

# Вектор электрического смещения...

Теорема Гаусса для диэлектриков

$$\oint_S \vec{E} dS = \frac{1}{\epsilon_0} \left( \sum_i q_i + \sum_i q_i' \right)$$

$q_i'$  - связанные (поляризационные) заряды

Определение объемного связанного заряда весьма затруднительно, поэтому в таком виде теорема мало пригодна на практике!

Можно доказать, что

$$-q' = \oint_S \vec{P} dS$$

тогда

$$\oint_S \epsilon_0 \vec{E} dS = \sum_i q_i - \oint_S \vec{P} dS \quad \longrightarrow \quad \oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) dS = \sum_i q_i$$

$$\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D} \quad \text{- вектор электрического смещения}$$

тогда

$$\oint_S \vec{D} dS = \sum_i q_i$$

-Теорема Гаусса для вектора  $\vec{D}$

Данное уравнение представляет **теорему Гаусса** в интегральной форме для электрического поля в диэлектрике: поток электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, заключенных внутри этой поверхности.

$$\int_V \nabla \cdot \vec{D} dV = \int_V \rho dV \quad \rightarrow$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (*)$$

Здесь  $\rho$  — объемная плотность сторонних зарядов. Выражение (\*) — это теорема Гаусса в дифференциальной форме для вектора  $\vec{D}$ .

**Вывод, источниками поля вектора электрического смещения являются сторонние заряды.**

# СВЯЗЬ ОСНОВНОГО И ВСПОМОГАТЕЛЬНОГО ВЕКТОРОВ

$$\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D}$$

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} (1 + \chi) = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \quad \text{- материальное уравнение}$$

# ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ЭП в диэлектрике

ТЕОРЕМА ГАУССА

ТЕОРЕМА О ЦИРКУЛЯЦИИ

ИФ

$$\oint_S \vec{D} dS = \int_V \rho dV$$

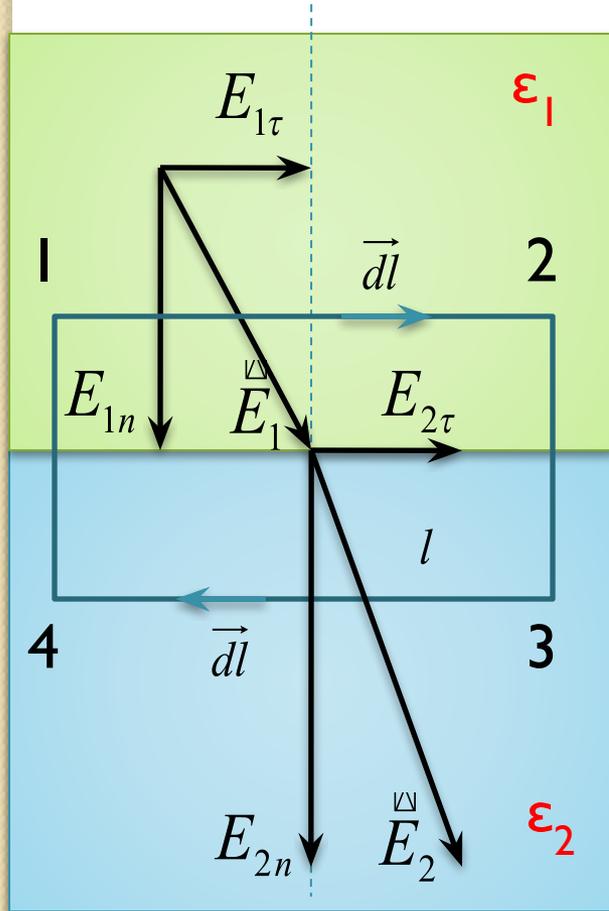
$$\oint_L \vec{E} dl = 0$$

ДФ

$$\nabla \vec{D} = \rho$$

$$[\nabla \times \vec{E}] = 0$$

# Условия на границе раздела двух диэлектриков



$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$$

$$\oint_{12341} \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + \int_2^3 \vec{E} d\vec{l} +$$

