

8.5. Релятивистская механика

8.5.1. Релятивистское выражение для импульса

Найдем такое выражение для импульса, чтобы закон сохранения импульса был инвариантен к преобразованиям Лоренца при любых скоростях (как мы уже говорили, уравнения Ньютона не инвариантны к преобразованиям Лоренца и закон сохранения импульса в k выполняется, а в k' – нет).

Ньютоновское выражение для импульса

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Вот это выражение надо сделать инвариантным. Это возможно если в него будут входить инвариантные величины. Основной закон релятивистской динамики материальной точки имеет вид

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \mathbf{v} \right), \quad (8.5.1) \quad \text{или} \quad \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt},$$

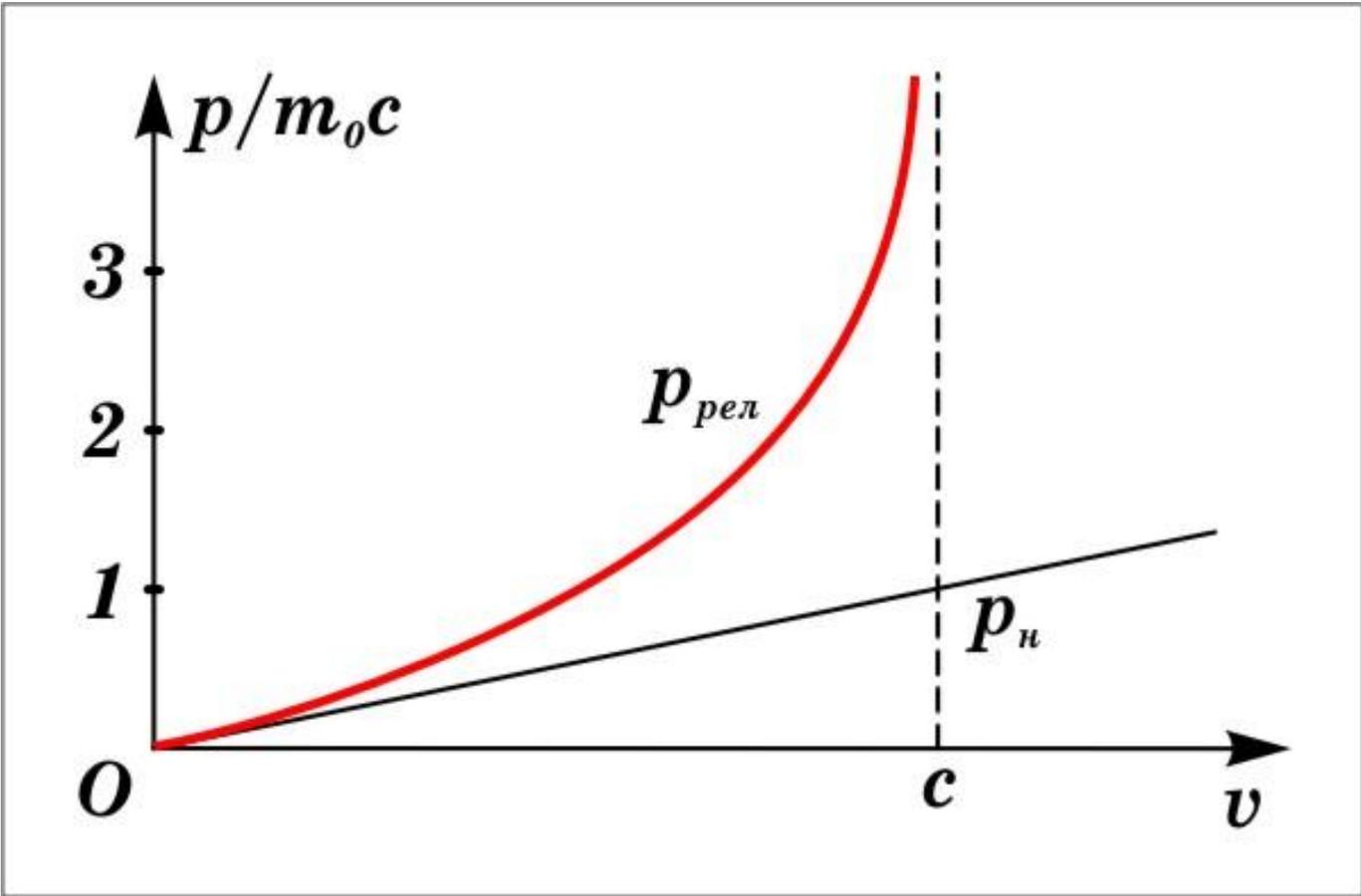
где

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \mathbf{v} \right),$$

$$\mathbf{p} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (8.5.2)$$

Это и есть **релятивистское выражение для импульса**.

Из (8.5.2) следует, что **никакое тело не может двигаться со скоростью большей или даже равной скорости света** (при $v \rightarrow c$ знаменатель стремится к нулю, тогда $p \rightarrow \infty$, что невозможно в силу закона сохранения импульса).



В силу однородности пространства в релятивистской механике выполняется закон сохранения импульса: **релятивистский импульс замкнутой системы сохраняется**, т.е. не изменяется с течением времени. Из этого закона следует закон сохранения релятивистской массы: **полная релятивистская масса замкнутой системы при любых процессах, происходящих в ней, сохраняется**, т.е. не изменяется с течением времени.

Анализ формул для массы, импульса и силы показывает, что, при скоростях, значительно меньших скорости света, m практически не отличается от m_0 и может считаться постоянной, импульс $\mathbf{p} = m\mathbf{v} \approx m_0\mathbf{v}$, а уравнение (8.5.1) переходит в основной закон классической механики. Следовательно, условием применимости законов классической механики является условие $v \ll c$.

Законы релятивистской и квантовой (изучает движение и взаимодействие микротел (микрочастиц)) механики являются более универсальными, поскольку они применимы к любым телам и любым скоростям. Законы классической механики получаются как следствие теории относительности для предельного случая $v \ll c$ (формально переход осуществляется при $c \rightarrow \infty$). Таким образом, классическая механика – это механика макротел движущихся с малыми скоростями (по сравнению со скоростью света в вакууме).

8.5.2. Закон взаимосвязи массы и энергии

По определению \vec{p} – импульс релятивистской частицы, а скорость изменения импульса равна силе, действующей на частицу $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Работа силы по перемещению частицы идет на увеличение энергии частицы:

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = \left(\frac{d\vec{p}}{dt}, d\vec{r} \right) = (d\vec{p}, \vec{v}) = dE.$$

После интегрирования этого выражения получим **релятивистское выражение для энергии** частицы:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (8.5.3)$$

где **E** – полная энергия.

Уравнение (8.5.3) выражает фундаментальный закон природы - **Закон взаимосвязи массы и энергии**: полная энергия системы равна произведению ее полной релятивистской массы на квадрат скорости света в вакууме.

В силу однородности времени в релятивистской механике, как и в классической, выполняется **закон сохранения энергии**: **полная энергия замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.**

Разложим выражение 8.5.3 в ряд и пренебрегая членами второго порядка малости (для $v \ll c$ это правомерно), получим

$$E = m_0 c^2 + m_0 v^2 / 2 + \dots,$$

где $m_0 c^2$ – энергия связанная с покоящейся массой тела, а $m_0 v^2 / 2$ – кинетическая энергия движущегося тела.

Величина $E_0 = m_0 c^2$ (8.5.4)

называется – **энергией покоя**. Классическая механика энергию покоя не учитывает, считая, что при $v = 0$ энергия покоящегося тела равна нулю.

