



# Графический метод решения квадратных неравенств

Алгебра 8 класс



# Определение

**Квадратными** неравенствами называют неравенства вида

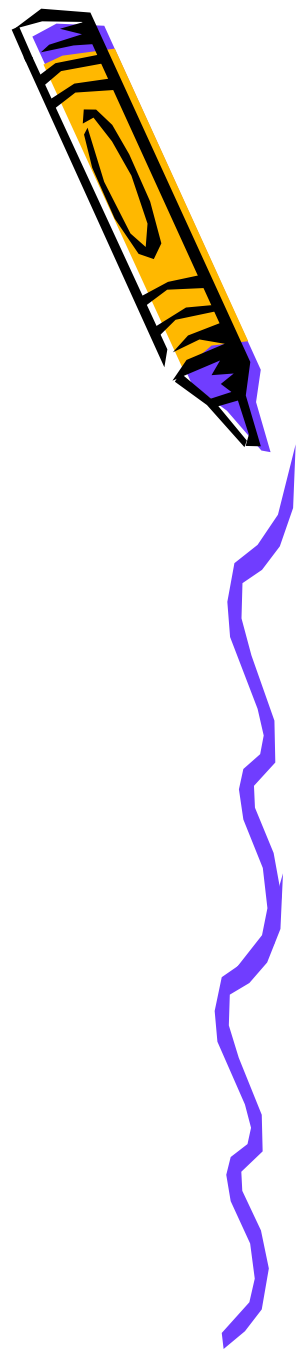
$$ax^2 + bx + c > 0,$$

$$ax^2 + bx + c < 0,$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0,$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0,$$

где  $a \neq 0$



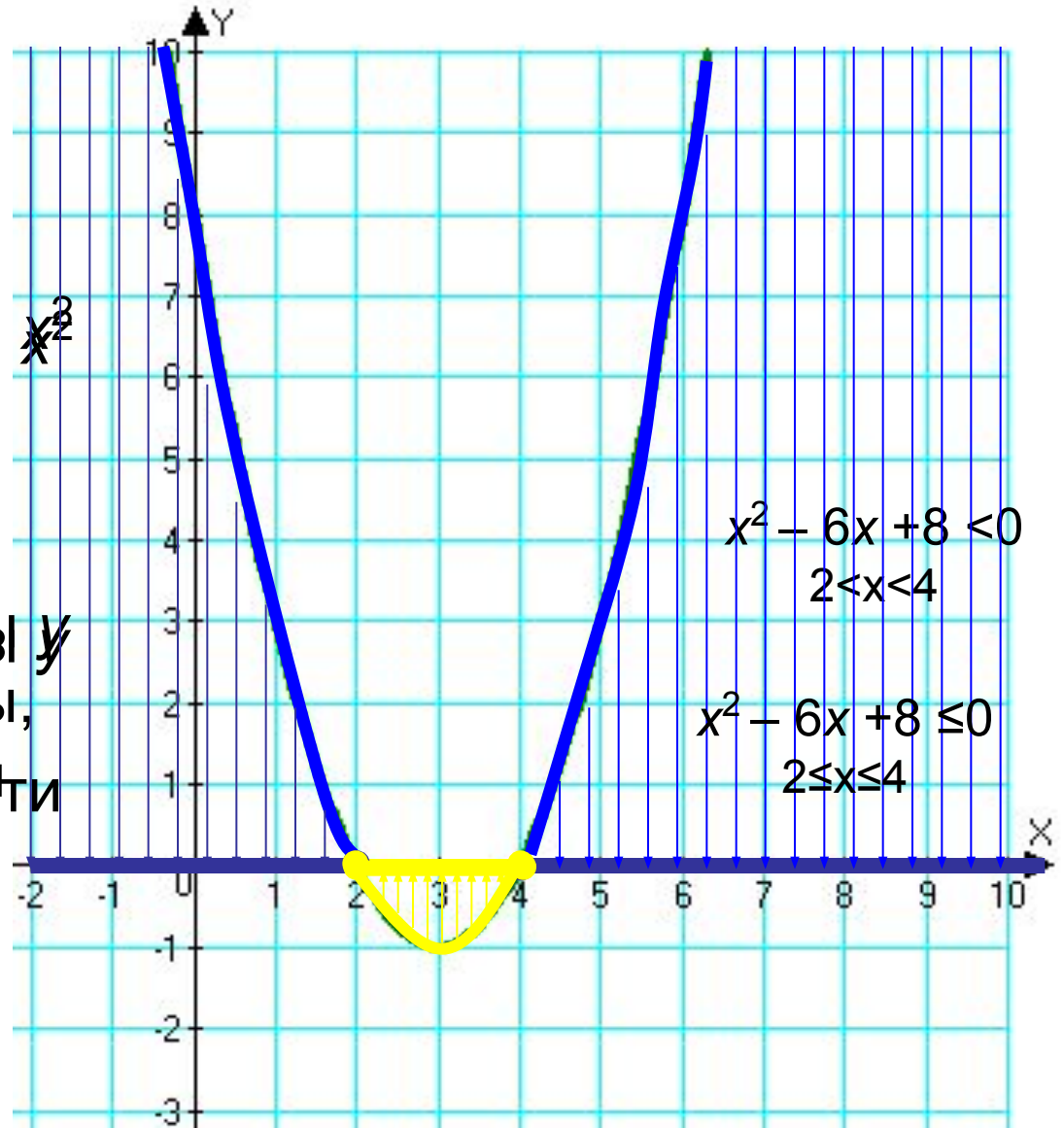
По графику функции  $y = x^2 - 6x + 8$  определить, при каких значениях  $x$  а)  $y=0$ , б)  $y>0$ , в)  $y<0$ .