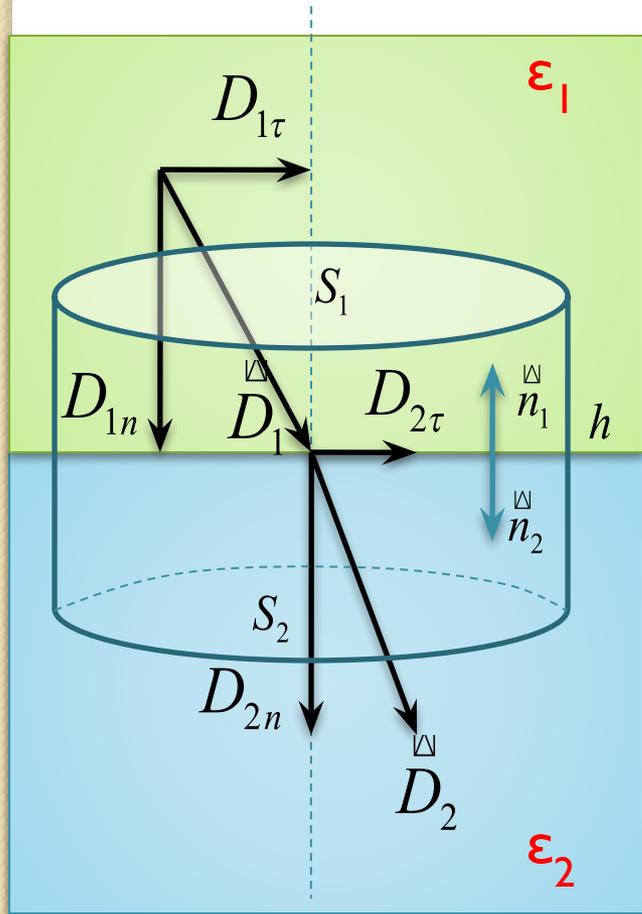
2-3  $\rightarrow$  0  
4-1  $\rightarrow$  0  $\rightarrow$

$$+ \int_3^4 \vec{E} d\vec{l} + \int_4^1 \vec{E} d\vec{l}$$

$$\Rightarrow \oint_{12341} \vec{E} d\vec{l} = E_{1\tau} l - E_{2\tau} l = 0$$

$$\Rightarrow E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

# Условия на границе раздела двух диэлектриков



$$\oint_S \vec{D} dS = q$$

Считаем, что на границе  $q = 0, h \rightarrow 0$

$$\oint_S \vec{D} dS = \int_{S_1} \vec{D} dS + \int_{S_2} \vec{D} dS \rightarrow$$

$$\oint_S \vec{D} dS = -D_{1n}S_1 + D_{2n}S_2 = 0$$

$$\rightarrow D_{1n} = D_{2n}$$

Используем связь  
основного и вспомогательного векторов

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E \quad \text{и} \quad E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

$$E_{1\tau} = \frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} = E_{2\tau} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} \rightarrow$$

$$D_{1n} = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_{1n} = D_{2n} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_{2n} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

$$\rightarrow \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

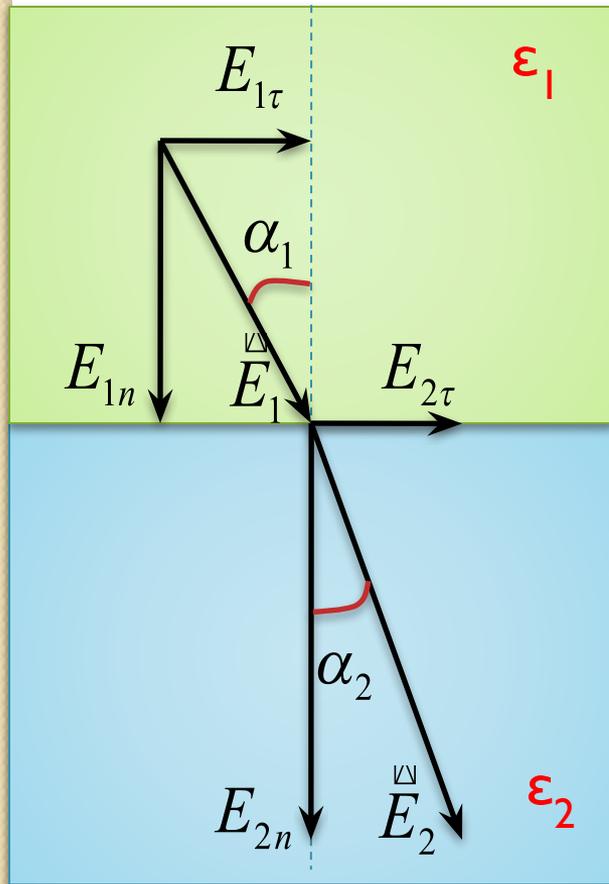
$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

