



ЭЛЕКТРОСТАТИКА.

ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

План лекции

1. Электрическое поле диполя
2. Общая проблема описания поля в веществе
3. Поляризация диэлектриков
4. Поведение диполя во внешнем электрическом поле
5. Вектор поляризованности. Поле в диэлектрики в модели связанных зарядов. Относительная диэлектрическая проницаемость.
6. Вектор электрического смещения. Теорема Гаусса для вектора электрического смещения
7. Основные теоремы для поля в диэлектрике
8. Условия на границе раздела двух диэлектриков

Ослабление поля в конденсаторе

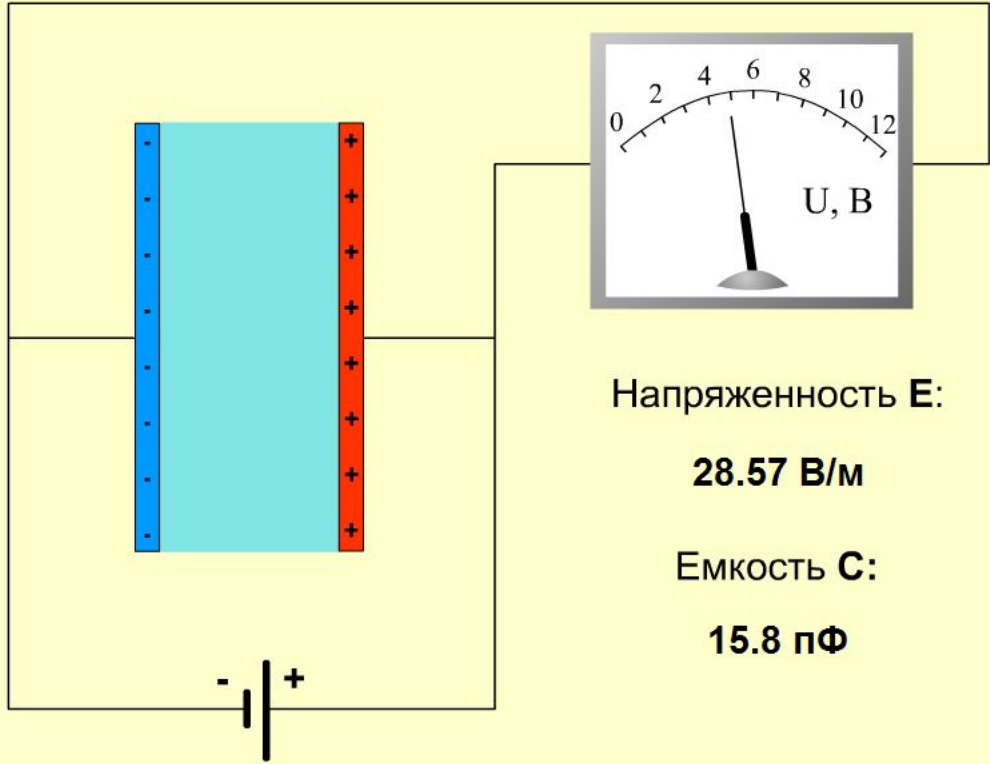
Таблица констант

Для плоского конденсатора:

$$U = \epsilon E h,$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}, \text{ где}$$

d - расстояние между пластинами



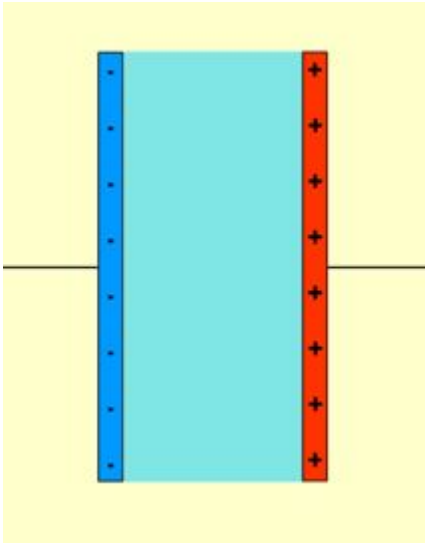
Напряженность **E**:

28.57 В/м

Емкость **C**:

15.8 пФ

<p>Расстояние между пластинами:</p> <p>d: 3.5 мм</p>	<p>Площадь обкладок:</p> <p>S: 125 см²</p>	<p>Диэлектрическая проницаемость:</p> <p>ε: 50</p>	<p>Напряжение:</p> <p>U: 5 В</p>
---	--	---	---



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^*$$

$$|\vec{E}| < |\vec{E}_0| \Rightarrow E = E_0 - E^* \quad \rightarrow$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \qquad \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E^* = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right)$$

