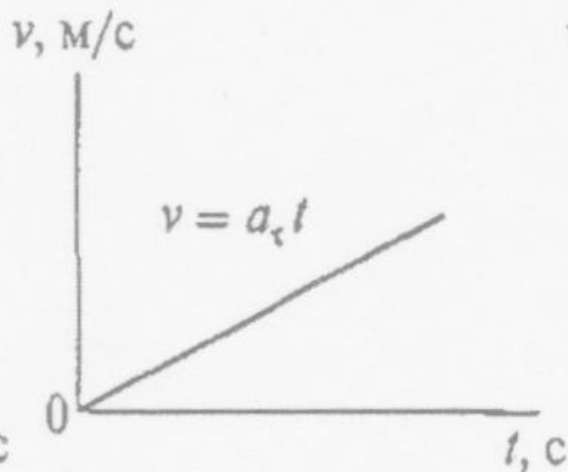
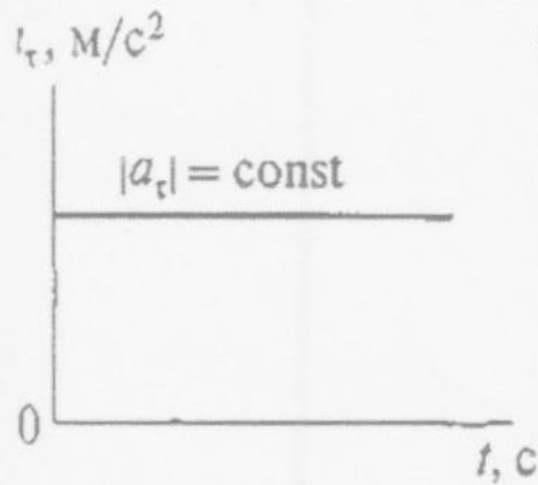
$$\mathbf{v} = \mathbf{s}/t = \mathbf{const}; \quad \mathbf{s} = \mathbf{vt}; \quad \mathbf{a}_r = 0; \quad \mathbf{a}_r = \mathbf{v}^2/r.$$

Равномерное движение можно изобразить графически



2) *равнопеременное, равноускоренное, равнозамедленное* — это движение точки с постоянным касательным ускорением. Характеризуется следующими величинами (рис. 1.39):

$$|a_\tau| = \text{const}; \quad a_\tau = \frac{v - v_0}{t}; \quad a_n = v^2 / r; \quad v = v_0 + a_\tau t; \quad s = v_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2}; \quad s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_\tau}$$



Задача 1

По заданным уравнениям движения точки M : $x = 3t$ (см); $y = 2t^2$ (см) установить вид ее траектории и для момента времени $t = 1$ (с)

Найти положение точки на траектории, ее скорость и полное ускорения.

Исходные данные: $x = 3t$ (см); $y = 2t^2$ (см); $t = 1$ (с).

Найти: U - ?; α - ?

Решение

1. Определим скорость точки

$$\begin{aligned} \text{а) } U_x &= \frac{dx}{dt} = (3t)' = 3 \text{ м/с} & \text{б) } U_y &= \frac{dy}{dt} = (2t^2)' = 4t \\ & & U_y &= (t = 1 \text{ с.}) = 4 * 1 = 4 \text{ м/с} \end{aligned}$$

$$\text{в) } U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ м/с}$$

2. Определим ускорение точки

а)
$$\alpha_x = \frac{dU_x}{dt} = (3)' = 0 \text{ м/с}^2$$

б)
$$\alpha_y = \frac{dU_y}{dt} = (4t)' = 4 \text{ м/с}^2$$

в)
$$\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2} = \sqrt{0^2 + 4^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ м/с}^2$$

3. Определим траекторию движения точки. Исключим параметр t из уравнения.