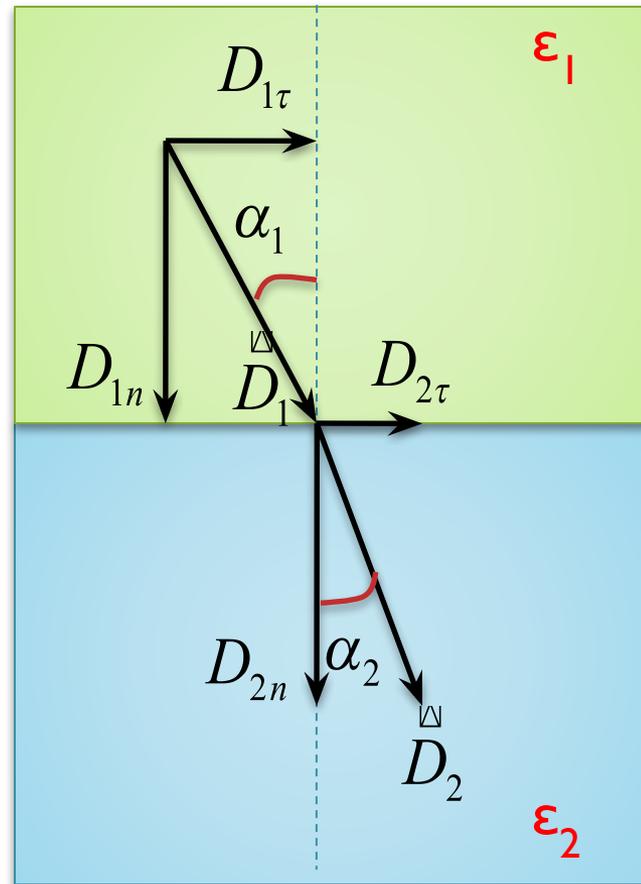
$$D_{1n} = D_{2n}$$

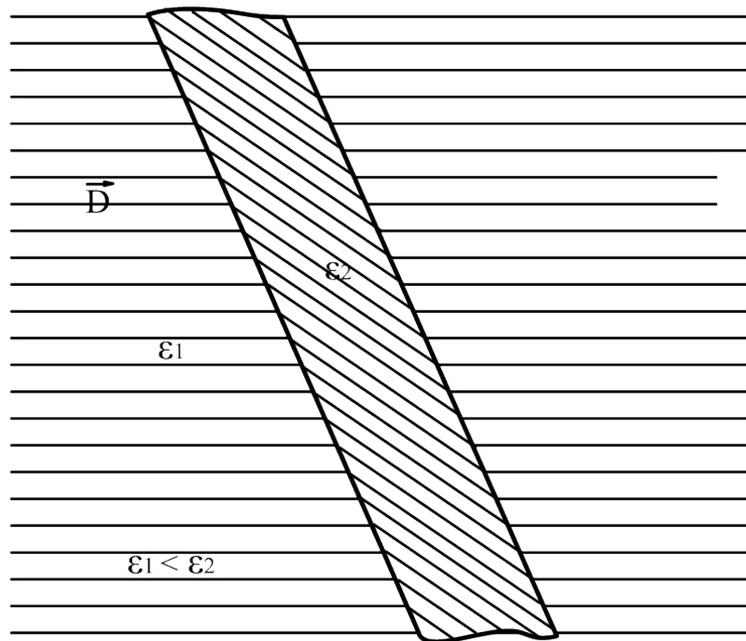
$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{E_{1\tau}}{E_{1n}} = \frac{D_{1\tau}}{D_{1n}}$$