???? Чем обусловлено \vec{E}^*

заряды

Сторонние (не
входят в состав
вещества)

$$\vec{E}_{\text{стор}}$$

Входящие в состав
вещества (атомов
или молекул)

$$\vec{E}_{\text{мол}}$$

$$\vec{E}_{\text{микро}} = \vec{E}_{\text{стор}} + \vec{E}_{\text{мол}}$$

**микроскопическое
поле внутри вещества**

$$\vec{E}_{\text{микро}} = \vec{E}_{\text{стор}} + \vec{E}_{\text{мол}}$$



усредняя по объему и по времени

$$\vec{E} = \langle \vec{E}_{\text{микро}} \rangle = \langle \vec{E}_{\text{стор}} \rangle + \langle \vec{E}_{\text{мол}} \rangle$$



$$\vec{E}_0$$



$$\vec{E}^*$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^* \quad \text{- макроскопическое поле внутри вещества}$$

Проблема: \vec{E}^* **зависит от** \vec{E} **, т.е.**

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^*(\vec{E})$$

Решение проблемы зависит от электрических свойств вещества

заряды

Свободные (могут перемещаться внутри вещества на расстояния превышающие межатомные)

Вещества - проводники

Связанные (остаются в пределах собственных атомов или молекул)

Вещества - диэлектрики

Диэлектрики

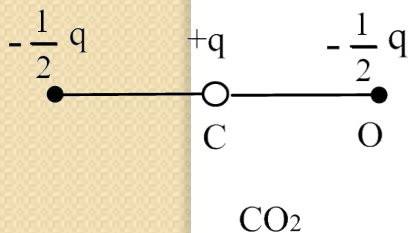
Неполярные. У молекул центр тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают.

Относятся прежде всего одноатомные молекулы (инертные газы, пары металлов и др.) и многоатомные, имеющие симметричное строение (жидкие диэлектрики – бензол, толуол, ксилол и др., твердые диэлектрики – фторопласт, полистирол и др.)

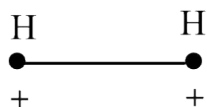
Полярные. Асимметричное строения молекул, приводящее к несовпадению центров тяжести положительных и отрицательных зарядов.

Относятся: газы – CO, пары воды, пары этилового спирта; жидкости – вода, нитробензол, ацетон, HCl и др., твердые тела – органические полимеры.

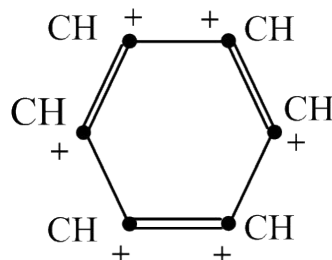
неполярные



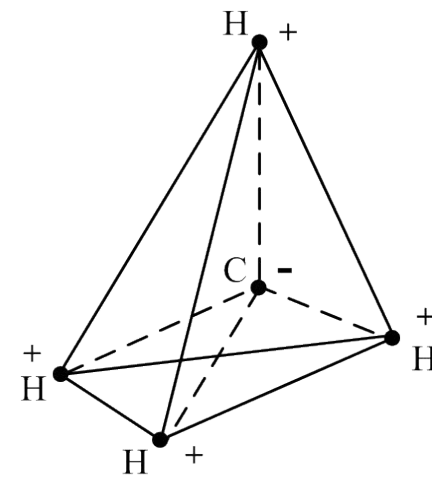
CO_2



H_2
(молекула
водорода)

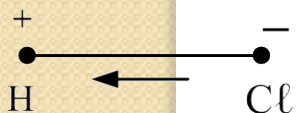


C_6H_6
(бензол)

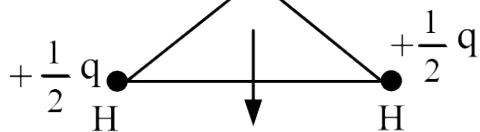


CH_4
(метан)

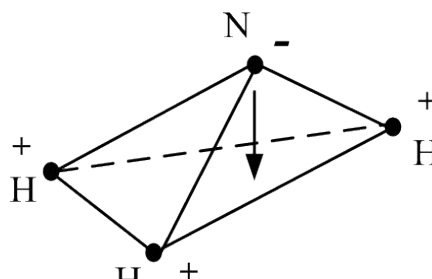
полярные



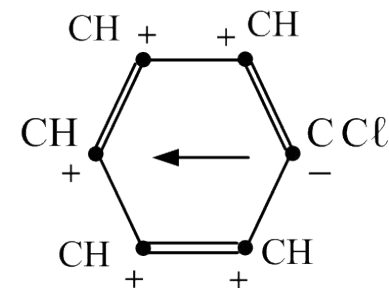
HCl



H_2O



NH_3
(аммиак)