Релятивистское выражение для кинетической энергии тела имеет вид

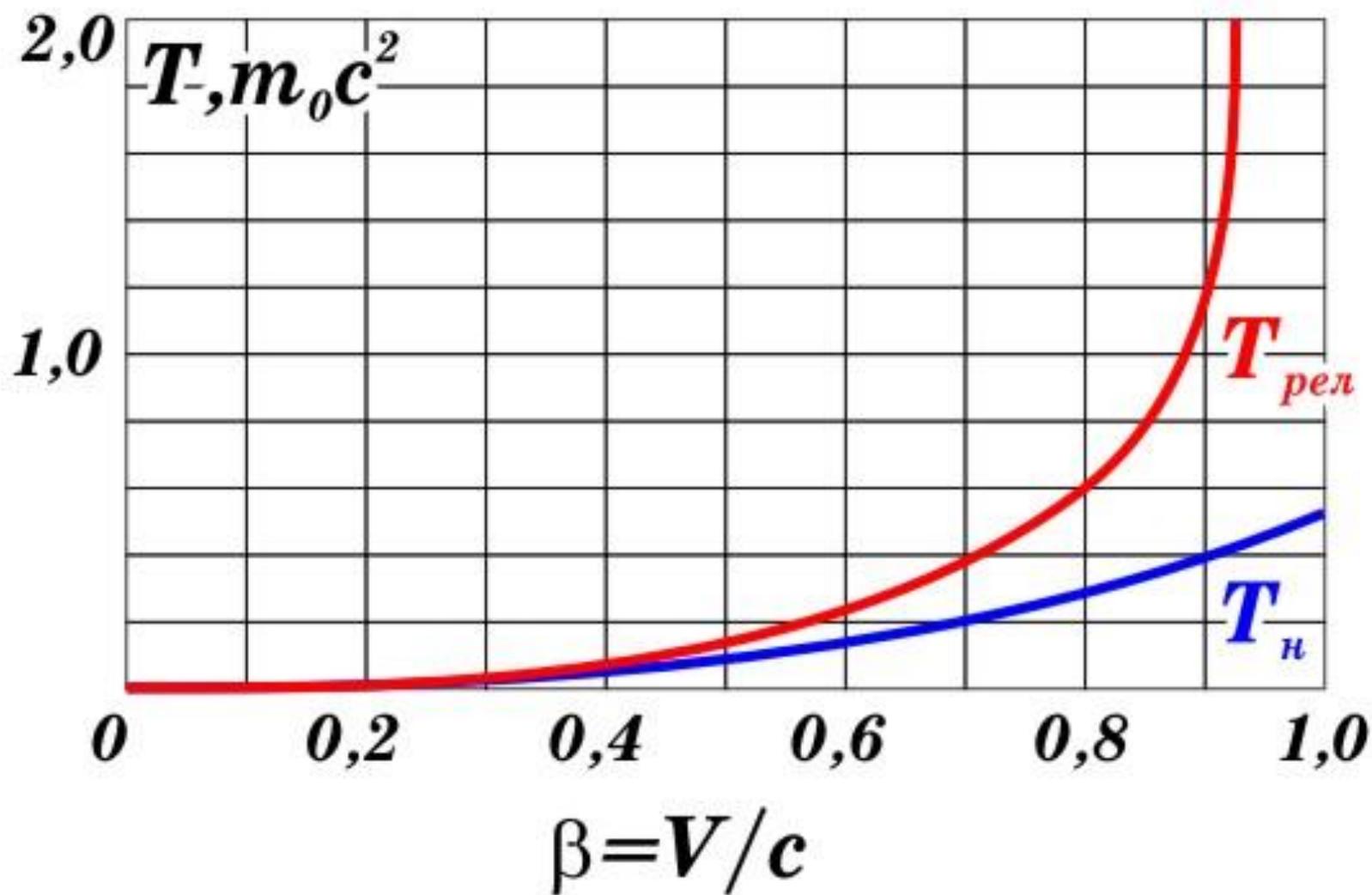
$$T = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right),$$

Которое верно для любых скоростей, а при $v \ll c$

переходит в классическое: $T = m_0v^2/2 = mv^2/2$.

Из формул (8.5.3) и (8.5.2) найдём релятивистское соотношение между полной энергией и импульсом частицы:

$$\begin{aligned} E^2 &= m^2c^4 = m_0^4c^4 + p^2c^2, \\ E &= \sqrt{m_0^4c^4 + p^2c^2}. \end{aligned} \quad (8.5.5)$$



8.6. Взаимосвязь массы и энергии покоя

Масса и энергия покоя связаны соотношением:

$$E_0 = mc^2 \quad (8.6.1)$$

из которого вытекает, что **всякое изменение массы Δm сопровождается изменением энергии покоя ΔE_0 .**

$$\Delta E_0 = c^2 \Delta m$$

Это утверждение носит название **взаимосвязь массы и энергии покоя** и стало **символом современной физики.**

Взаимосвязь между массой и энергией оценивалась А. Эйнштейном как самый значительный вывод специальной теории относительности. По его выражению, **масса должна рассматриваться как «сосредоточение колоссального количества энергии»**. При этом масса в теории относительности не является более сохраняющейся величиной, а зависит от выбора системы отсчета и характера взаимодействия между частицами.

Определим энергию, содержащуюся в 1 г любого вещества, и сравним ее с химической энергией, получаемой при сгорании 1 г угля равной $2,9 \cdot 10^4$ Дж.

Согласно уравнению Эйнштейна $E = mc^2$ имеем

$$E_0 = (10^{-3} \text{ кг})(3 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1})^2 = 9 \cdot 10^{13} \text{ Дж}.$$

Таким образом, собственная энергия в $3,1 \cdot 10^8$ раз превышает химическую энергию.

Из этого примера видно, что если высвобождается лишь одна тысячная доля собственной энергии, то и это количество в миллионы раз больше того, что могут дать обычные источники энергии.

При взаимодействии частиц суммарная масса взаимодействующих частиц не сохраняется.

Пример: пусть две одинаковые по массе частицы m движутся с одинаковыми по модулю скоростями навстречу друг другу и абсолютно неупруго столкнутся.

До соударения полная энергия каждой частицы E равна:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Полная энергия образовавшейся частицы Mc^2 (эта новая частица имеет скорость $v = 0$).

Из закона сохранения энергии:

$$\frac{2mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = Mc^2$$

откуда M равно:

$$M = \frac{2m}{\sqrt{1-\beta^2}} > 2m \quad (8.6.2)$$

Таким образом, **сумма масс исходных частиц $2m$, меньше массы образовавшейся частицы M !**

В этом примере, **кинетическая энергия частиц превратилась в эквивалентное количество энергии покоя**, а это привело к возрастанию массы

$$\Delta M = \frac{\Delta K}{c^2}$$

(это при отсутствии выделения энергии при соударении частиц).

Выражение «*масса покоя*» можно употребить как *синоним «энергия покоя»*. Пусть система (ядро) состоит из N частиц с массами $m_1, m_2 \dots m_i$. Ядро не будет распадаться на отдельные частицы, если они связаны друг с другом. Эту связь можно охарактеризовать энергией связи $E_{\text{св}}$.

Энергия связи – энергия которую нужно затратить, чтобы разорвать связь между частицами и разнести их на расстояние, при котором взаимодействием частиц друг с другом можно пренебречь:

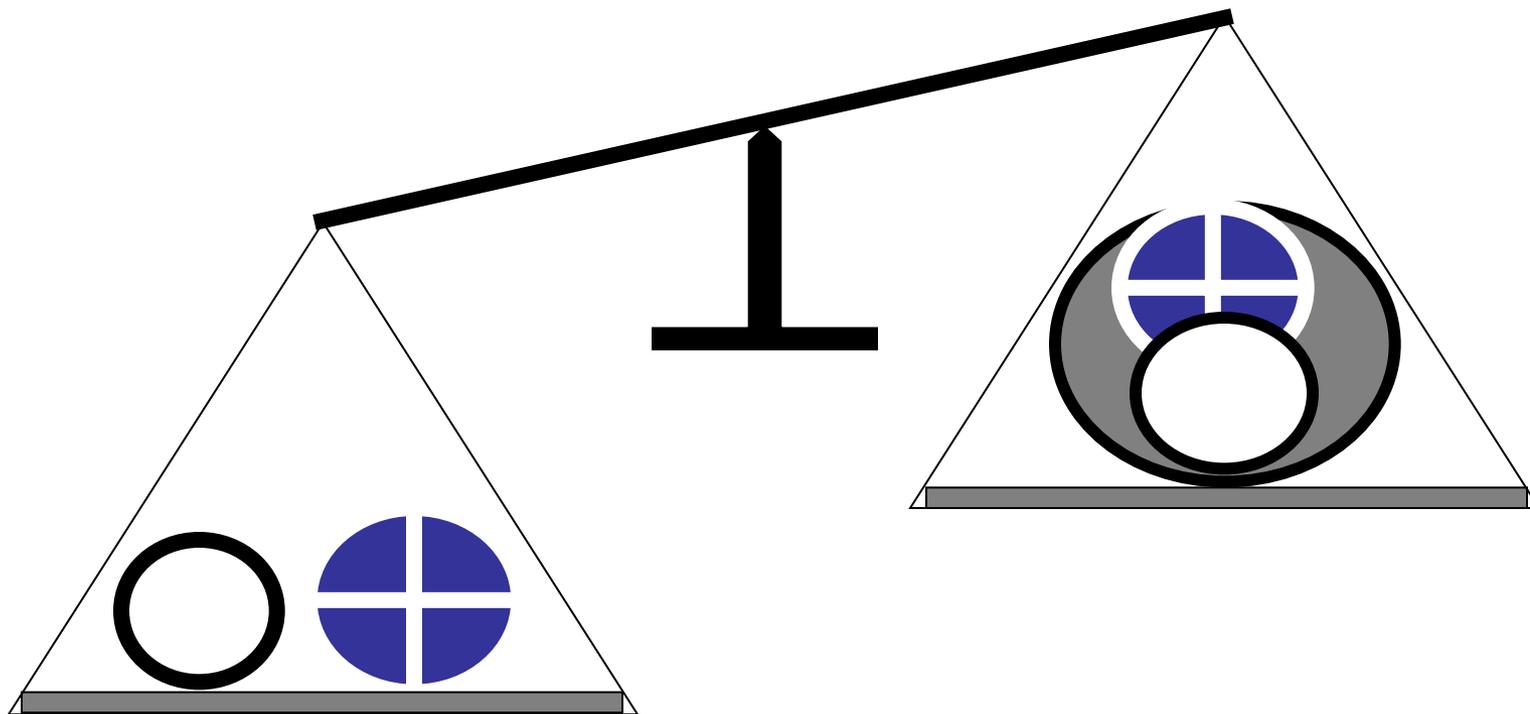
$$E_{\text{св}} = c^2 \sum_{i=1}^n m_i - Mc^2 = c^2 \Delta M, \quad (8.6.3)$$

где **ΔM – дефект массы.**

$$\Delta M = (m_1 + m_2 + \dots + m_i) - M;$$

Видно, что $E_{\text{св}}$ будет положительна, если

$$M < \sum_{i=1}^n m_i$$



Недостаток, дефицит массы!

Это и наблюдается на опыте.

При слиянии частиц энергия связи высвобождается (часто в виде электромагнитного излучения).

Например, ядро U^{238} имеет энергию связи

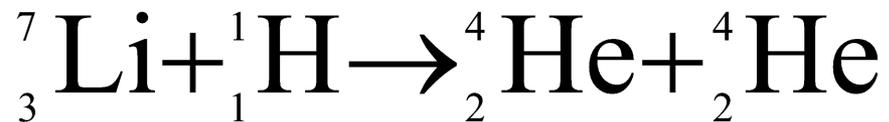
$$E_{\text{св}} = 2,9 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} \approx 1,8 \cdot 10^9 \text{ эВ} = 1,8 \text{ ГэВ.}$$



Недостающая масса превращается в эквивалентное количество энергии

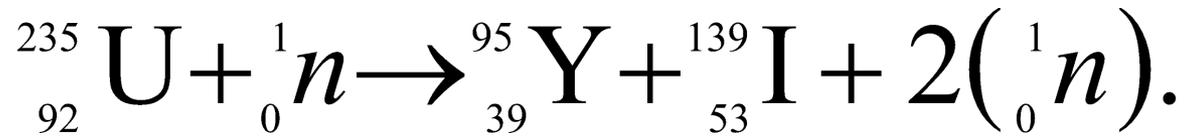
Ядерные реакции

Ядерной реакцией называется процесс взаимодействия атомного ядра с элементарной частицей или другим ядром, приводящий к преобразованию исходного ядра. Например:



Это реакция взаимодействия протона с ядром лития. Реакция протекает с выделением энергии.

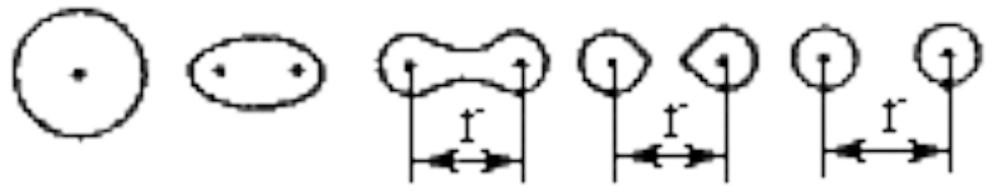
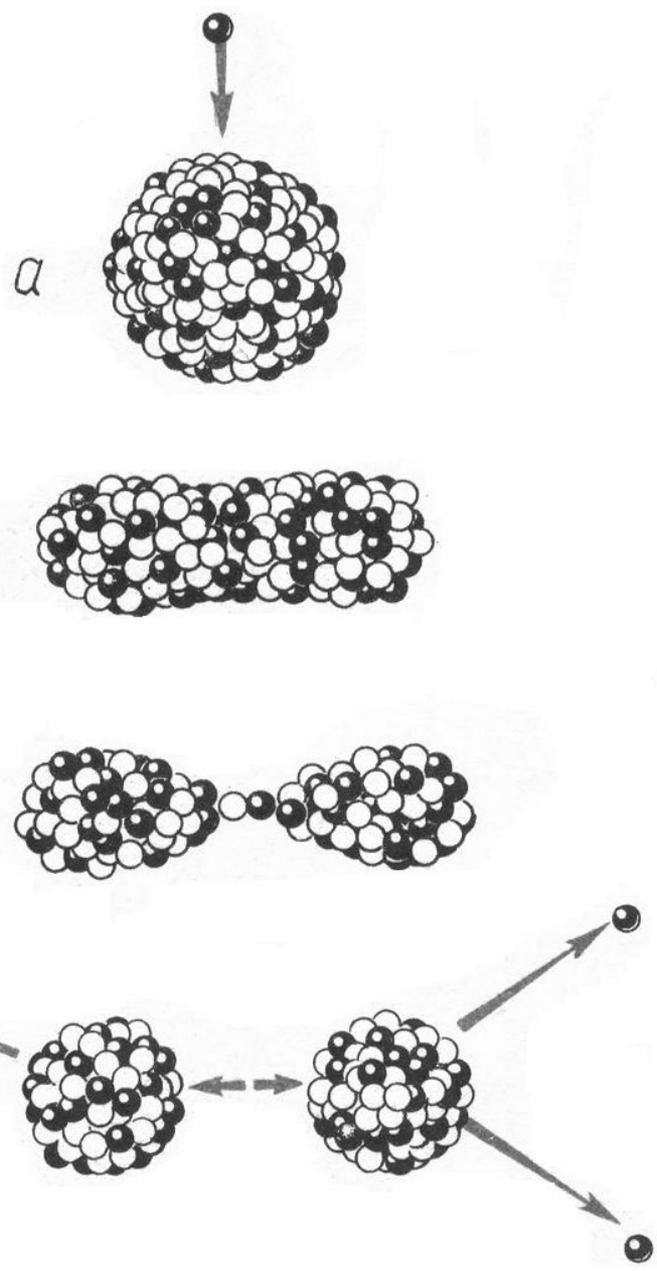
В ядерной энергетике большой практический интерес имеют реакции с участием нейтронов, в частности, **реакция деления ядер** ${}_{92}^{235}\text{U}$