$y=0$  при  $x=2$  и  $x=4$

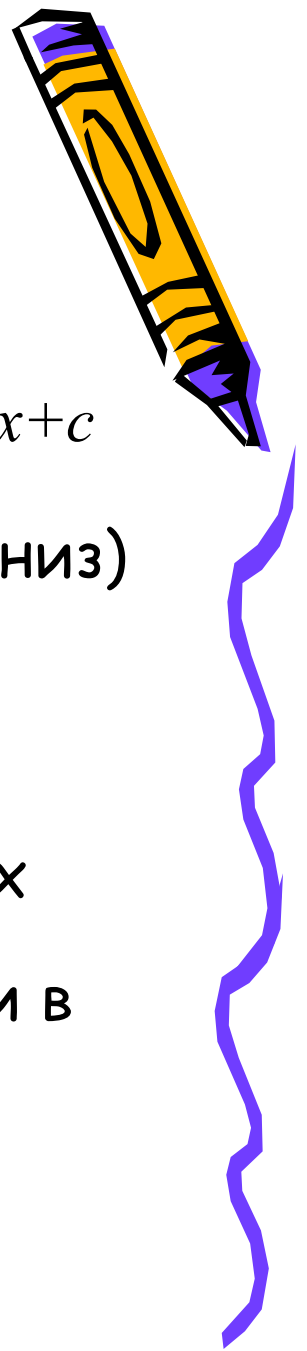
$y>0$  при  $x<2$  и  $x>4$

$y<0$  при  $2<x<4$

Решить неравенство  $x^2 - 6x + 8 \leq 0$  это значит ответить на вопросы, при каких значениях  $x$  ординаты точек параболы  $y \equiv x^2 - 6x + 8$  отрицательны, т.е. найти значения  $x$ , при которых точки параболы лежат ниже или на оси  $Ox$



# Алгоритм решения квадратного неравенства



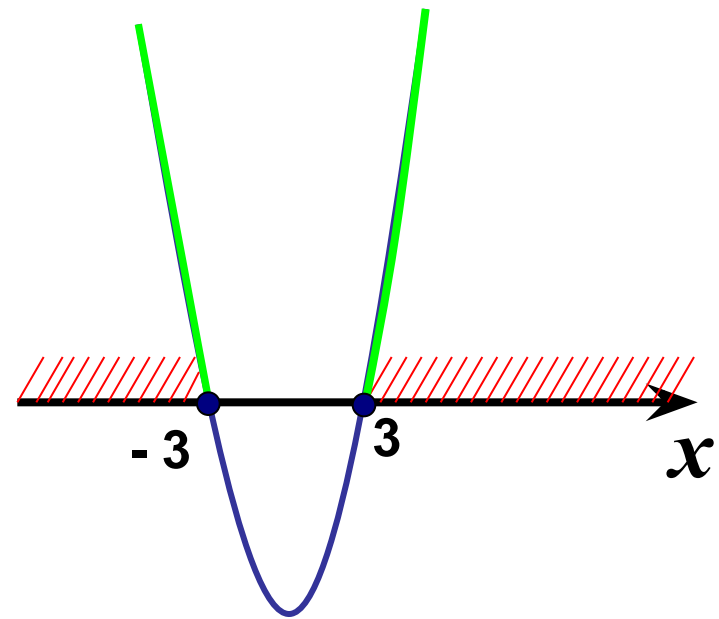
1. Найти корни квадратного трехчлена  $ax^2+bx+c$
2. Отметить найденные корни на оси  $x$  и определить куда направлены (вверх или вниз) ветви параболы, служащей графиком функции  $y=ax^2+bx+c$ ; сделать набросок графика.
3. С помощью полученной геометрической модели определить, на каких промежутках оси  $x$  ординаты графика положительны (отрицательны); включить эти промежутки в ответ.