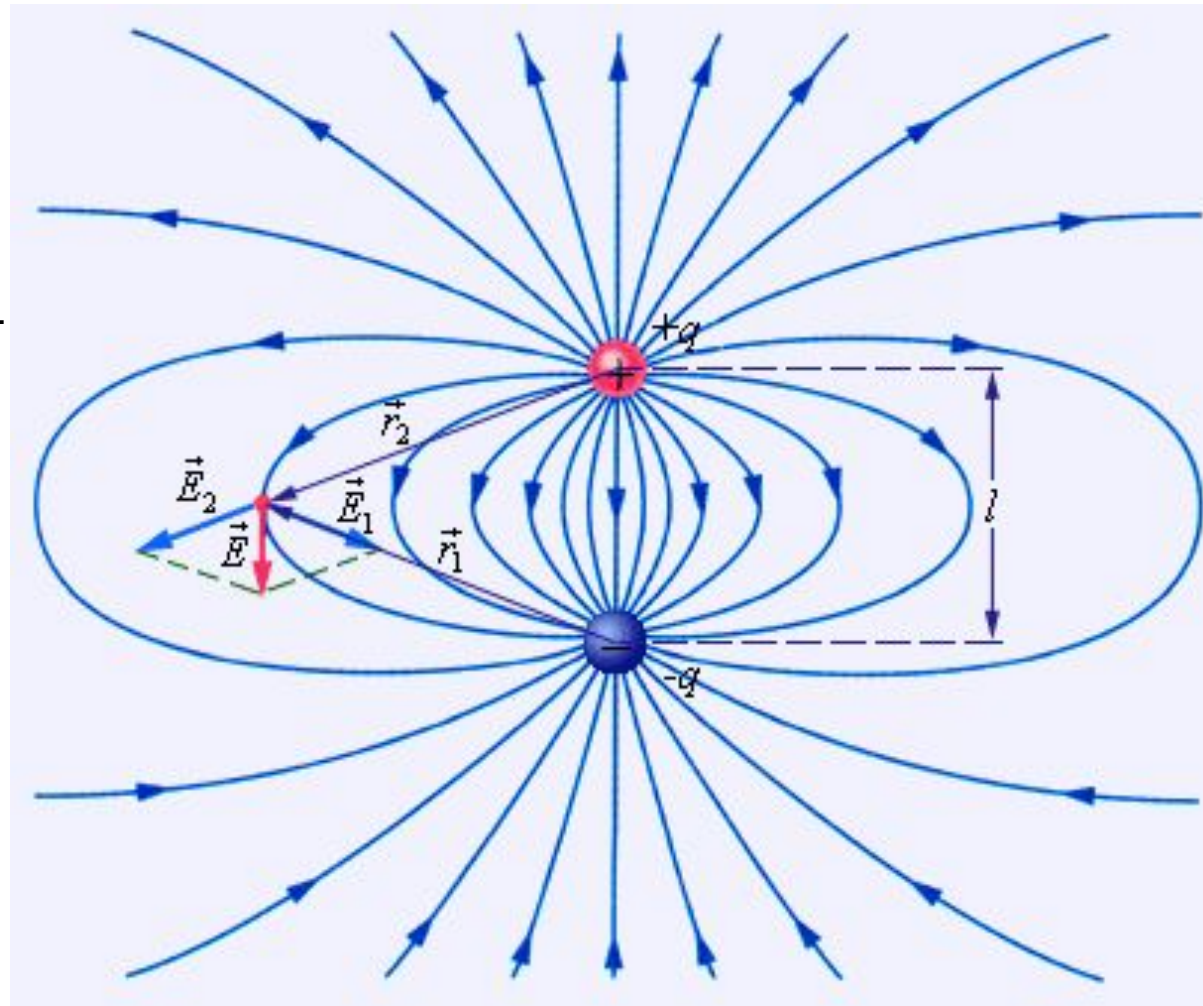
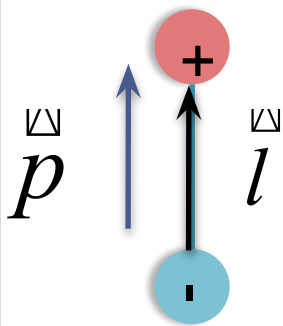
$\text{C}_6\text{H}_5\text{Cl}$
(хлорбензол)

Диполь – модель связанного заряда

$$\vec{p} = ql$$

- электрический
(дипольный) момент

l - плечо диполя



диэлектрики

Неполярные . Не имеют собственного дипольного момента.

Полярные. Молекулы имеют дипольный момент в отсутствие электрического поля.

Потенциал диполя

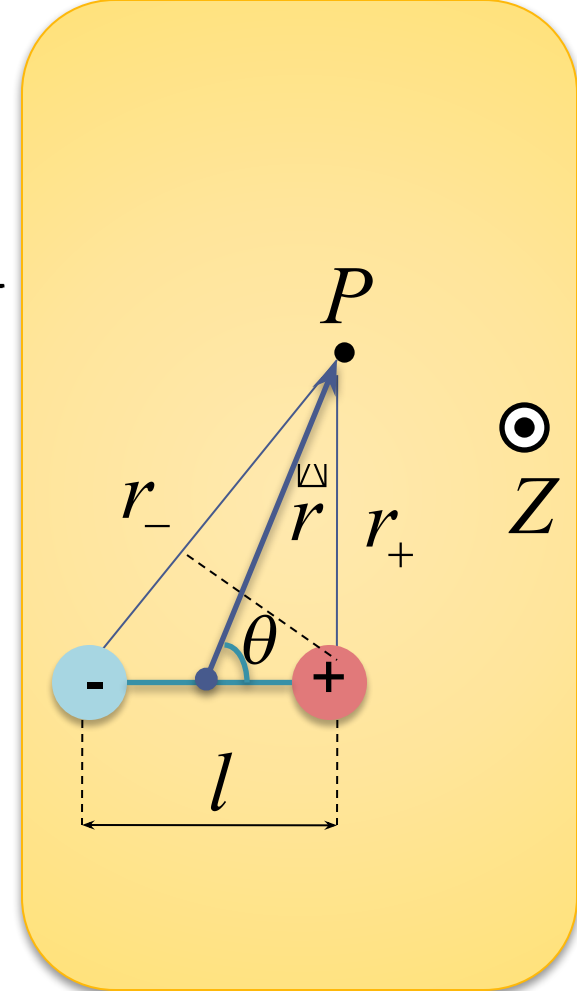
$$\varphi(r) = kq \left(\frac{1}{r_+} + \frac{1}{r_-} \right) = kq \frac{r_- - r_+}{r_- r_+}$$