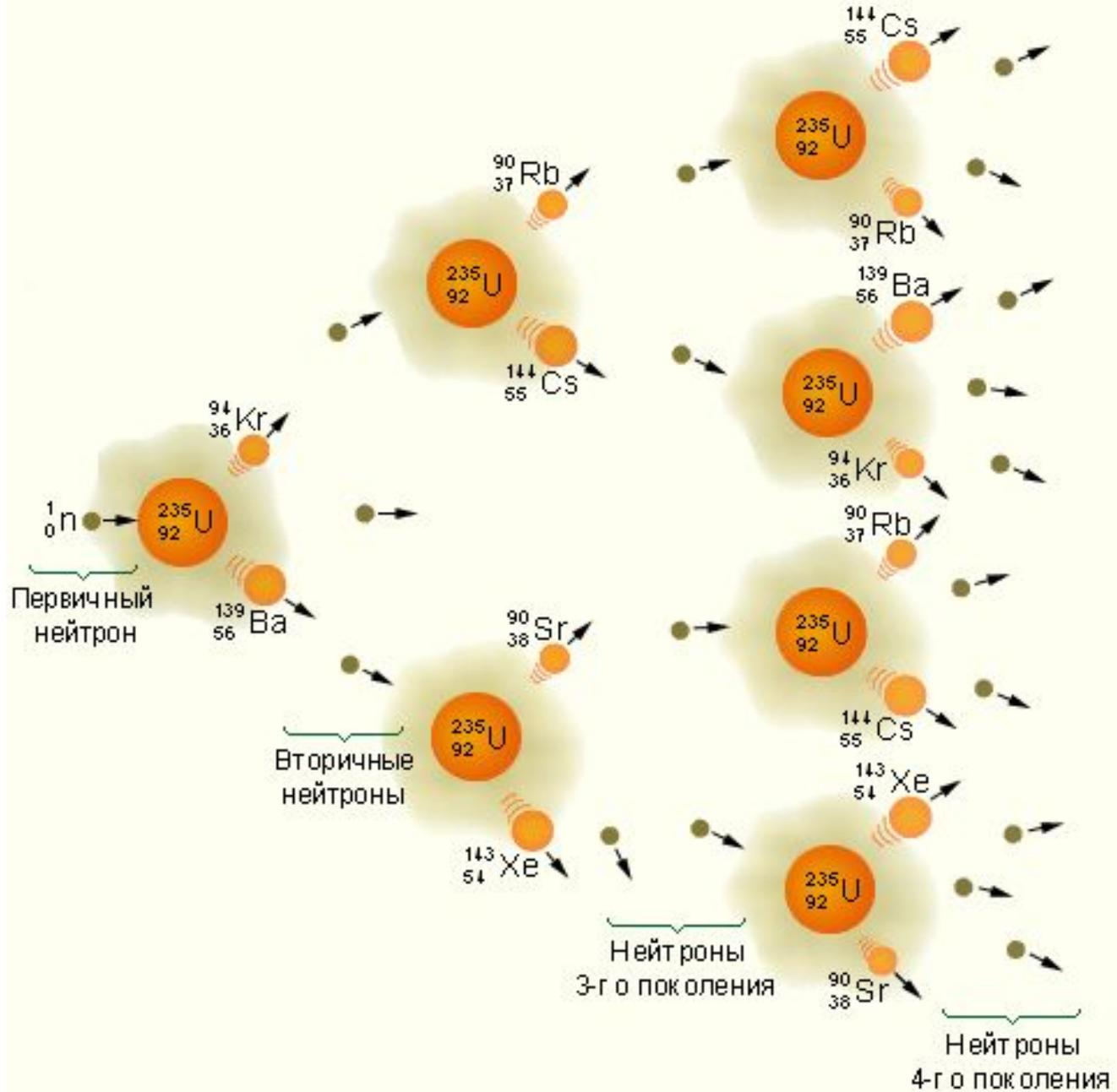
Реакция протекает при **захвате ядрами** ${}_{92}^{235}\text{U}$ **медленных нейтронов**.

Ядра иттрия и йода – это **осколки деления**. Ими могут быть и другие ядра.

Характерно, что в каждом акте деления возникает 2 – 3 нейтрона, которые могут вызвать деление других ядер урана, причем, также с испусканием нейтронов. В результате количество делящихся ядер стремительно нарастает. Возникает *цепная ядерная реакция с выделением большого количества энергии.*



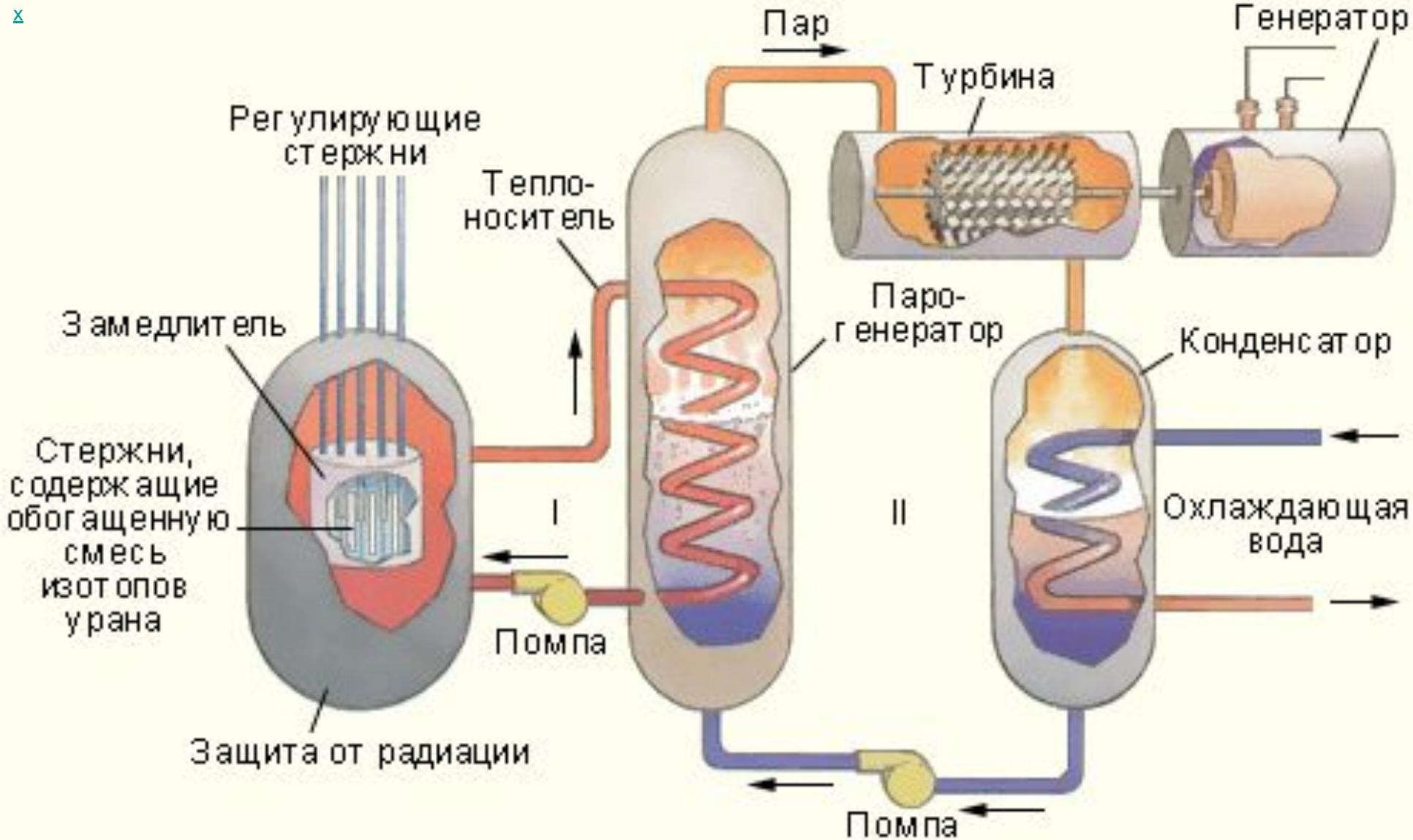
В процессе деления ядро изменяет форму — последовательно проходит через следующие стадии : шар, эллипсоид, гантель, два грушевидных осколка, два сферических осколка.



При каждом делении вылетают 2 или 3 нейтрона

Устройство, в котором поддерживается **управляемая реакция деления** атомных ядер, называется ***ядерным реактором***.

Его основные элементы: ядерное топливо, замедлитель нейтронов, теплоноситель для отвода тепла и устройство для регулирования скорости реакции.

