

---

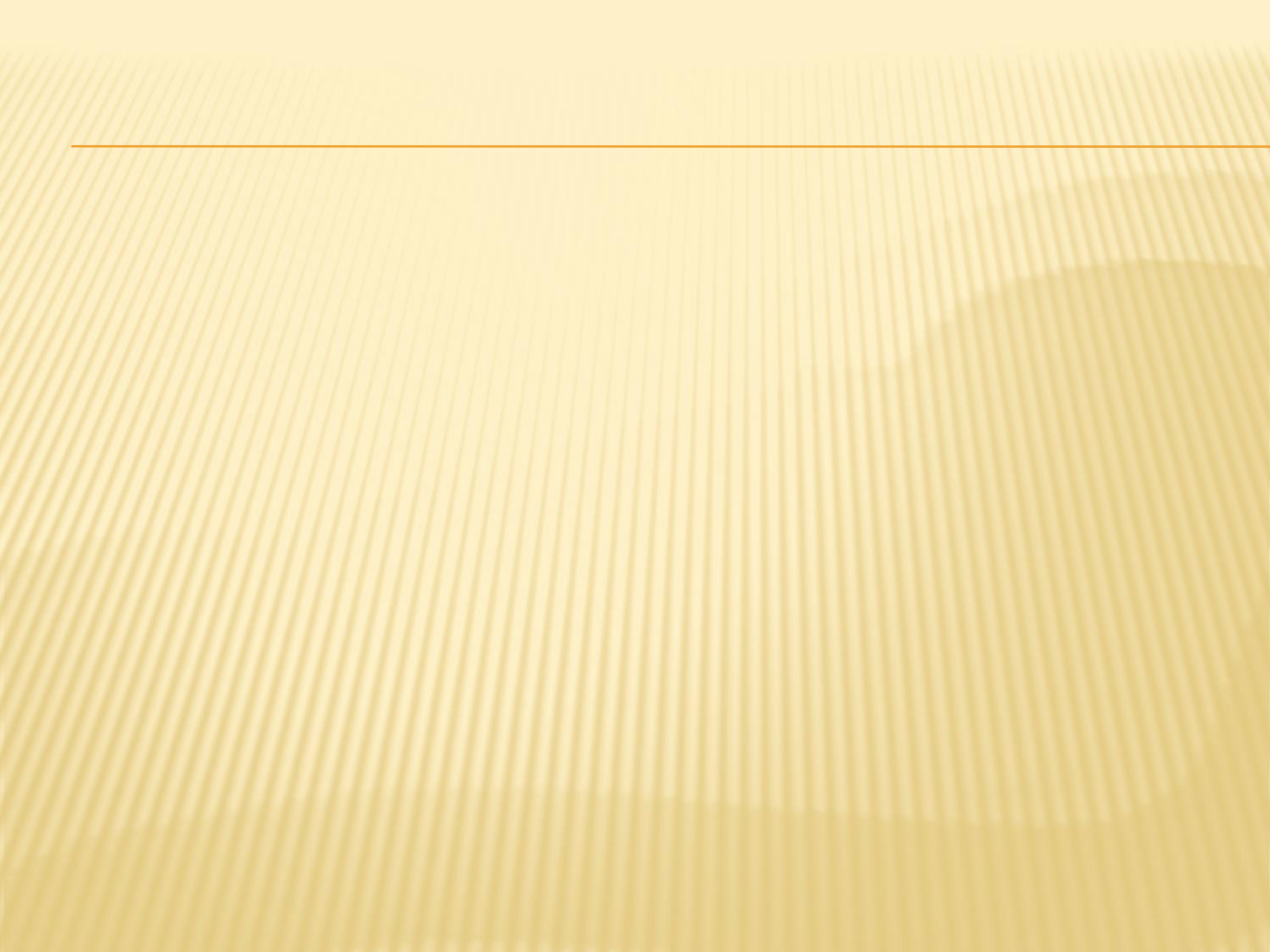
**Линейные неравенства**

**Квадратные неравенства**

# Линейные неравенства

(8 класс)