$$r \gg l$$

$$r_- - r_+ \approx l \cos \theta$$

$$r_- r_+ \approx r^2$$

$$\varphi(r) = kq \frac{l \cos \theta}{r^2} = k \frac{p \cos \theta}{r^2}$$



Напряженность $\vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_\theta$

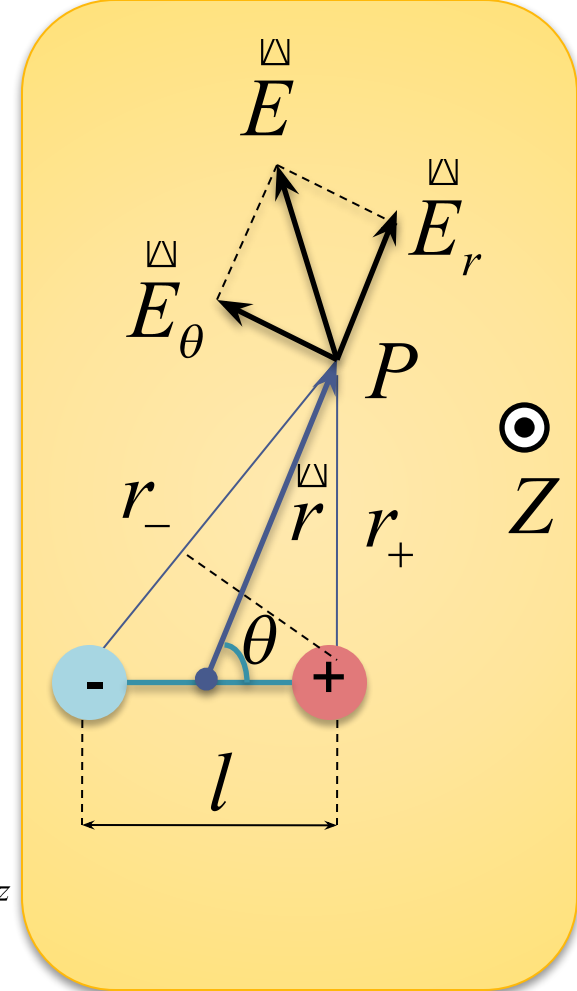
$$\left\{ \begin{array}{l} E_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = k \frac{2p \cos \theta}{r^3} \\ E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = k \frac{p \sin \theta}{r^3} \\ E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{array} \right.$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$$

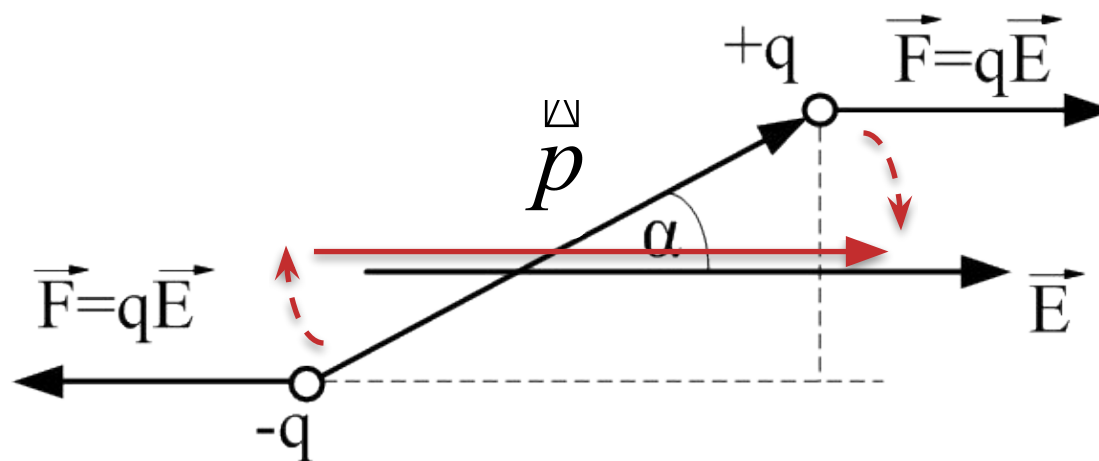
$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{kp}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$$

Вывод: поле диполя обладает осевой симметрией.

Величина напряженности и потенциала убывает с ростом расстояния быстрее чем у точечного заряда.