# Пример 1

Решить неравенство:  $x^2 - 9 \geq 0$

1.  $x^2 - 9 = 0$ ,  $x^2 = 9$ ,  $x_{1,2} = \pm 3$ ,  
отмечаем корни на оси  $Ox$
2. Ветви параболы направлены  
вверх ( $a = 1$ ,  $1 > 0$ )
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения  $x$ , при которых  
точки параболы лежат **выше**  
**или на оси  $Ox$**  (знак  $y$   
неравенства нестрогий " $\geq$ ")
5. *Ответ:*  $x \leq -3$ ,  $x \geq 3$



$$x \leq -3$$

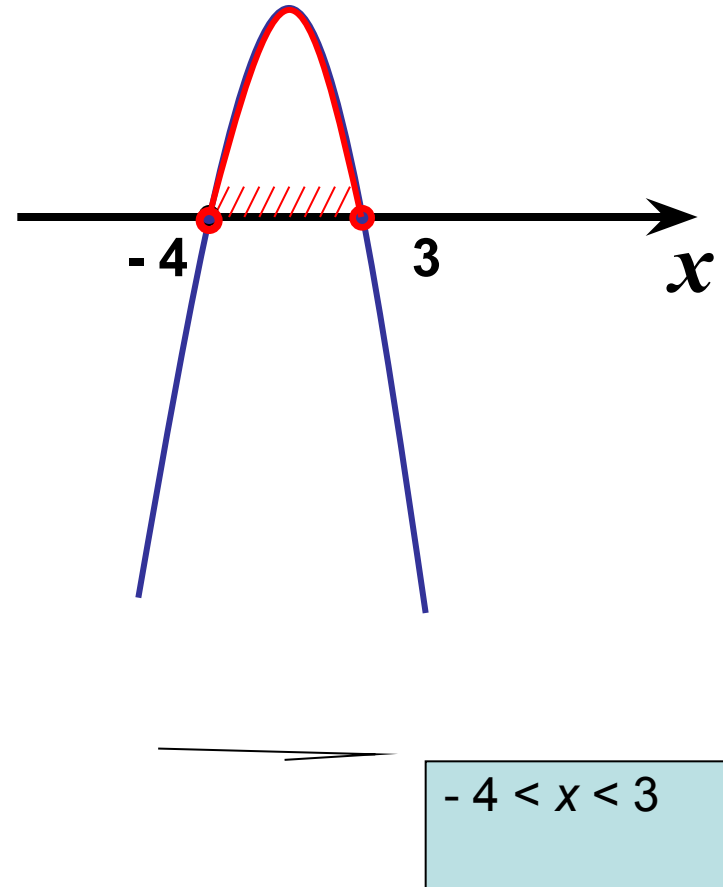
$$x \geq 3$$

# Пример 2

Решить неравенство:

$$-x^2 - x + 12 > 0$$

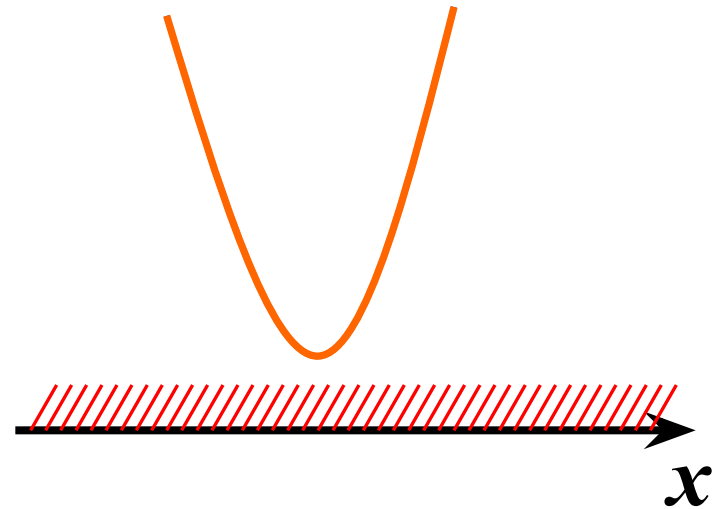
1.  $-x^2 - x + 12 = 0$ ,  $x_1 = -4$ ,  $x_2 = 3$
2. Ветви параболы направлены вниз ( $a = -1$ ,  $-1 < 0$ )
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения  $x$ , при которых точки параболы лежат **выше** оси  $Ox$  (знак  $y$  неравенства строгий “ $>$ ”)
5. *Ответ:*  $-4 < x < 3$