---



---

# Неравенства бывают:

линейные

квадратные

рациональные

иррациональные

# ВСПОМНИМ:

Аналитическая модель	Геометрическая модель	Обозначение	Название числовых промежутков
$x > a$		$(a ; + \infty)$	открытый луч
$x \geq a$		$[a ; + \infty)$	луч
$x < b$		$(- \infty ; b)$	открытый луч
$x \leq b$		$(- \infty ; b]$	луч
$a < x < b$		$(a ; b)$	интервал
$a \leq x \leq b$		$[a ; b]$	отрезок
$a \leq x < b$		$[a ; b)$	полуинтервал

# ИЗОБРАЗИТЕ НА КООРДИНАТНОЙ ПРЯМОЙ ПРОМЕЖУТОК

(РАБОТАЕМ В ПАРАХ):

1)  $[-2;4]$

2)  $(-3;3)$

3)  $(3;+\infty)$

4)  $(-\infty;4]$

5)  $(-5;+\infty)$

6)  $(0;7]$

а)  $x \geq 2$

в)  $x \leq 3$

с)  $x > 8$

д)  $x < 5$

е)  $-4 < x < 7$

ж)  $-2 \leq x < 6$

# ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

## Определения:

- 1) Запись вида  $a > b$ ;  $a \geq b$  или  $a < b$ ;  $a \leq b$  называется ***неравенством***
- 2) Неравенства вида  $a \geq b$ ,  $a \leq b$  называются ***нестрогими***.
- 3) Неравенства вида  $a > b$ ,  $a < b$  называются ***строгими***
- 4) Решением неравенства с одной переменной называется то значение переменной, которое обращает его в **верное числовое неравенство**

# ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

---

## Правила:

- 1) Любой член неравенства можно переносить из одной части неравенства в другую, изменив его знак на противоположный, при этом **знак неравенства не изменится.**



# ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

## Правила:

2) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и тоже положительное число, при этом знак неравенства не изменится.

# ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

## Правила:

3) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, при этом знак неравенства изменится на противоположный.

# РЕШИМ НЕРАВЕНСТВО: $16x > 13x + 45$

## Решение:

$$16x - 13x > 45$$

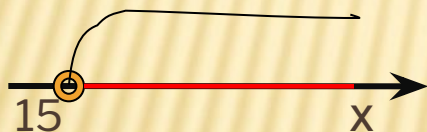
*слагаемое  $13x$  с противоположным знаком перенесли в левую часть неравенства*

$$3x > 45$$

*привели подобные слагаемые*

$$x > 15$$

*поделили обе части неравенства на 3*



Ответ:  $(15; +\infty)$

## РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО:

$$2x + 4 \geq 6,$$

$$2x \geq -4 + 6,$$

$$2x \geq 2,$$

$$x \geq 1.$$



**Ответ:  $[1; +\infty)$ .**

## РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВА В ПАРАХ:

1)  $x+2 \geq 2,5x-1;$

2)  $x-0,25(x+4)+0,5(3x-1) > 3;$

3)  $x^2+x < x(x-5)+2;$

# ПРОВЕРИМ:

1)  $x+2 \geq 2,5x-1$

Решение:

$$x-2,5x \geq -2-1$$

$$-1,5x \geq -3$$

$$x \leq 2$$



2)  $x^2+x < x(x-5)+2$

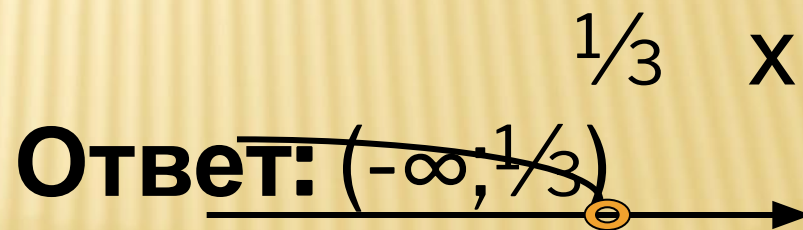
Решение:

$$x^2+x < x^2-5x+2$$

$$\underline{x^2} + x - \underline{x^2} + 5x < 2$$

$$6x < 2$$

$$x < 1/3$$



# САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ПО ВАРИАНТАМ: РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВА

