

Логарифмические уравнения

Простейшие уравнения

$$\log_a f(x) = c \Leftrightarrow f(x) = a^c$$

$$\log_{f(x)} b = c \Leftrightarrow \begin{cases} f^c(x) = b, \\ f(x) > 0, \\ f(x) \neq 1. \end{cases}$$

$$\log_x 16 = 2;$$

Метод потенцирования.

$$\text{То есть } \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \\ f(x) = g(x). \end{cases}$$

2. Решить уравнение

$$\log_3 (x^2 - 3x - 5) = \log_3 (7 - 2x).$$

Метод потенцирования.

Решить уравнение

$$\log_3 (x^2 - 3x - 5) = \log_3 (7 - 2x).$$

Решение.

$$\begin{cases} 7 - 2x > 0 \\ x^2 - 3x - 5 = 7 - 2x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 3,5, \\ x^2 - x - 12 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 3,5, \\ \left[\begin{array}{l} x = 4, \\ x = -3; \end{array} \right. \end{cases} \quad x = -3.$$

Ответ: -3 .

3. Решить уравнение $\log_{x+4}(x^2 - 1) = \log_{x+4}(5 - x)$.

Решение.

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 1 = 5 - x, \\ 5 - x > 0, \\ x + 4 > 0, \\ x + 4 \neq 1; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 + x - 6 = 0, \\ x < 5, \\ x > -4, \\ x \neq -3; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -3, \\ x = 2, \\ -4 < x < 5, \\ x \neq -3; \end{array} \right.$$

$$x = 2.$$

Ответ: 2.

Метод введения новой переменной.

4. Решить уравнение

$$3 \log_{0,5}^2 x + 5 \log_{0,5} x - 2 = 0.$$

Метод логарифмирования.

5. Решить уравнение $x^{1-\log_5 x} = 0,04$.

Решение. 1)

2) $\log_5 x^{1-\log_5 x} = \log_5 0,04$.

$$\log_5 0,04 = \log_5 \left(\frac{1}{25} \right) = \log_5 5^{-2} = -2.$$

Ответ: 25; $\frac{1}{5}$.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

№ 1350–1358 (2)

Логарифмические неравенства

Метод потенцирования.

$$\text{Если } a > 1, \text{ то } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

$$\text{Если } 0 < a < 1, \text{ то } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases}$$

Теорема 1. Неравенство $\log_{a(x)} f(x) - \log_{a(x)} g(x) \leq 0$

равносильно системе
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{f(x) - g(x)}{a(x) - 1} \leq 0, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ a(x) > 0; \end{array} \right.$$

Например $\log_{0,5}(x^2 + 4x) + \log_2(x^2 + 3x - 4) > 0$

$$\log_{0,5}(x^2 + 4x) - \log_{0,5}(x^2 + 3x - 4) > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(x^2 + 4x) - (x^2 + 3x - 4)}{0,5 - 1} > 0, \\ x^2 + 4x > 0, \\ x^2 + 3x - 4 > 0. \end{array} \right.$$

Теорема2. Неравенство $\log_{f(x)} a(x) - \log_{g(x)} a(x) \leq 0$

равносильно системе
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(a(x)-1)(f(x)-g(x))}{(f(x)-1)(g(x)-1)} \geq 0, \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0, \\ a(x) > 0; \end{array} \right.$$

Решить неравенство

$$\log_{(4x^2+1)^2} (x^2 - 4x + 5)^2 \geq \log_{(3x^2+4x+1)} (x^2 - 4x + 5)$$
$$\log_{(4x^2+1)} (x^2 - 4x + 5) \geq \log_{(3x^2+4x+1)} (x^2 - 4x + 5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(x^2 - 4x + 5 - 1) \cdot (4x^2 + 1 - 3x^2 - 4x - 1)}{(4x^2 + 1 - 1) \cdot (3x^2 + 4x + 1 - 1)} \leq 0, \\ (4x^2 + 1)^2 > 0, \\ 3x^2 + 4x + 1 > 0, \\ x^2 - 4x + 5 > 0. \end{array} \right.$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

№ 1407-1414 (чет)

СПАСИБО
за УРОК!