ПОВЕДЕНИЕ ДИПОЛЯ ВО ВНЕШНЕМ ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ



Результирующая сила равна нулю. Пара сил создает вращательный момент:

$$M = F \cdot \sin \alpha = qE \cdot \sin \alpha = pE \sin \alpha$$

$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}].$$

Таким образом, в однородном электрическом поле на диполь действует **момент сил**, стремящийся повернуть диполь так, чтобы его электрический момент совпал с направлением электрического поля.

Поляризация диэлектриков

Поляризация – это состояние диэлектрика, характеризующееся наличием электрического дипольного момента у любого элемента его объема, направленного вдоль электрического поля.

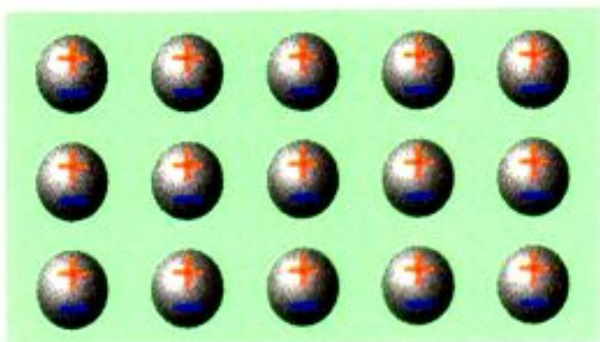
Способы

Деформацией (электронная) неполярных молекул со смещением их разноименных зарядов и образованием (индуцированием) дипольных моментов

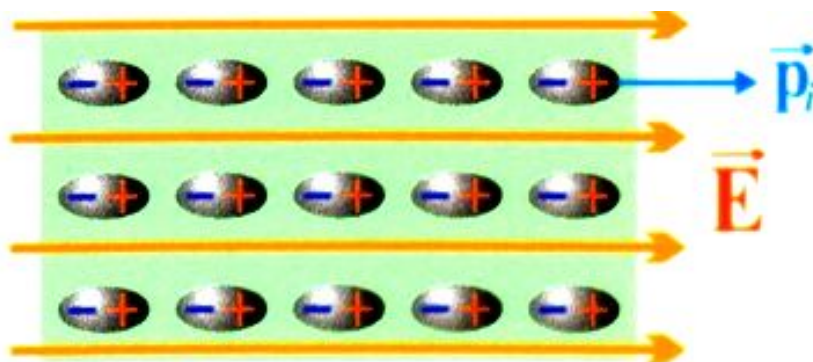
Ориентацией полярных молекул-диполей под действием электрического поля

Ионная обусловлена упругим смещением ионов разного знака от их положений равновесия

деформационная (электронная) П



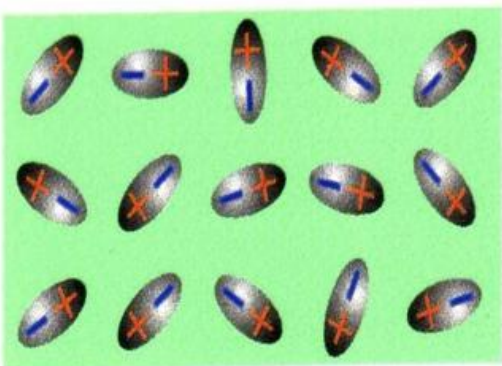
$$\vec{E} = 0 \quad \sum \vec{p}_i = 0$$



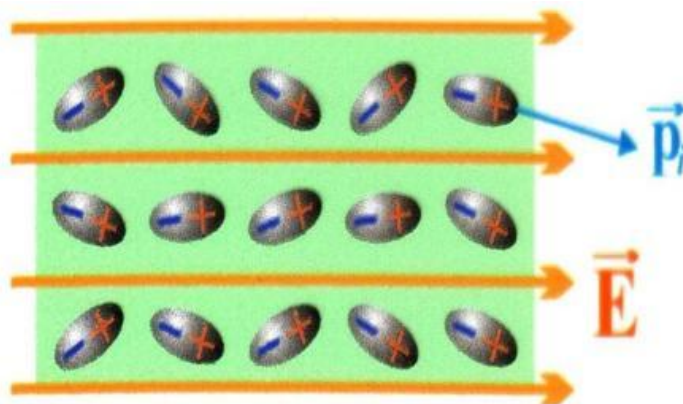
$$\vec{E} \neq 0 \quad \sum \vec{p}_i \neq 0$$

ориентационная П

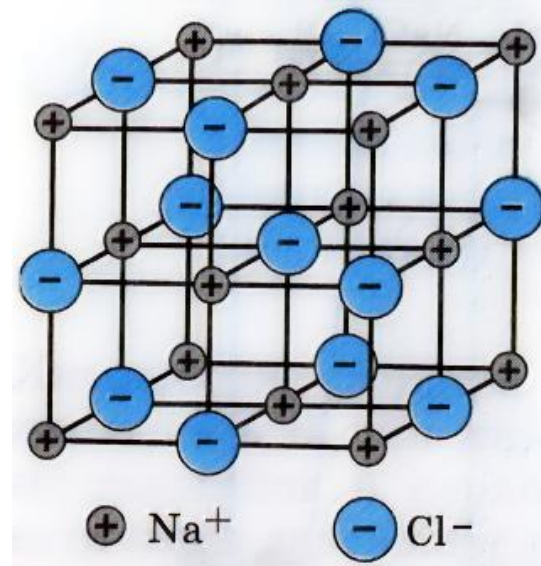
ионная П



$$\vec{E} = 0 \quad \sum \vec{p}_i = 0$$



$$\vec{E} \neq 0 \quad \sum \vec{p}_i \neq 0$$



Вектор поляризованности \vec{P} -
 количественная характеристика поляризации,
 определяется

