

Algebriskas nevienādības

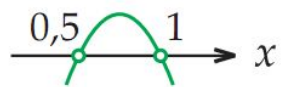
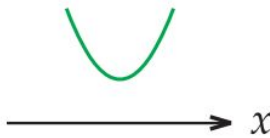
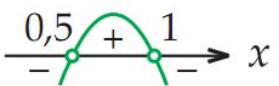
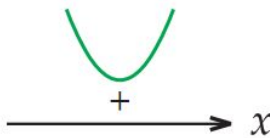
**Autore: Mag. paed.,
matemātikas skolotāja
Irina Maslobojeva**

Nevienādības, nevienādību sistēmas un to atrisinājumi

Divas mainīgā x izteiksmes $A(x)$ un $B(x)$, kas savienotas ar vienu no zīmēm " $>$ ", " $<$ " vai " $\geq$ ", " $\leq$ ", veido **viena mainīgā nevienādību**.

Nevienādības atrisinājumu kopu veido visas tās mainīgā x vērtības, kuras ievietojot nevienādībā, iegūst pareizu skaitlisku nevienādību.

Nevienādību atrisinājumi

Risinājuma solis	Piemēri	
	a) $-2x^2 + 3x - 1 > 0$	b) $4x^2 + x + 2 \geq 0$
1) Atrod atbilstoša kvadrātvienādojuma saknes (ja tādas ir)	$-2x^2 + 3x - 1 = 0$ $x_1 = 0,5$ $x_2 = 1$	$4x^2 + x + 2 = 0$ $D = -31 < 0$, sakņu nav, parabola skaitļu asi nekrusto
2) Tās atliek uz skaitļu stara un uzskicē atbilstošu parabolu, ievērojot zaru vērsumu un sakņu skaitu (ja $a > 0$, parabolas zari vērsti uz augšu, ja $a < 0$ — uz leju)	$a = -2$, zari vērsti uz leju 	$a = 4$, zari vērsti uz augšu 
3) Noskaidro nevienādības zīmes skaitļu intervālos		
4) Pieraksta atbildi	$x \in (0,5;1)$	$x \in \mathbb{R}$

Atceries!

Nevienādību sistēmas ar vienu mainīgo **atrisinājumu kopa** sastāv tikai no tām mainīgā vērtībām, kas pieder katras sistēmā ietvertās nevienādības atrisinājumu kopai.

Tāpēc **nevienādību sistēmas atrisinājumu kopa** ir atsevišķo nevienādību atrisinājumu kopu šķēlums.

Ekvivalentas nevienādības un ekvivalenti pārveidojumi

Nevienādības $A(x) > B(x)$ (vai " $<, \leq, \geq$ ") **definīcijas apgabalū** veido visas tās mainīgā x vērtības, ar kurām gan izteiksmei $A(x)$, gan $B(x)$ ir matemātiska jēga.

Divas **nevienādības** sauc par **ekvivalentām**, ja abu nevienādību atrisinājumu kopas ir vienādas.

Ekvivalentas nevienādības un ekvivalenti pārveidojumi

Ja nevienādības $A(x) > B(x)$ (vai " $<$ ", " $\leq$ ", " $\geq$ ") definīcijas apgabals ir kopa D , un izteiksme $C(x)$ ir definēta visiem šīs kopas elementiem, tad

- nevienādības $A(x) > B(x)$ un $A(x) + C(x) > B(x) + C(x)$ ir ekvivalentas,
- ja $C(x) > 0$ visiem kopas D elementiem, nevienādības $A(x) > B(x)$ un $A(x) \cdot C(x) > B(x) \cdot C(x)$ ir ekvivalentas,
- ja $C(x) < 0$ visiem kopas D elementiem, nevienādības $A(x) > B(x)$ un $A(x) \cdot C(x) < B(x) \cdot C(x)$ ir ekvivalentas.

Daļveida nevienādības

Nevienādību, kuras vispārīgais veids ir $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ (vai " $<$, $\leq$, $\geq$ "), $f(x)$ un $g(x)$ ir polinomi, sauc par **racionālu daļveida nevienādību**.

Racionāla daļveida nevienādība ir definēta visiem reāliem x , izņemot tos, kuriem $g(x) = 0$.

Dalveida nevienādības atrisināšana, to aizstājot ar nevienādību sistēmām

Lai pielietotu šo metodi, izmanto dalījuma salīdzināšanu ar 0. Ja nevienādība nav dota nevienādības $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ (vai „<, ≤, ≥”) veidā, tad, veicot ekvivalentus pārveidojumus, to attiecīgi pārveido šādā formā.

Dalās vērtība var būt pozitīva tikai tad, ja skaitītāja un saucēja izteiksmēm ir vienādas zīmes.