$$x = 3t \quad \longrightarrow \quad t = x/3$$

$$y = 2t^2 \quad \longrightarrow \quad y = \frac{2x^2}{9}$$

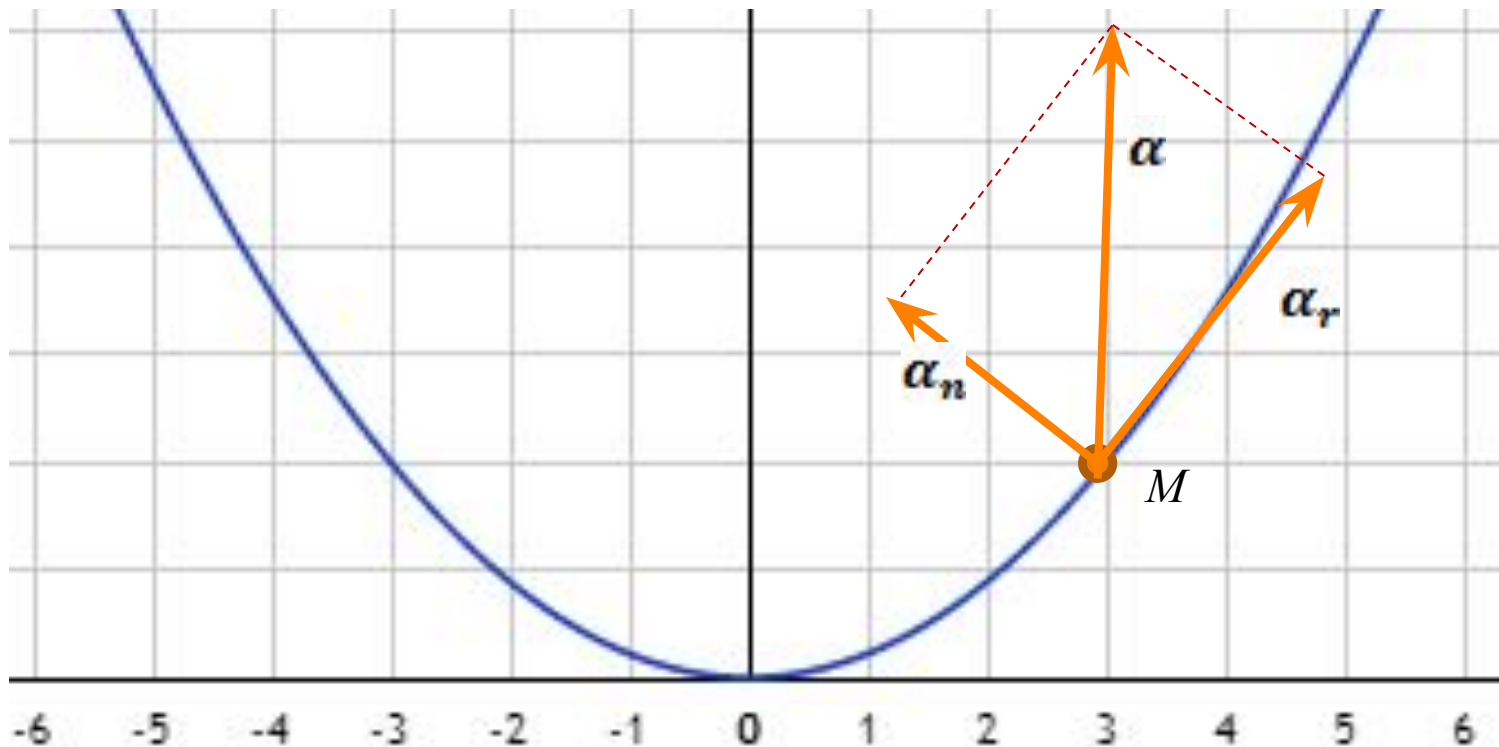
Парабола, симметричная относительно оси Y