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow A} \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V} \quad [P] = \text{Кл/м}^2$$

$$\sum_i \vec{p}_i$$

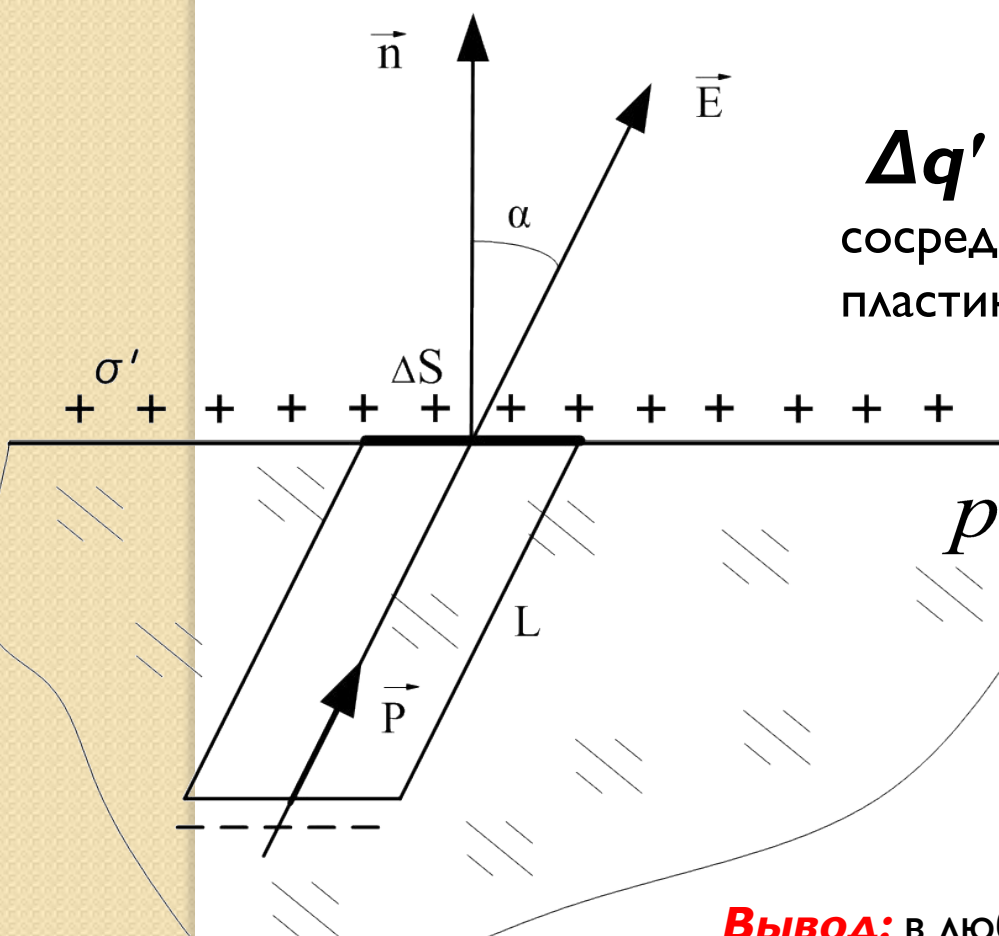
- Суммарный электрический дипольный момент элемента объема вещества

Связь между поляризованностью и напряженностью электрического поля (для изотропных диэлектриков в слабых электрических полях).

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

χ – диэлектрическая восприимчивость, зависит от свойств диэлектрика (безразмерная величина, составляет несколько единиц).

Связь поверхностной плотности связанных зарядов σ' с вектором поляризации P .



$$p = \Delta q' \cdot l = \sigma' \Delta S l,$$

$\Delta q'$ – величина связанного заряда, сосредоточенного на участке поверхности пластины ΔS .