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \text{ tad un tikai tad ja } \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \text{ vai } \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \text{ tad un tikai tad ja } \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \text{ vai } \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \text{ tad un tikai tad ja } \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \text{ vai } \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0 \text{ tad un tikai tad ja } \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \text{ vai } \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

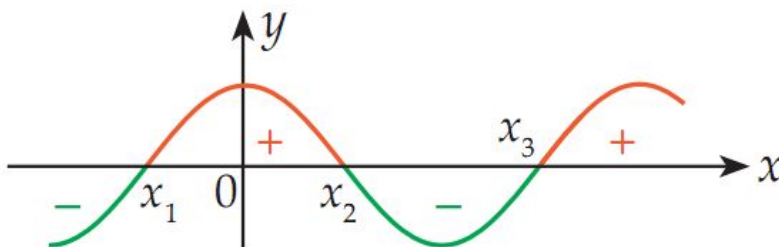
Intervālu metode

Intervālu metodi izmanto tādu nevienādību atrisināšanā, kas ir uzrakstāmas formā

$$A(x) \cdot B(x) \cdot C(x) \cdot \dots > 0 \text{ vai } \frac{A(x) \cdot B(x) \cdot \dots}{C(x) \cdot D(x) \cdot \dots} > 0$$

Intervālu metodes grafiskais atrisināšanas paņēmiens

Lai noteiktu reizinājuma vai dalījuma atsevišķo locekļu zīmju maiņu intervālus, var izmantot funkcijas grafika īpašību — ja **funkcijas vērtības** kādā intervālā **ir pozitīvas**, tās grafiks atrodas **virs x ass**, ja **negatīvas** — **zem x ass** (skat. 1.1. att.).



1.1. att.

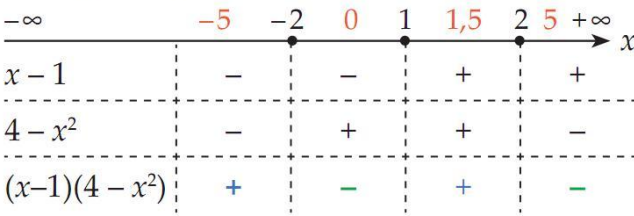
Intervālu metodes analītiskais atrisināšanas paņēmiens

Nevienādību risināšanai, kuras ir uzrakstāmas formā

$$A(x) \cdot B(x) \cdot C(x) \cdot \dots > 0 \text{ vai } \frac{A(x) \cdot B(x) \cdot \dots}{C(x) \cdot D(x) \cdot \dots} > 0$$

(vai " $<$ ", " $\leq$ ", " $\geq$ "), var izmatot arī **intervālu metodes analītisko paņēmienu** — veikt spriedumus par reizinātāju zīmi neskiecējot atbilstošo funkciju grafikus.

Algoritms

Algoritma solis	Nevienādības $(x - 1)(4 - x^2) \geq 0$ risināšana
1) Katru nevienādības polinomu pielīdzina 0 un atrisina iegūtos vienādojumus	$x - 1 = 0$ $x_1 = 1$ $4 - x^2 = 0$ $x^2 = 4$ $x_2 = 2, \quad x_3 = -2$
2) Iegūtās vērtības atliek uz skaitļu ass, izveidojot vairākus intervālus	Risinājumu ērti attēlot shematiski. 
3) Katrā no intervāliem izvēlas kādu tā iekšēju punktu	Pirmajā intervālā izvēlamies skaitli -5 un nosakām reizinātāju zīmes: $x - 1 = -5 - 1 < 0, \quad 4 - x^2 = 4 - (-5)^2 < 0$ Līdzīgi rīkojamies visos citos intervālos.
4) Nosaka katra nevienādības reizinātāja (polinoma) zīmi	
5) Nosaka reizinājuma vai dalījuma zīmi katrā intervālā	
6) Pieraksta atbildi, ievērojot dotās nevienādības veidu	Tā kā dotā nevienādība ir nestingra ($\geq$), tad intervālu galapunkti pieder atrisinājumam. Nevienādības atrisinājumu kopa ir: $x \in (-\infty; -2] \cup [1; 2]$

Nevienādību $|f(x)| < a$, $|f(x)| > a$, $|f(x)| \leq a$, $|f(x)| \geq a$, kur $a \in \mathbb{R}$, atrisināšana

Nevienādības $|f(x)| < a$ un nevienādību sistēmas
$$\begin{cases} f(x) < a \\ f(x) > -a \end{cases}$$
 atrisinājumu kopas ir vienādas.

Nevienādības $|f(x)| > a$, ja $a \geq 0$, atrisinājumu kopa ir vienāda ar nevienādību $f(x) > a$ un $f(x) < -a$ atrisinājumu kopu apvienojumu.

Paldies par uzmanību!