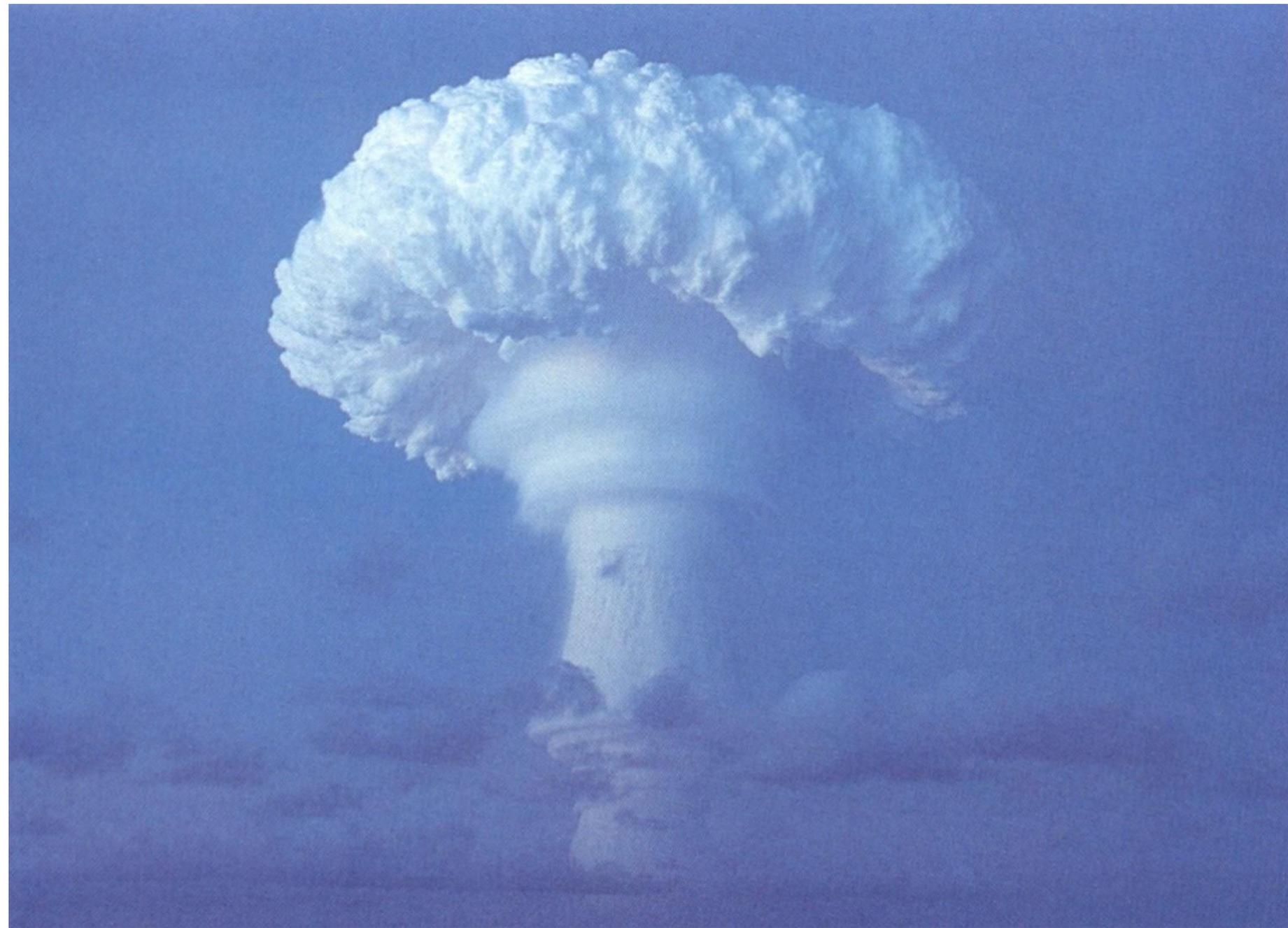


Первая атомная электростанция мощностью 5 МВт была построена пущена в СССР 27.6.1954 г. в г. Обнинске



Неуправляемая ядерная реакция – ядерный взрыв



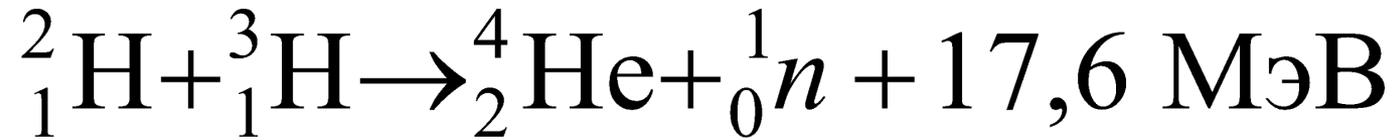


Термоядерные реакции

Термоядерные реакции – это реакции синтеза легких ядер, протекающие при очень высоких температурах. Высокие температуры необходимы для сообщения ядрам энергии, достаточной для того, чтобы сблизиться до расстояния, сравнимого с радиусом действия ядерных сил (10^{-15} м).

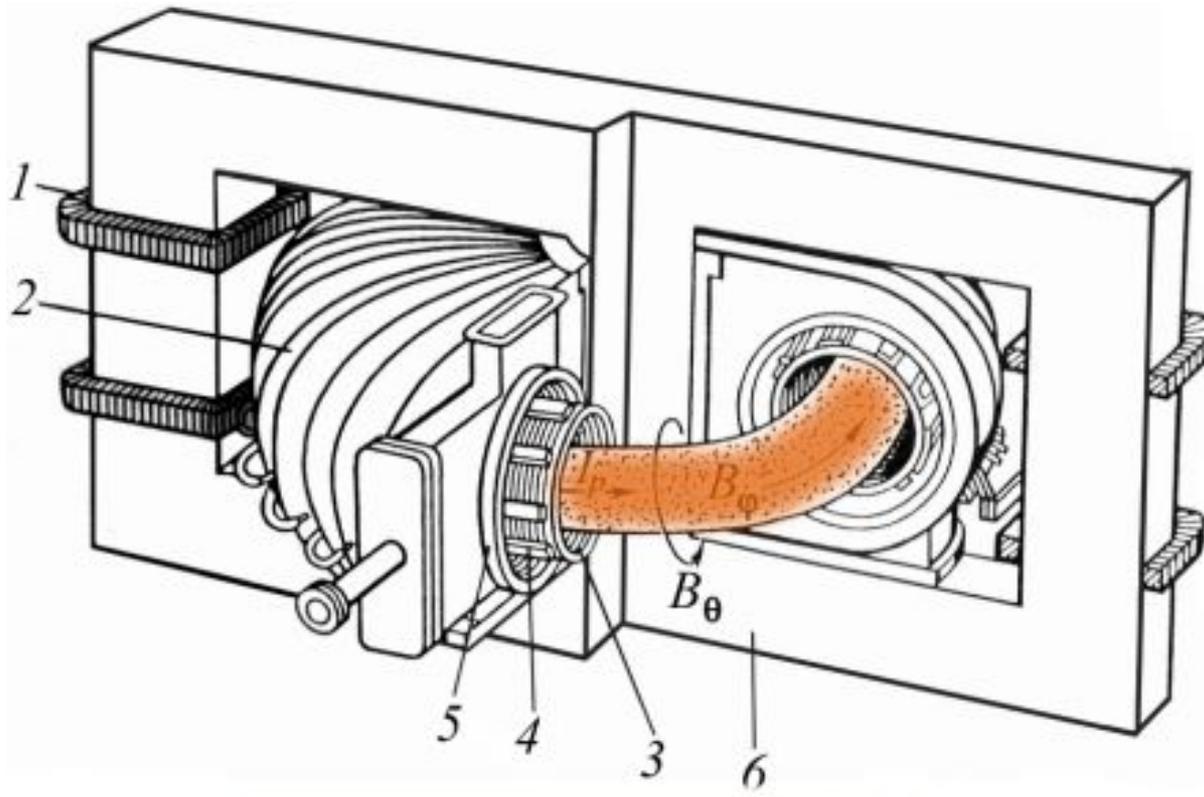
Энергия, выделяющаяся в процессе термоядерных реакций в расчете на один нуклон, существенно превышает удельную энергию, выделяющуюся в процессе реакций деления тяжелых ядер. Так, при синтезе тяжелого водорода – дейтерия, со сверхтяжелым изотопом водорода – тритием, выделяется энергия около 3,5 МэВ на один нуклон, в то время как в процессе деления ядер урана, выделяется примерно 0,85 МэВ энергии на один нуклон.