$$p = P \Delta V = P l \Delta S \cos \alpha,$$

$$\sigma' \Delta S l = P l \Delta S \cos \alpha,$$

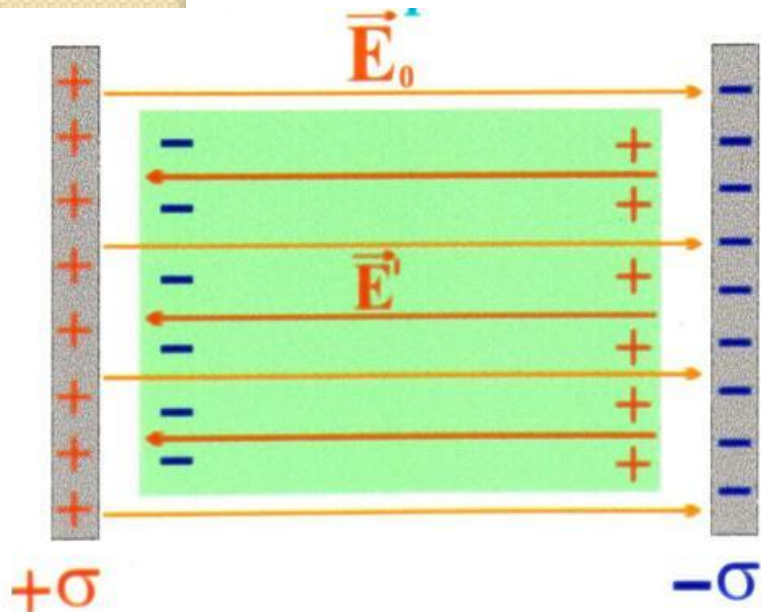
$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n$$

$$\Delta V = l \Delta S \cos \alpha$$

Вывод: в любой точке поверхности поляризованного диэлектрика **нормальная составляющая вектора поляризации** равна поверхностной плотности связанных (поляризованных) зарядов

Поле в диэлектрике в модели связанных зарядов

$$E^* = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right)$$



Напряжённость электрического поля
внутри диэлектрика

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'.$$

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \quad E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}.$$

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0}.$$

$$\sigma' = P_n = P, \quad P = \chi \varepsilon_0 E$$

$$E = \frac{\sigma - P}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma - \chi \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0 E_0 - \chi \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0},$$

$$\varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E_0 - \chi \varepsilon_0 E,$$

$$\varepsilon_0 E + \chi \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E_0,$$

$$\varepsilon_0 E + \chi \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E_0,$$

$$E + \chi E = E_0, \quad E(1 + \chi) = E_0,$$

$$\frac{E_0}{E} = (1 + \chi) = \varepsilon.$$

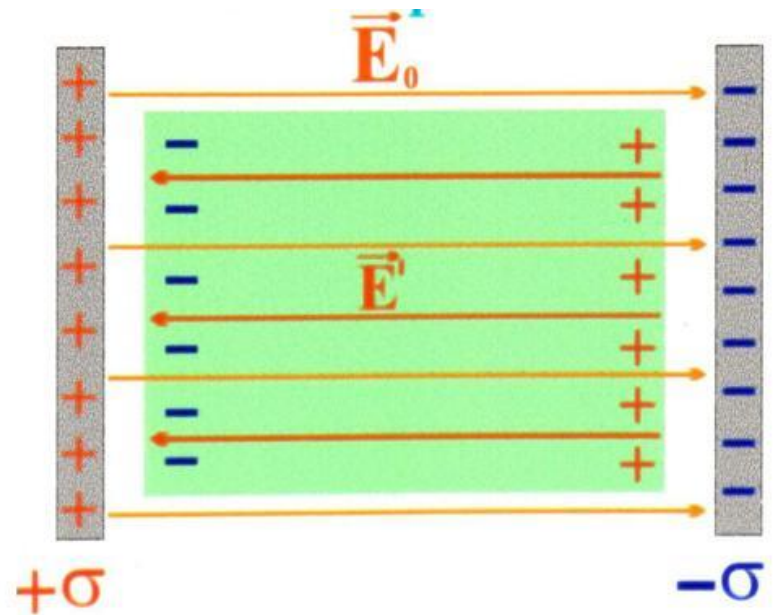
$$\varepsilon = (1 + \chi).$$

$$E_0 = (1 + \chi)E = \varepsilon E$$

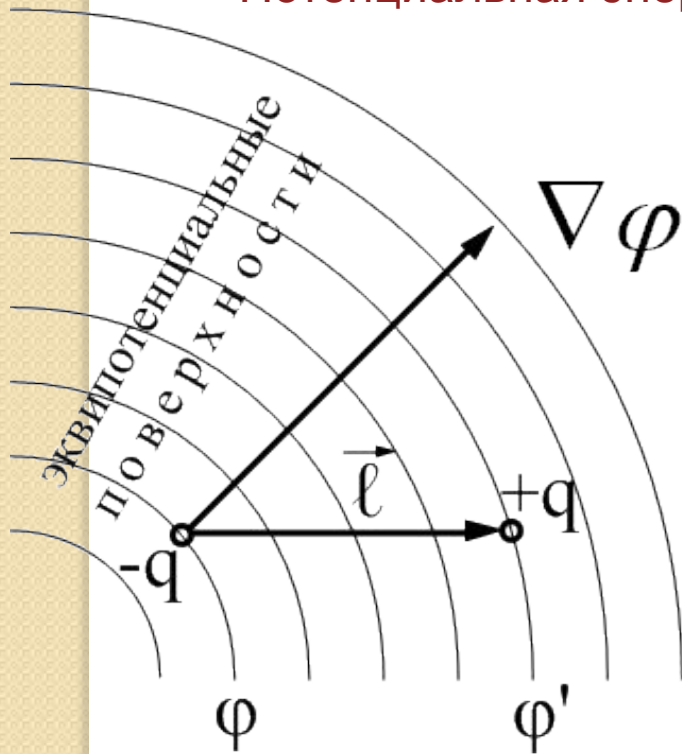
$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}$$

Диэлектрическая проницаемость среды

показывает во сколько раз электростатическое поле ослабляется диэлектриком, характеризую свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.