# Пример 3

Решить неравенство:  $x^2 + 9 > 0$

1.  $x^2 + 9 = 0$ ,  $x^2 = -9$ ,  $-9 < 0$ , нет корней. Парабола не пересекает ось  $Ox$ .
2. Ветви параболы направлены вверх ( $a=1, 1 > 0$ )
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения  $x$  при которых график функции расположен выше оси  $Ox$ .
5. *Ответ:*  
 $x$  – любое число (или  $(-\infty; +\infty)$ ).

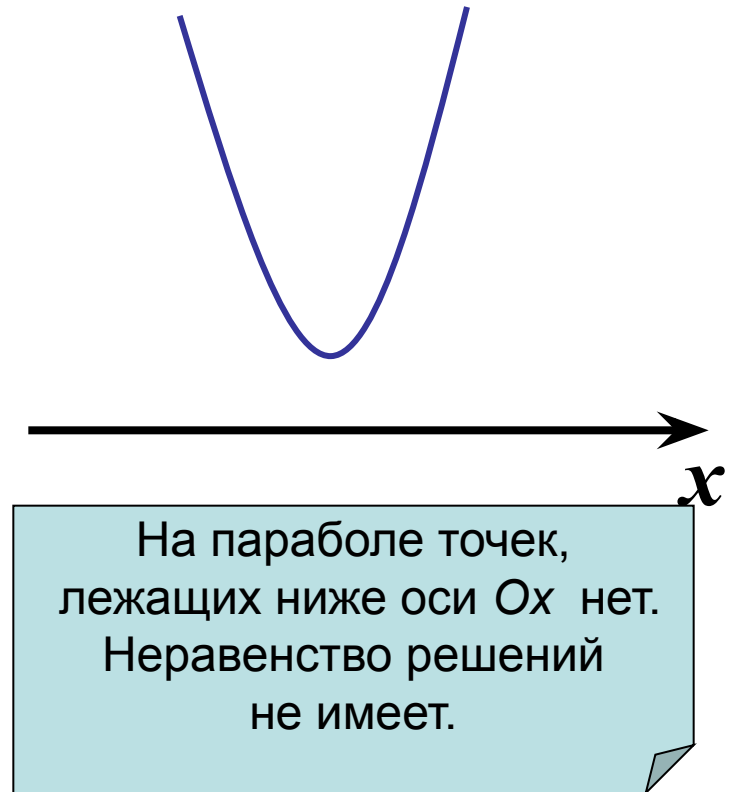


Все точки параболы лежат выше оси  $Ox$ .  
Неравенство выполняется при любом значении  $x$

# Пример 4

Решить неравенство:  $x^2 + 9 < 0$

1.  $x^2 + 9 = 0$ ,  $x^2 = -9$ ,  $-9 < 0$ , нет корней. Парабола не пересекает ось  $Ox$ .
2. Ветви параболы направлены вверх ( $a = 1$ ,  $1 > 0$ )
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения  $x$  при которых график функции расположен ниже оси  $Ox$ .
5. *Ответ: нет решений*



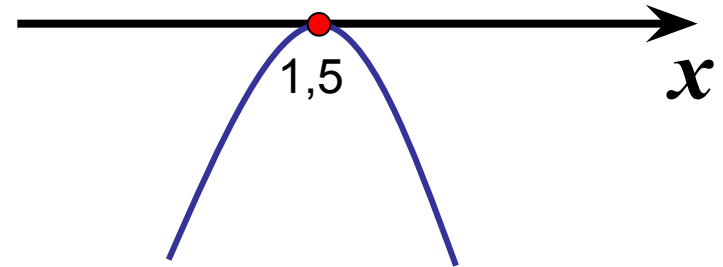


# Пример 5

Решить неравенство:

$$-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$$

1.  $-4x^2 + 12x - 9 = 0$ ,  $D = 0$ ,  $x = 1,5$
2. Ветви параболы направлены вниз ( $a = -4$ ,  $-4 < 0$ )
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения  $x$ , при которых точки параболы расположены выше или на оси  $Ox$
5. *Ответ:*  $x = 1,5$