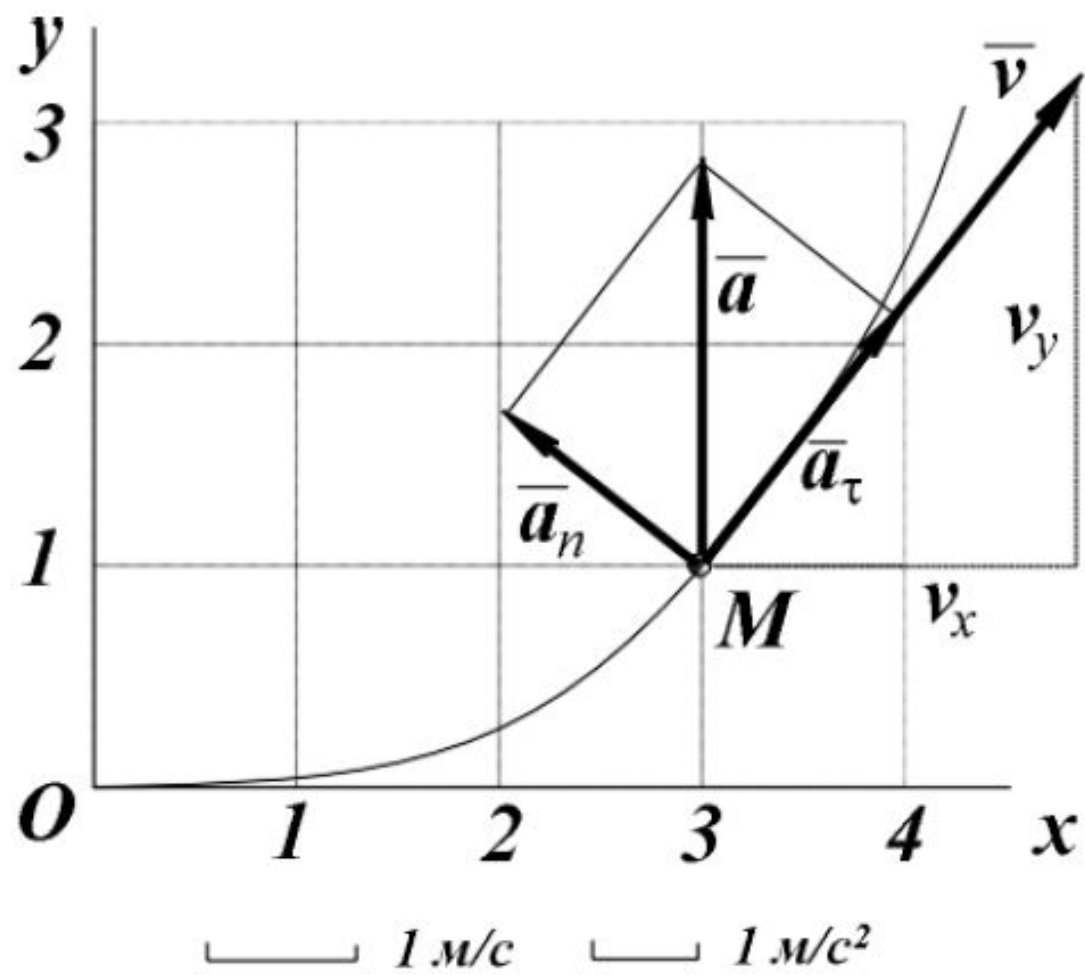
4. Определим координаты пересечения параболы с осью X

$$0 = \frac{2x^2}{9} \quad \longrightarrow \quad 0$$

Положение точки M на траектории в заданный момент времени $t = 1$ (с) находим путем вычисления ее координат:

$$x(t_1) = 3 * 1 = 3 \text{ (см)}; \quad y(t_1) = 2 * 1^2 = 2 \text{ (см)}.$$





Домашнее задание

Задание 1.1.

$N_{\text{о}}$	$x = x(t), \text{ см}$	$y = y(t), \text{ см}$	$t_1, \text{ с}$
1	$3t$	$3t^2 - 2$	1
2	$(2t - 3)^2$	$4t$	0.5
3	$-3t$	$6t^2 + 3$	0.5
4	$-2t^2 + 3$	$3t$	1
5	$3t$	$-5t^2 + 2$	1

Практика

$N\bar{o}$	$x = x(t), \text{ см}$	$y = y(t), \text{ см}$	$t_1, \text{ с}$
1	$2t^2 - 4$	$- 2t$	0.5
2	$- 3t$	$- 6t^2 + 1$	0.5
3	$- 4t^2 + 1$	$- 3t$	1
4	$2t$	$6t^2 - 4$	1
5	$- 2t$	$4t^2 - 1$	0.5