8 класс алгебра

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

6. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ (УРОКИ 17 - 18).

Цели:

- ✔Изучить правила преобразования рациональных выражений;
- ✔Научиться упрощать выражения;
- ✔Научиться доказывать тождества.

Рациональное число можно представить

в виде $\frac{P}{Q}$, где Р – целое число,

Q – натуральное число.

Рациональные числа - все целые числа и все дроби, как положительные так и отрицательные.

Рациональное выражение – алгебраическое выражение составленное из чисел и переменных

с помощью арифметических операций и возведения в натуральную степень.

Дробное выражение – это алгебраическая дробь.

Целое выражение - выражение представленное в виде многочлена .

Изучение новой темы

Для преобразования рациональных выражений
принят тот же порядок действий, что и для
преобразования числовых выражений.

Это значит, что сначала выполняют действия
в скобках, затем действия второй ступени
(умножение, деление, возведение в степень),
а затем действия первой ступени
(сложение, вычитание).

Рассмотрим наиболее сложные задания:

Рассмотрим пример 1.

Упростить выражение.

$$\left(\overset{a}{\frac{1}{c}}+\overset{c}{\frac{1}{a}}\right):(c+a)+ca\cdot\left(\overset{a}{\frac{1}{c}}-\overset{c}{\frac{1}{a}}\right)=$$

$$=\left(\frac{a+c}{c\cdot a}\right):(c+a)+ca\cdot\left(\frac{a-c}{c\cdot a}\right)=$$

$$=\left(\frac{a+c}{c\cdot a}\right)\left(\frac{1}{c+a}\right)+ca\cdot\left(\frac{a-c}{c\cdot a}\right)=$$

$$=\frac{\cancelto{1}{(a+c)}}{c\cdot a\cdot\underset{1}{\cancel{(c+a)}}}+\cancelto{1}{ca}\cdot\left(\frac{a-c}{\underset{1}{\cancel{c\cdot a}}}\right)=\frac{1}{c\cdot a}+(a-c).$$

Рассмотрим пример 2.

Упростить выражение:

$$a)\left(\frac{a^2}{a+b}-\frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}\right):\left(\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2-b^2}\right)$$

Решение

Для упрощения выражения выбираем способ преобразования
по действиям.

$$1)\ \frac{a^2}{a+b}-\frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}=\frac{a^2}{a+b}^{\backslash a+b}-\frac{a^3}{(a+b)^2}^{\backslash 1}=$$

$$=\frac{a^2(a+b)-a^3}{(a+b)^2}=\frac{\cancel{a^3}+a^2b-\cancel{a^3}}{(a+b)^2}=\frac{a^2b}{(a+b)^2}.$$

$$2)\ \frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2-b^2}=\frac{a^{\overset{a-b}{}}}{a+b}-\frac{a^{2\ \overset{1}{}}}{(a-b)(a+b)}=$$

$$=\frac{a(a-b)-a^2}{(a-b)(a+b)}=\frac{\cancel{a^2}-ab-\cancel{a^2}}{(a-b)(a+b)}=\frac{-ab}{(a-b)(a+b)}.$$

$$3)\ \frac{a^2b}{(a+b)^2}:\frac{-ab}{(a-b)(a+b)}=-\frac{\overset{1}{\cancel{a^2}}\cdot\overset{1}{\cancel{b}}\cancel{(a+b)}(a-b)}{(a+b)^{\cancel{2}}\underset{1}{\cancel{a}}\cdot\underset{1}{\cancel{b}}}=$$

$$=-\frac{a(a-b)}{(a+b)}=\frac{a(b-a)}{a+b}.$$

Рассмотрим пример 3.