## Вариант 1.

1)  $3x \leq 21$

2)  $-5x < 35$

3)  $3x + 6 \leq 3$

4)  $2 - 6x > 14$

5)  $3 - 9x \leq 1 - x$

6)  $5(x + 4) < 2(4x - 5)$

## Вариант 2.

1)  $2x \geq 18$

2)  $-4x > 16$

3)  $5x + 11 \geq 1$

4)  $3 - 2x < -1$

5)  $17x - 2 \leq 12x - 1$

6)  $3(3x - 1) > 2(5x - 7)$

# ПРОВЕРИМ ОТВЕТЫ:

## Вариант 1.

- 1)  $(-\infty; 7]$
- 2)  $(7; \infty)$
- 3)  $(-\infty; -1]$
- 4)  $(-\infty; -2)$
- 5)  $[0,25; \infty)$
- 6)  $(10; \infty)$

## Вариант 2.

- 1)  $[9; \infty)$
- 2)  $(-\infty; -4)$
- 3)  $[-2; \infty)$
- 4)  $(2; \infty)$
- 5)  $(-\infty; 0,5]$
- 6)  $(-\infty; 9)$



# САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Найдите наименьшее целое число,  
являющееся решением неравенства:

1)  $2(x-3)-1-3(x-2)-4(x+1) < 0;$

2)  $0,2(2x+2)-0,5(x-1) < 2$

# ПРОВЕРИМ:

1)

$$\underline{2(x-3)-1-3(x-2)-4(x+1)} \\ < \underline{0}$$

$$\underline{2x} - 6 - 1 - \underline{3x} + 6 - \underline{4x} - 4 < 0$$

$$-5x < 5$$

$$x > -1$$



Ответ: 0

2)

$$\underline{0,2(2x+2)-0,5(x-1)} < \underline{2}$$
$$\underline{0,4x} + 0,4 - \underline{0,5x} + 0,5 \\ < 2$$

$$-0,1x < -0,9 + 2$$

$$-0,1x < +1,1$$

$$x > 11$$



Ответ: 12

## РЕШАЕМ САМИ:

Найдите наименьшее натуральное число,  
являющееся решением неравенства  
 $3x - 3 < x + 4$

Решение:  $3x - x < 3 + 4$   
 $2x < 7$   
 $x < 3,5$



Ответ: 1

# **КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА**

---

# КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Определение: **Квадратным** называется неравенство, левая часть которого – **квадратный трёхчлен**, а правая часть равна **нулю**:

$$ax^2+bx+c>0$$

$$ax^2+bx+c\geq 0$$

$$ax^2+bx+c<0$$

$$ax^2+bx+c\leq 0$$

**Решением неравенства** с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство

**Решить неравенство** – это значит найти все его решения или установить, что их нет.

# ЯВЛЯЮТСЯ ЛИ СЛЕДУЮЩИЕ НЕРАВЕНСТВА КВАДРАТНЫМИ?

А)  $4y^2 - 5y + 7 > 0$

Б)  $2x - 4 > 0$

В)  $4x^2 - 2x \geq 0$

Г)  $3y - 5y^2 + 7 < 0$

Д)  $4 - 6x + 5x^2 \leq 0$

Е)  $5y^4 + 3y - 6 < 0$

# ОСНОВНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ:

**Метод интервалов**

**Графический метод**



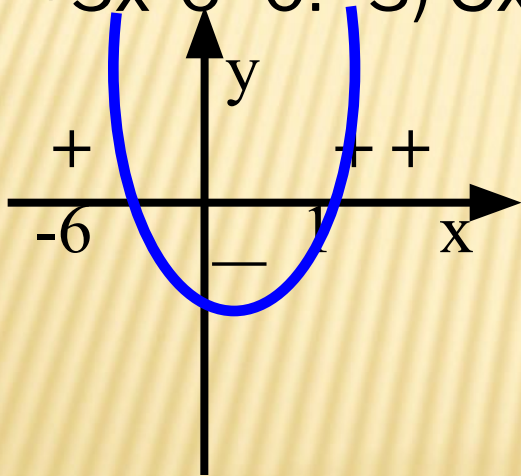
# ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ КВАДРАТНОГО НЕРАВЕНСТВА:

- 1) Определить направление ветвей параболы, по знаку первого коэффициента квадратичной функции.**
- 2) Найти корни соответствующего квадратного уравнения;**
- 3) Построить эскиз графика и по нему определить промежутки, на которых квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения.**

## НАПРИМЕР:

Решить графически неравенство  
 $x^2+5x-6 \leq 0$

Решение: 1) Рассмотрим ф-цию:  $y = x^2+5x-6$ , это квадратичная функция, графиком является парабола, т.к.  $a=1$ , то ветви направлены вверх.  
2) Нули ф-ции, решаем квадратное уравнение  $x^2+5x-6=0$ . 3) Схематично изображаем параболу.



Ответ:  $[-6;1]$

# РЕШИТЕ ГРАФИЧЕСКИ НЕРАВЕНСТВА

В ПАРАХ:

1)  $x^2 - 3x < 0;$

2)  $x^2 - 4x > 0;$

3)  $x^2 + 2x \geq 0;$

4)  $-2x^2 + x + 1 \leq 0$

Проверим ответы:

1)  $(0; 3)$

2)  $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

3)  $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$

4)  $(-\infty; -0,5] \cup [1; +\infty)$

# ИСТОЧНИКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

---



<http://www.istina.org/Video/Glbs.JPG>



<http://www.ufps.kamchatka.ru/uploads/news/school/Colorful%20notebooks%20and%20pen.jpg>



<http://88.198.21.149/images/photoframes/2010/6/02/17/55/ZkYjfVBHuYRh97SNf65.jpg>

<http://psychology.careeredublogs.com/files/2010/02/school.jpg>

# ЗАПОМНИМ:

Чтобы решить квадратное неравенство  $ax^2+bx+c > 0$  методом интервалов надо:

- 1) Найти корни соответствующего квадратного уравнения  $ax^2+bx+c = 0$ ;
- 2) Корни уравнения нанести на числовую ось;
- 3) Разделить числовую ось на **интервалы**;
- 3) Определить знаки функции в каждом из интервалов;
- 4) Выбрать подходящие интервалы и записать ответ.

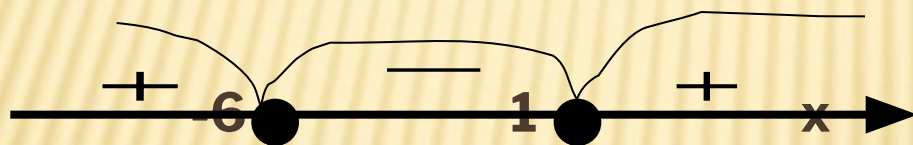
# РЕШИМ КВАДРАТНОЕ НЕРАВЕНСТВО МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ:

Дано неравенство:  $x^2 + x - 6 \geq 0$

Решение: 1) решим соответствующее  
квадратное уравнение  $x^2 + 5x - 6 = 0$ .

Т.к.  $a+b+c=0$ , то  $x_1 = 1$ , а  $x_2 = -6$

2)



3) Запишем ответ:

$$(-\infty; -6] \cup [1; +\infty)$$

# РАБОТАЕМ В ПАРАХ:

**Решить**

**неравенства:**

- 1)  $x^2 - 3x < 0$ ;
- 2)  $x^2 - 4x > 0$ ;
- 3)  $x^2 + 2x \geq 0$ ;
- 4)  $-2x^2 + x + 1 \leq 0$

**Проверим ответы:**

- 1)  $(0; 3)$
- 2)  $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$
- 3)  $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$
- 4)  $(-\infty; -0,5] \cup [1; +\infty)$

# РЕШИТЕ НЕРАВЕНСТВА МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ САМОСТОЯТЕЛЬНО:

Решить

неравенства

- 1)  $x(x+7) \geq 0;$
- 2)  $(x-1)(x+2) \leq 0;$
- 3)  $x - x^2 + 2 < 0;$
- 4)  $-x^2 - 5x + 6 > 0;$
- 5)  $x(x+2) < 15$

Проверим ответы:

- 1)  $(-\infty; -7] \cup [0; +\infty)$
- 2)  $[-2; 1]$
- 3)  $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$
- 4)  $(-6; 1)$
- 5)  $(-5; 3)$