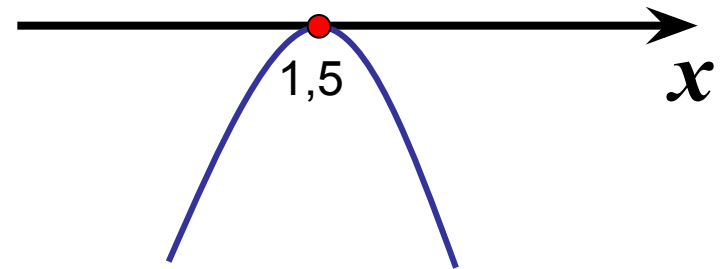
Точек, лежащих выше оси  $Ox$ , нет.  
На оси  $Ox$  только одна точка.  
Ее абсцисса  $x = 1,5$  – решение неравенства

# Пример 6

Решить неравенство:

$$-4x^2 + 12x - 9 > 0$$

1.  $-4x^2 + 12x - 9 = 0$ ,  $D = 0$ ,  $x = 1,5$
2. Ветви параболы направлены вниз ( $a = -4$ ,  $-4 < 0$ )
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения  $x$ , при которых точки параболы расположены выше оси  $Ox$
5. *Ответ: нет решений.*



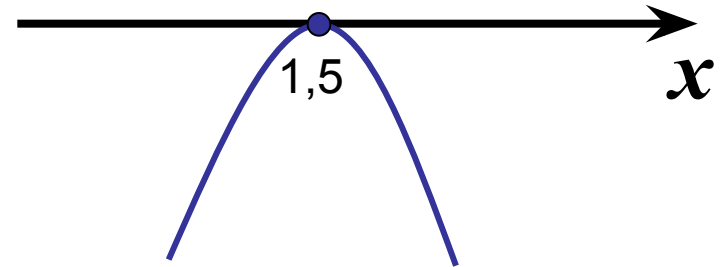
Точек, лежащих выше  
оси  $Ox$ , нет.  
Неравенство решений  
не имеет.

# Пример 7

Решить неравенство:

$$-4x^2 + 12x - 9 \leq 0$$

1.  $-4x^2 + 12x - 9 = 0$ ,  $D = 0$ ,  $x = 1,5$
2. Ветви параболы направлены вниз ( $a = -4$ ,  $-4 < 0$ )
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения  $x$ , при которых точки параболы расположены ниже или на оси  $Ox$
5. *Ответ:  $x$  – любое число.*



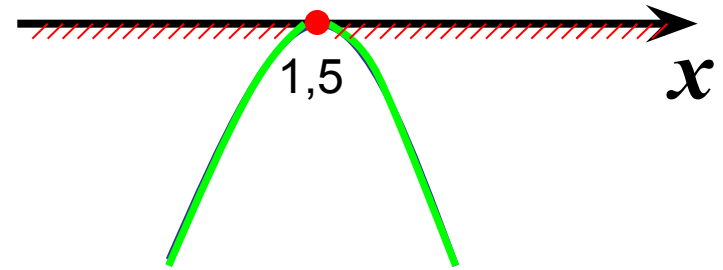
Каждая из точек параболы лежит либо ниже либо на оси  $Ox$ .  
Неравенство выполняется при любых значениях  $x$

# Пример 8

Решить неравенство:

$$-4x^2 + 12x - 9 < 0$$

1.  $-4x^2 + 12x - 9 = 0$ ,  $D = 0$ ,  
 $x = 1,5$
2. Ветви параболы  
направлены вниз  
( $a = -4$ ,  $-4 < 0$ )
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения  $x$ , при  
которых точки параболы  
расположены ниже оси  $Ox$
5. *Ответ:*  $x \neq 1,5$  (или  
 $(-\infty; 1,5) \cup (1,5; +\infty)$ ).



(a

При всех значениях  $x$ ,  
кроме  $x = 1,5$   
точки параболы  
расположены  
ниже оси  $Ox$