Упростить выражение:

$$б)\ \frac{z-2}{4z^2+16z+16}:\left(\frac{z}{2z-4}-\frac{z^2+4}{2z^2-8}-\frac{2}{z^2+2z}\right)=$$

Решение:

Для упрощения выражения выбираем способ преобразования цепочкой.

$$=\frac{z-2}{4z^2+16z+16}:\left(\frac{z}{2(z-2)}-\frac{z^2+4}{2(z^2-4)}-\frac{2}{z(z+2)}\right)=$$

$$=\frac{z-2}{4(z^2+4z+4)}:\left(\frac{z}{2(z-2)}-\frac{z^2+4}{2(z^2-4)}-\frac{2}{z(z+2)}\right)=$$

$$=\frac{z-2}{4(z+2)^2}:\left(\frac{\overset{Z(Z+2)}{z}}{2(z-2)}-\frac{\overset{z}{z^2+4}}{2(z^2-4)}-\frac{\overset{2(z-2)}{2}}{z(z+2)}\right)=$$

$$=\frac{z-2}{4(z+2)^2}:\left(\frac{z^2(z+2)-z(z^2+4)-4(z-2)}{2z(z^2-4)}\right)=$$

$$=\frac{z-2}{4(z+2)^2}:\left(\frac{\cancel{z^3}+2z^2-\cancel{z^3}\underline{-4z}\,\underline{-4z}+8}{2z(z^2-4)}\right)=$$

$$=\frac{z-2}{4(z+2)^2}:\left(\frac{2z^2-8z+8}{2z(z^2-4)}\right)=$$

$$=\frac{z-2}{4(z+2)^2}:\left(\frac{2(z^2-4z+4)}{2z(z^2-4)}\right)=$$

$$=\frac{z-2}{4(z+2)^2}:\left(\frac{{}^{1}\cancel{2}(z-2)^2}{{}_{1}\cancel{2}z(z^2-4)}\right)=$$

$$=\frac{z-2}{4(z+2)^2}\cdot\left(\frac{z(z^2-4)}{(z-2)^2}\right)=$$

$$=\frac{\overset{1}{\cancel{(z-2)}}\,\overset{1}{\cancel{(z-2)}}\,\overset{1}{\cancel{(z+2)}}\,z}{4(z+2)^{\cancel{2}}\,\underset{1}{\cancel{(z-2)^2}}}=\frac{z}{4(z+2)}.$$

Доказать тождество – это значит установить, что при всех допустимых значениях переменной его левая и правая части тождественно равные выражения.

Способы доказательства тождества:

1) Преобразовывают левую часть и получают в итоге
правую часть;
2) Преобразовывают правую часть и получают в итоге
левую часть;
3) По отдельности преобразовывают правую, а затем
левую часть и в итоге получают равные выражения;
4) Составляют разность левой и правой части и в итоге получают нуль.

Какой способ выбрать – зависит от конкретного вида тождества, которое предлагают доказать.

Рассмотрим пример 4.

Доказать тождество.

$$\left(\frac{y^2-10y+25}{y^2-25}\right)^3 : \left(\frac{y-5}{2y+10}\right)^3 = 8.$$

Решение

Для доказательства тождества выбираем первый способ:
преобразуем левую часть.

$$\left(\frac{y^2-10y+25}{y^2-25}\right)^3 : \left(\frac{y-5}{2y+10}\right)^3 =$$

$$=\left(\frac{(y-5)^2}{(y-5)(y+5)}\right)^3 \cdot \left(\frac{2y+10}{y-5}\right)^3 =$$

$$=\left(\frac{(y-5)^{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{(y-5)}}(y+5)}\right)^3 \cdot \left(\frac{2(y+5)}{y-5}\right)^3 =$$

$$=\left(\frac{(y-5)}{(y+5)}\right)^3\cdot\left(\frac{2(y+5)}{y-5}\right)^3=$$

$$=\frac{(y-5)^3}{(y+5)^3}\cdot\frac{8(y+5)^3}{(y-5)^3}=$$

$$=\frac{8\cancelto{1}{(y-5)^3}\cancelto{1}{(y+5)^3}}{\cancelto{1}{(y+5)^3}\cancelto{1}{(y-5)^3}}=8.$$

И так, 8 = 8.

Тождество справедливо лишь для допустимых значений переменной y.

Ответить на вопросы:

1. Какие числа называются рациональными?
2. Какое выражение называется дробным?
3. Какое выражение называется рациональным?
4. Что значит доказать тождество?
5. Какие способы доказательства тождества можно назвать?