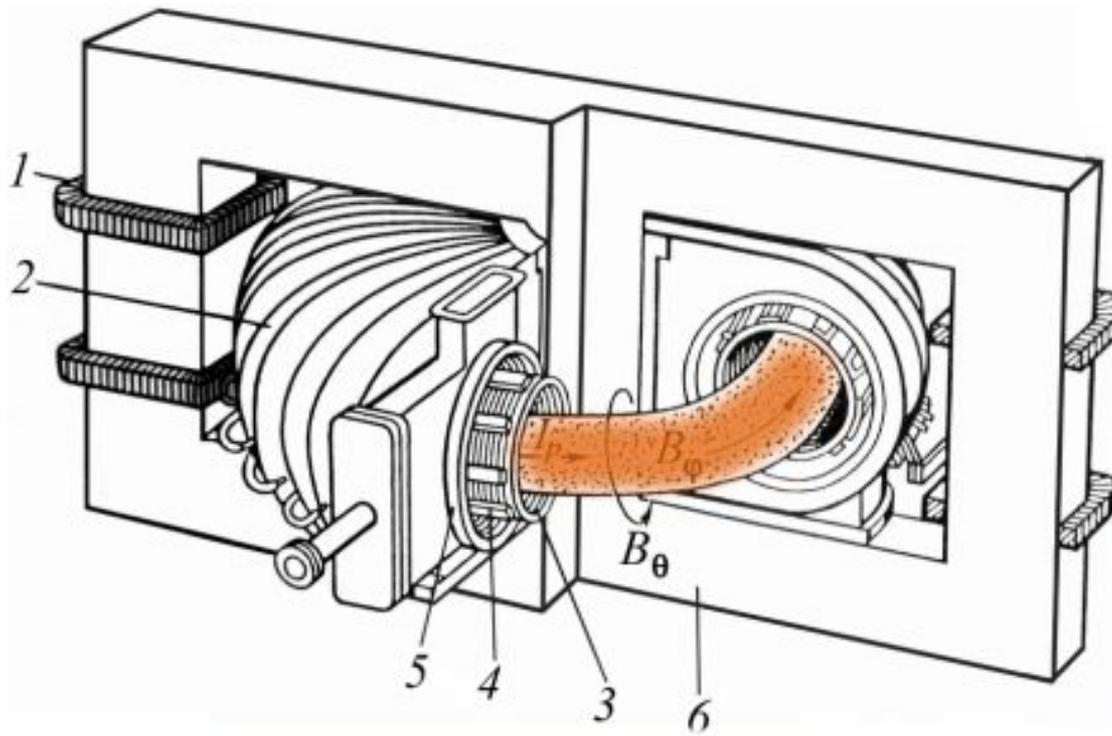
Термоядерная реакция синтеза дейтерия с тритием



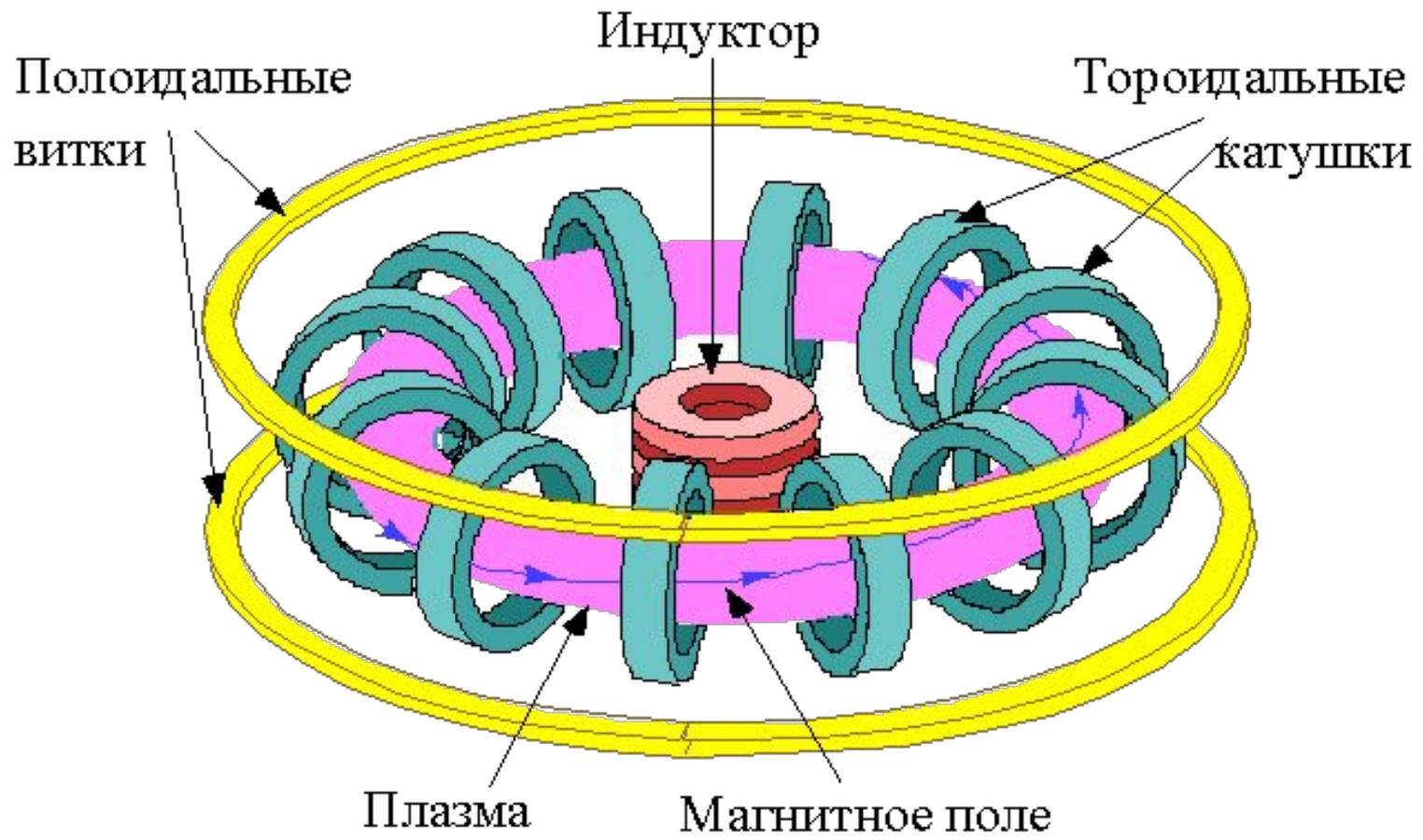
наиболее перспективна в плане получения практически неисчерпаемого источника энергии. Однако, осуществление такой реакции в управляемом режиме, равно как и других реакций синтеза, в настоящее время является пока **проблемной задачей**, хотя успехи в этом направлении несомненны. В настоящее время уже **получена плазма, температура которой порядка $2 \cdot 10^8$ К**, а время удержания не менее 2 с при выделяемой мощности до 2 МВт.