$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

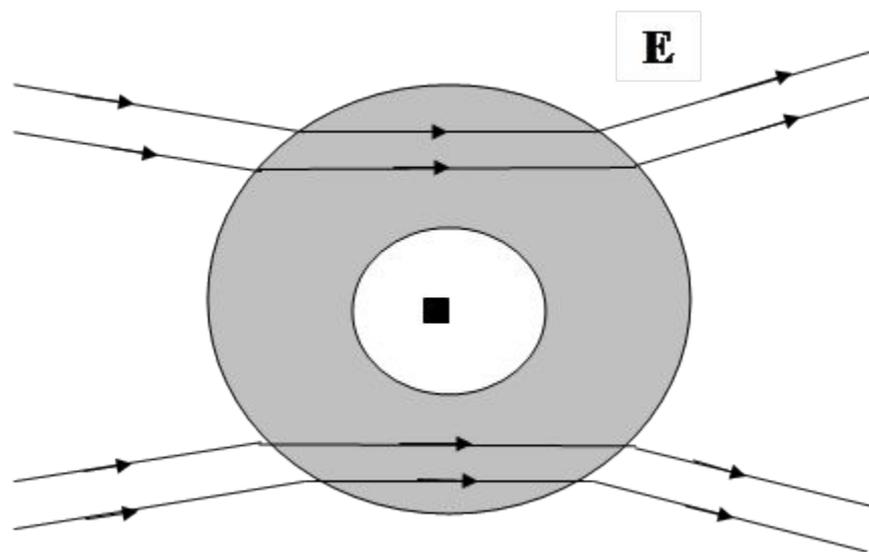
$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{E_{2\tau}}{E_{2n}} = \frac{D_{2\tau}}{D_{2n}}$$





Для ослабления влияния внешнего электрического поля на электрический прибор можно поместить этот прибор внутрь оболочки из диэлектрика с большим значением

Линии электрического смещения сгущаются переходя в диэлектрик с большей диэлектрической проницаемостью



3. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектрика: стекла толщиной  $a = 0,2$  см и парафина толщиной  $b = 0,3$  см. Разность потенциалов между обкладками  $\Delta\phi = 300$  В. Определить напряженность  $E$  и падение потенциала  $\Delta\phi$  в каждом слое.

Ответ:  $E_1 = 27,5$  кВ/м;  $E_2 = 82$  кВ/м;  $\Delta\phi_1 = 55$  В;  $\Delta\phi_2 = 245$  В

Задача 10.2. В однородное электрическое поле напряженностью  $E_0$  помещена бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Грани пластины перпендикулярны  $E_0$ . Напряженность поля внутри диэлектрика равна  $E$ , электрическое смещение —  $D$ , поляризованность диэлектрика —  $P$ . Поверхностная плотность связанных зарядов на гранях диэлектрика равна  $\sigma'$ . Найти неизвестные величины согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	$E_0$ , В/м	$\epsilon$	$E$ , В/м	$D$ , Кл/м <sup>2</sup>	$P$ , Кл/м <sup>2</sup>	$\sigma'$ , Кл/м <sup>2</sup>
1	100	2	?	?	?	?
2	?	2,6	120	?	?	?
3	?	?	?	$1,24 \cdot 10^{-9}$	?	$8,85 \cdot 10^{-10}$
4	?	?	80	?	$2,2 \cdot 10^{-9}$	?
5	?	3,0	?	?	$7,965 \cdot 10^{-10}$	?
6	126	?	45	?	?	?
7	?	2,2	?	$1,56 \cdot 10^{-9}$	?	?
8	204	?	?	?	$1,275 \cdot 10^{-9}$	?
9	?	?	35	$1,36 \cdot 10^{-9}$	?	?
10	?	4,0	?	?	?	$6,64 \cdot 10^{-10}$
11	?	3,6	?	$2,39 \cdot 10^{-9}$	?	?
12	?	?	60	?	?	$7,08 \cdot 10^{-10}$
13	?	?	?	$1,06 \cdot 10^{-9}$	$6,195 \cdot 10^{-10}$	?
14	430	?	?	?	?	$2,92 \cdot 10^{-9}$
15	180	6	?	?	?	?
16	?	3,4	80	?	?	?
17	?	?	?	$7,43 \cdot 10^{-10}$	?	$4,78 \cdot 10^{-10}$
18	?	?	40	?	$1,06 \cdot 10^{-9}$	?
19	?	3,5	?	?	$9,29 \cdot 10^{-10}$	?
20	266	?	70	?	?	?
21	?	4,2	?	$1,3 \cdot 10^{-9}$	?	?
22	297	?	?	?	$1,655 \cdot 10^{-9}$	?
23	?	?	90	$2,55 \cdot 10^{-9}$	?	?
24	?	2,5	?	?	?	$6,2 \cdot 10^{-10}$