Потенциальная энергия диполя во внешнем электрическом поле



$$W_{\text{II}} = q\varphi' - q\varphi = q(\varphi' - \varphi)$$

$$\varphi' = \varphi + \vec{l} \cdot \nabla \varphi$$

$$q\vec{l} = \vec{p}, \quad \vec{E} = -\nabla \varphi$$

$$W_{\text{II}} = q\vec{l} \cdot \nabla \varphi = -(\vec{p} \cdot \vec{E})$$

$$W_{\text{II}} = -pE \cos \alpha$$

Вывод: потенциальная энергия диполя минимальна в случае когда $\alpha = 0$. Это соответствует положению **устойчивого равновесия диполя**. При всех других значениях угла α положение диполя будет **неустойчивым**.

Записав производную по напряженности, как сумму частных производных по координатам, получим

$$\vec{F} = q \left(\vec{p}_x \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \vec{p}_y \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + \vec{p}_z \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} \right)$$

$$\vec{F} = p_x \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + p_y \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + p_z \frac{\partial \vec{E}}{\partial z}$$

очевидно, что x - компонента силы действующей на диполь

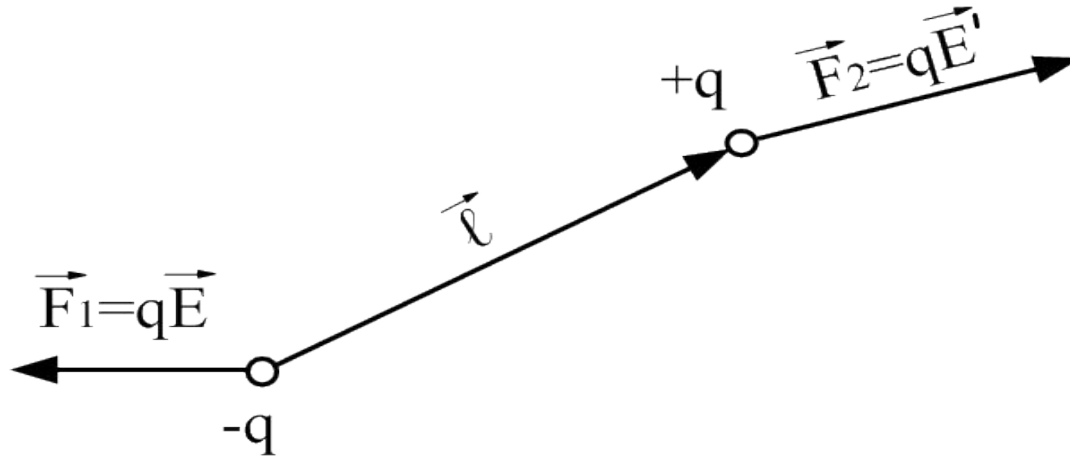
$$F_x = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha \quad (*)$$

где α — угол между электрическим моментом \vec{p} и осью x , проходящей через центр диполя и, в данном случае совпадающей с направлением поля \vec{E} . Аналогично можно записать компоненты F_y и F_z

Таким образом, в неоднородном электрическом поле действующие силы создают вращательный момент и заставляют диполь перемещаться поступательно. Согласно (*) при $\alpha < \pi/2$ т.е. \vec{p} направлена с электрическим полем. В этом случае сила F_x втягивает диполь в область более сильного поля. При $\alpha > \pi/2$ действующая сила F_x выталкивает диполь в область слабого поля (при этом положение диполя будет неустойчивым).

Таким образом, силы, действующие на диполь в неоднородном электрическом поле, заставляют его ориентироваться по полю и втягиваться в область более сильного поля.

В неоднородном электрическом поле на заряды диполя в общем случае действуют разные по величине и по направлению силы $\vec{F}_1 = q\vec{E}$ где $\vec{F}_2 = q\vec{E}'$, \vec{E} напряженности поля в точках расположения зарядов диполя



Результирующая сила $\vec{F} = q(\vec{E}' - \vec{E})$

так как $\vec{E}' = \vec{E} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial x}$ то $\vec{F} = q \frac{\partial \vec{E}}{\partial x}$

1. К пластинам плоского воздушного конденсатора с расстоянием между пластинами $d = 5$ мм приложена разность потенциал $\Delta\phi = 300$ В. Не отключая конденсатор от источника напряжения, пространство между пластинами заполнили диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью, равной 3. Какова поверхностная плотность сторонних σ и связанных σ' зарядов?

2. К пластинам плоского воздушного конденсатора с расстоянием между пластинами $d = 5$ мм приложена разность потенциал $\Delta\phi = 300$ В. После отключения конденсатора от источника напряжения, все пространство между пластинами заполнили диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью, равной 2,6. Какова поверхностная плотность сторонних σ и связанных σ' зарядов?