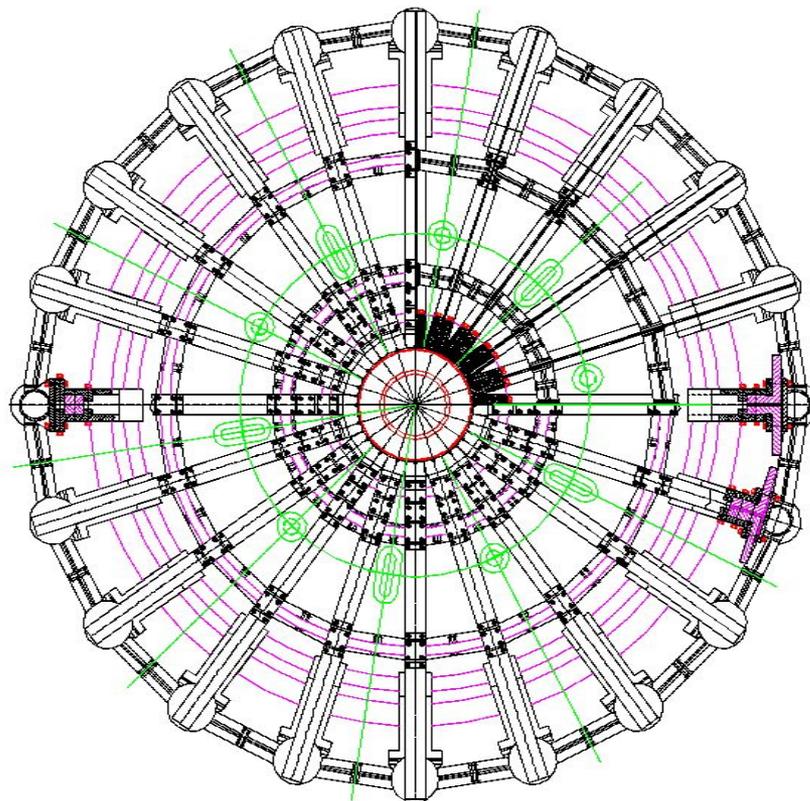
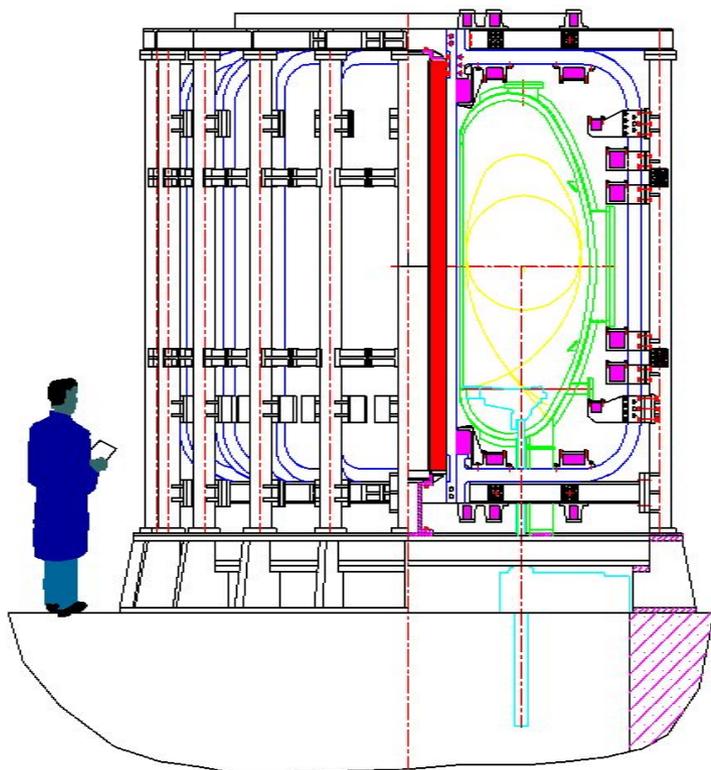
В настоящее время, в рамках осуществления мировой термоядерной программы, интенсивно разрабатываются новейшие системы типа **токамак**.





На рисунке 4.12 изображена **схема токамака**: 1 – первичная обмотка трансформатора; 2 – катушки тороидального магнитного поля; 3 – лайнер, тонкостенная внутренняя камера для выравнивания тороидального электрического поля; 4 – катушки тороидального магнитного поля; 5 – вакуумная камера; 6 – железный сердечник (магнитопровод).

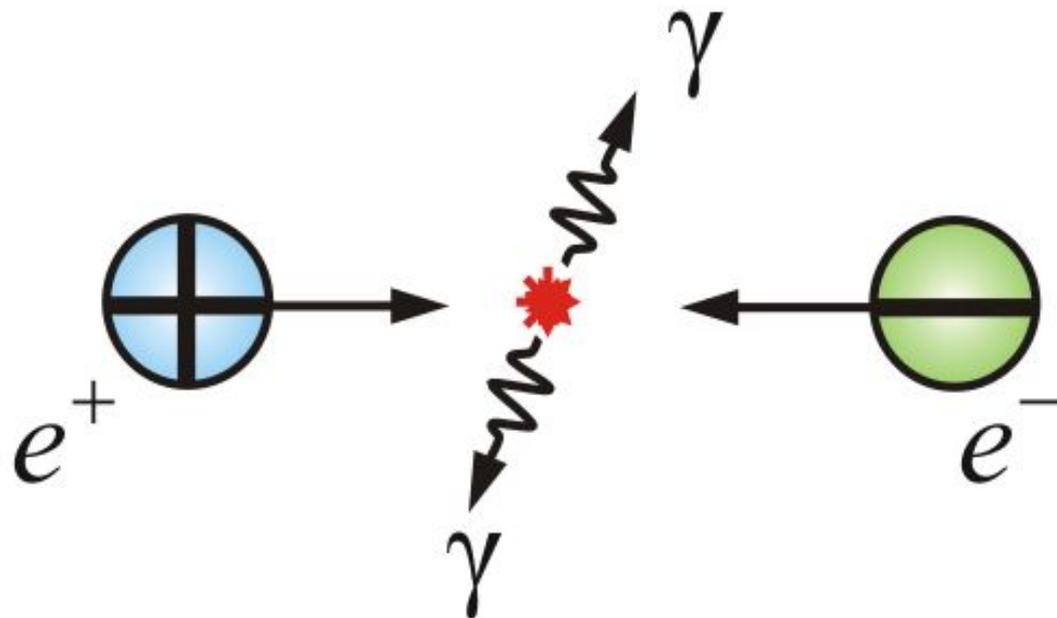




Есть надежда, что термоядерный реактор практического применения будет создан уже в первой четверти XXI века.

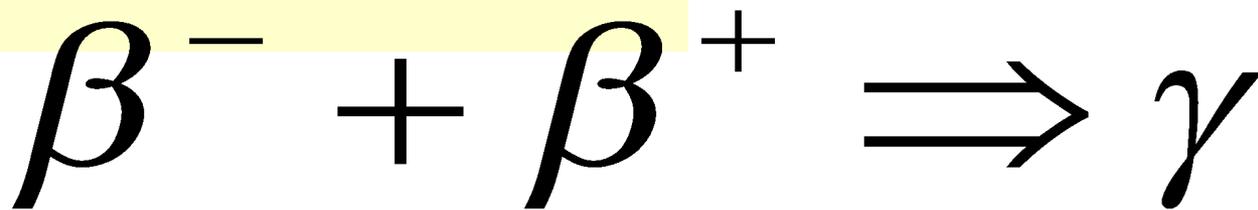
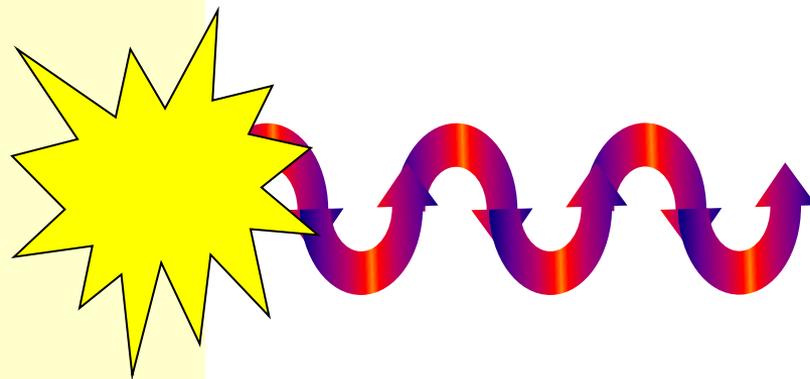
При ядерных реакциях выделяется в виде энергии не более 0,1 % массы вещества.

Полностью энергия покоя выделяется только при **аннигиляции**, в виде электромагнитного излучения, как например, при аннигиляции электрона и позитрона

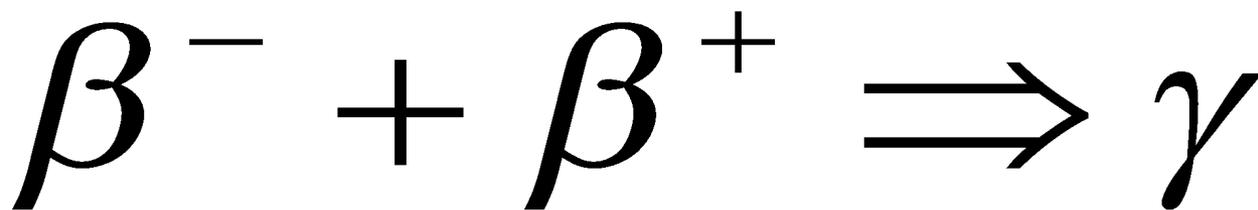
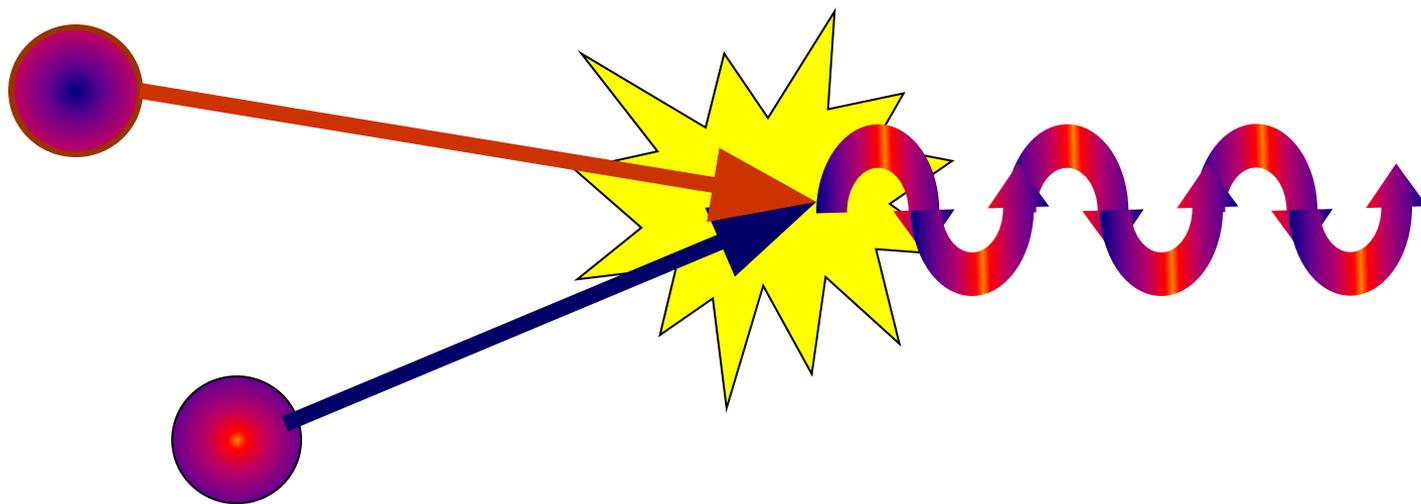


ПОБЕДА ПРОГНОЗАНУ СТО

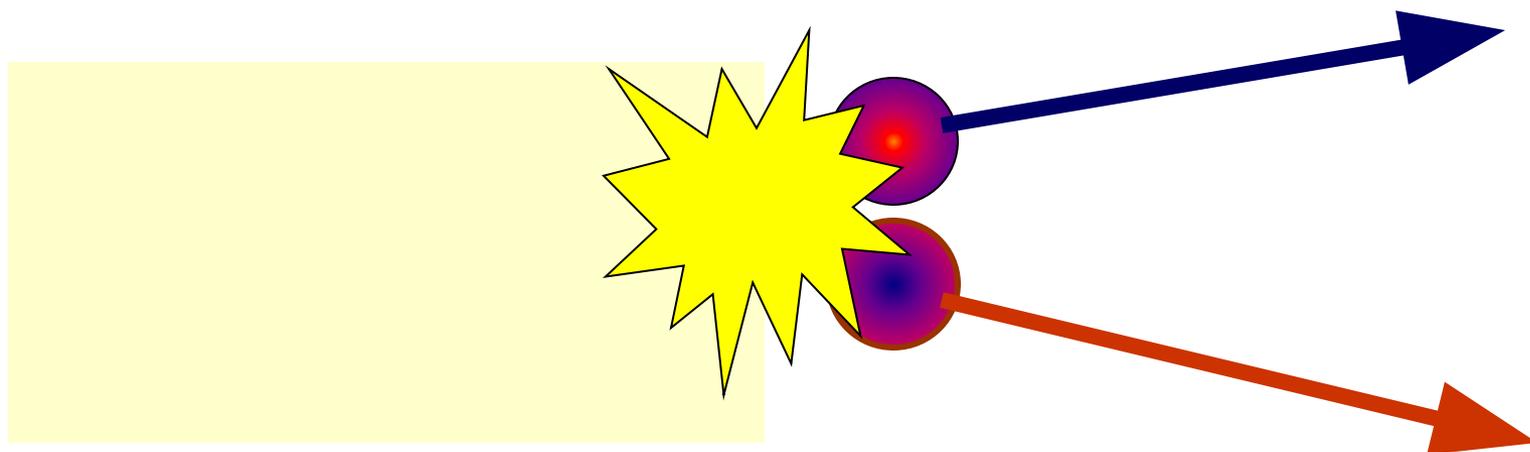
Аннигиляция частицы и античастицы



Аннигиляция частицы и античастицы

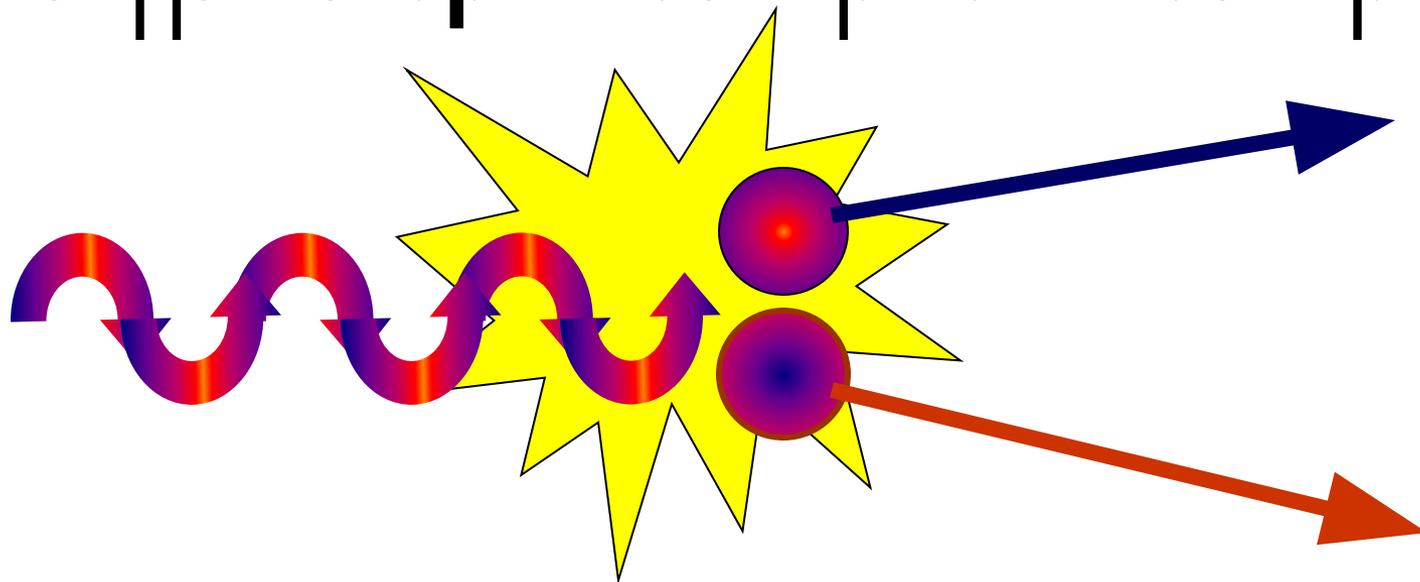


Рождение пары: "частица и античастица"



$$\gamma \Rightarrow \beta^{-} + \beta^{+}$$

Рождение пары: "частица и античастица"



$$\gamma \Rightarrow \beta^{-} + \beta^{+}$$

Именно утверждение о том, что в покоящейся массе (материи) огромные запасы энергии, является главным практическим следствием СТО E_0 – *внутренняя энергия частицы* (учитывающая все).

Полная энергия в теории относительности складывается из энергии покоя и кинетической энергии (K). Тогда

$$K = E - E_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - mc^2 = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

$$K = E - E_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - mc^2 = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$$

Справедливость теории проверяется
принципом соответствия: при $v \ll c$
должно быть

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

самостоятельно получить!

Получим еще одно очень важное соотношение, связывающее полную энергию с импульсом частицы.

Из уравнения (8.5.2) $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$

получим:

$$E = c\sqrt{m^2c^2 + p^2}$$

Таким образом, получили **инвариантное выражение, связывающее энергию и импульс.**

